Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Высшая школа теоретической механики

Работа допущена к защите
Директор высшей школы
_____ А.М. Кривцов
«___»_____20__ г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Магистерская диссертация

АНАЛИЗ И ТЕСТИРОВАНИЕ МОДЕЛИ ПСЕВДОФУНКЦИЙ ДЛЯ РАСЧЕТА ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ НЕФТИ, НАСЫЩЕННОЙ ГАЗОМ

по направлению подготовки
01.04.03 «Механика и математическое моделирование»

профиль
01.04.03_02 «Механика и математическое моделирование (международная образовательная программа)»

Выполнил
студент гр. 3640103/90201 Л.А. Горбушин

Руководитель
к.ф.-м.н., доцент Е.А. Подольская

Санкт-Петербург – 2021

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО
Институт прикладной математики и механики
Высшая школа теоретической механики

УТВЕРЖДАЮ
Директор Высшей школы
теоретической механики
А.М. Кривцов
«__» _____ 20__ г.

ЗАДАНИЕ

на выполнение выпускной квалификационной работы

студенту Горбушину Леониду Аркадьевичу, гр. 3640103/90201
фамилия, имя, отчество (при наличии), номер группы

1. Тема работы: Анализ и тестирование модели псевдофункций для расчета двухфазной фильтрации нефти, насыщенной газом

2. Срок сдачи студентом законченной работы: 07.06.2021

3. Исходные данные по работе:

[1] Губанова А.Е. Моделирование поля давления методом граничных элементов в присутствии дизъюнктивных нарушений геологической структуры. Магистерская диссертация. – Москва, 2018.

[2] Тюнькин А.И. (ОАО «Новосибирскнефтегаз»), Мухаметзянов Т.М., Игнатов И.С., Им П.Т. (ООО «СИАМ-Инжиниринг»). Методика построения карт изобар с использованием результатов гидродинамических исследований и промысловых данных на примерах Верх-Тарского месторождения. / Тюнькин А.И. // Нефтяное хозяйство. – 2009. – Вып. № 5. – С. 66-69.

[3] Христианович С.А. О движении газированной жидкости в пористых породах / Христианович С.А. // Прикладная математика и механика. – 1941. – Т.5, вып. 2. – С.277-282.

[4] Христианович С.А. Фильтрация газов и жидкостей через пористые среды / Христианович С.А., Кочина П.Я. // План научно-исследовательских работ Академии наук Союза ССР на 1940 год. – М.; Л., 1940. – С.199-200.

[5] Юдин Е. В. Моделирование фильтрации жидкости в неоднородных средах для анализа и планирования разработки нефтяных месторождений. – Москва: Московский физико-технический институт. – 2014.

[6] Юдин Е.В., Губанова А.Е., Краснов В.А., Метод экспресс-анализа энергетического состояния пластов с дизъюнктивными нарушениями структуры. SPE-191582-18RPTC-MS.

4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): _____

1. Изучить задачу о движении нефти в пласте с однофазным нестационарным течением флюида.

2. Изучить метод псевдофункций для линеаризации уравнения пьезопроводности, применить его на практике для реализации математической модели с зависимостью свойств нефти (плотности, вязкости, относительной проницаемости) от давления, а также задачу о движении газированной нефти в пласте, применив метод граничных элементов для построения карты изо-бар пластовых давлений с использованием псевдофункций.

3. Провести валидацию точности модели фильтрации флюида на вертикальных, горизонтальных скважинах, а также вертикальных скважинах с ГРП на примере однофазной модели фильтрации.

4. Провести анализ и тестирование реализации математической модели двухфазной фильтрации на примере синтетических тестов.

5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): отсутствует.

6. Консультанты по работе: отсутствуют.

7. Дата выдачи задания 25.01.2021

Руководитель ВКР _____ Е.А. Подольская

(подпись) инициалы, фамилия

Задание принял к исполнению 25.01.2021

(дата)

Студент _____ Л.А. Горбушин

(подпись) инициалы, фамилия

РЕФЕРАТ

На 40 с., 20 рисунков, 4 таблицы, 1 приложение.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ФИЛЬТРАЦИЯ ДВУХФАЗНОГО ФЛЮИДА, ПСЕВДОФУНКЦИИ, КАРТЫ ИЗОБАР, МЕТОД ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, НЕСТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ ФИЛЬТРАЦИИ.

Тема выпускной квалификационной работы: «Анализ и тестирование модели псевдофункций для расчета двухфазной фильтрации нефти, насыщенной газом».

Данная работа посвящена расширению функционала модели нестационарной однофазной фильтрации нефти в пласте, предложенной в работе [1], а именно разработке возможности расчёта двухфазной фильтрации нефти, насыщенной газом в пласте, путём использования модели псевдофункций, её анализа и тестирования.

Задачи, которые решались в ходе исследования:

1. Изучение задачи о движении нефти в пласте с однофазным нестационарным течением флюида.
2. Изучение метода псевдофункций для линеаризации уравнения пьезопроводности, применение его на практике для реализации математической модели с зависимостью свойств нефти (плотности, вязкости, относительной проницаемости) от давления, а также задачи о движении газированной нефти в пласте, применив метод граничных элементов для построения карты изобар пластовых давлений с использованием псевдофункций.
3. Проведение валидации точности модели фильтрации флюида на вертикальных, горизонтальных скважинах, а также вертикальных скважинах с ГРП на примере однофазной модели фильтрации.
4. Проведение анализа и тестирования реализации математической модели двухфазной фильтрации на примере синтетических тестов.

В результате была разработана и протестирована математическая модель на основе метода псевдофункций для фильтрации двухфазного флюида.

ABSTRACT

40 pages, 20 figures, 4 tables, 1 appendice.

KEYWORDS: TWO-PHASE FLUID FILTRATION, PSEUDOFUNCTIONS, ISOBAR MAPS, BOUNDARY ELEMENT METHOD, NON-STATIONARY FILTRATION FLOW.

The theme of the final qualification work: «Analysis and testing of the model of pseudofunctions for the calculation of two-phase filtration of oil saturated with gas».

This work is devoted to the expansion of the functions of the model of unsteady single-phase filtration of oil in the reservoir, proposed in [1], namely the development of the possibility of calculating the two-phase filtration of oil saturated with gas in the reservoir by using the model of pseudofunctions, its analysis and testing.

Tasks that were solved during the study:

1. Study of the problem of oil movement in a reservoir with a single-phase unsteady fluid flow.

2. Study of the pseudo-function method for linearization of the piezoconductivity equation, its application in practice for the implementation of a mathematical model with the dependence of oil properties (density, viscosity, relative permeability) on pressure, as well as the problem of the motion of carbonated oil in the reservoir, applying the method of boundary elements for building a map of reservoir pressure isobars using pseudo-functions.

3. Validation of the accuracy of the fluid filtration model in vertical, horizontal wells, as well as vertical wells with hydraulic fracturing using the example of a single-phase filtration model.

4. Analysis and testing of the implementation of the mathematical model of two-phase filtration using the example of synthetic tests.

As a result, a mathematical model was developed and tested based on the pseudo-function method for filtration of a two-phase fluid.

СОДЕРЖАНИЕ

Перечень сокращений, условных обозначений, символов, единиц, терминов ……. 7
Введение ……. 8
Глава 1. Однофазная модель фильтрации ……..……..…… 10
1.1. Постановка задачи ……..... 10
1.2. Математическая модель ……. 10
Глава 2. Двухфазная модель фильтрации …… 15
Глава 3. Валидация однофазной модели ……. 21
3.1. Вертикальная скважина ……..... 22
3.2. Горизонтальная скважина …….. 24
3.3. Вертикальная скважина с ГРП ……... 26
3.4. Результат валидации модели …….. 28
Глава 4. Анализ и тестирование двухфазной модели ……. 30
Заключение …… 33
Список использованных источников …….. 34
Приложение А. Входные и выходные данные …… 36

ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ, УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, СИМВОЛОВ, ЕДИНИЦ, ТЕРМИНОВ

Перечень сокращений

ГРП	Гидравлический разрыв пласта
ВС	Вертикальная скважина
ГС	Горизонтальная скважина
МГРП	Многостадийный гидравлический разрыв пласта
ГДИС	Гидродинамическое исследование скважины, также ГДИ
ГТМ	Геолого-технические мероприятия
МУН	Методы увеличения нефтеотдачи
ППД	Поддержание пластового давления

Перечень условных обозначений

h – толщина пласта, м

N_1 – число вертикальных скважин

N_2 – число горизонтальных скважин/ вертикальных скважин с ГРП

Q – дебит, м^3/сутки

r_c – радиус скважины, м

p_0 – начальное пластовое давление, атм

q^{fic} – интенсивность фиктивного источника

μ – вязкость флюида, сП

k – проницаемость, мД

K – коэффициент пьезопроводности

q_D – коэффициент продуктивности

S – скин-фактор

B – коэффициент объемного сжатия

ВВЕДЕНИЕ

Карты изобар пластовых давлений являются одним из основных инструментов для мониторинга энергетического состояния и фильтрационных свойств нефтегазового пласта, которые, в свою очередь, необходимы для подбора ГТМ, МУН, бурения, оптимизации фонда ППД и т.д. В большинстве случаев эти карты строятся по результатам ГДИС, при этом замеры обычно производятся не на всех скважинах. Затем применяются различные методы интерполяции давлений в пласте, не учитывающие физический процесс фильтрации флюида, проходящий в пласте, влияние дизъюнктивных нарушений, учёт влияния границ пласта [6]. Это в итоге приводит к снижению достоверности построенных карт, и, вследствие, может быть причиной снижения эффективности проводимых мероприятий [2].

Построение карт давлений для пласта с учётом этих процессов возможно производить в различных современных 2D и 3D гидродинамических сеточных симуляторах для моделирования фильтрации в пласте, в основном использующих сетки Вороного, называемые также PEBI-сетками (perpendicular-bisectional). При этом вблизи структурных особенностей (скважины, трещины, дизъюнктивные нарушения) используют локальное измельчение ортогональных сеток, что приводит к увеличению времени расчетов. В области пласта вдали от особенностей обычно используется регулярная гексагональная структура сетки. Примером подобного симулятора может служить Kappa Saphir, в основе которого лежит решение систем дифференциальных уравнений.

Уравнение пьезопроводности, лежащее в основе математической модели нестационарной фильтрации, предложенной в [1], описывает распространения давления в пористом нефтегазовом пласте. В случае однофазной фильтрации флюида (нефть или вода) данное уравнение является линейным, при двухфазной фильтрации оно будет иметь нелинейный характер. Путём преобразования уравнения пьезопроводности с использованием псевдофункций (функции псевдодавления – функции Христиановича, функции псевдовремени) возможно провести его линеаризацию.

Метод граничных элементов позволяет получить решение физически обоснованное решение задачи единственным образом, аналитически, без использования численных методов. С помощью МГЭ возможно построить карты изобар пластовых давлений для фильтрации двухфазной системы газ-нефть с учётом гидродинамических условий на границах пласта.

Цель данной работы состоит в расширении функционала модели нестационарной однофазной фильтрации нефти в пласте, предложенной в работе [1], а именно разработка возможности расчёта двухфазной фильтрации нефти, насыщенной газом в пласте, путём использования модели псевдофункций, её анализа и тестирования.

Для достижения данной цели необходимо выполнить ряд задач:

1. Изучить задачу о движении нефти в пласте с однофазным нестационарным течением флюида.

2. Изучить метод псевдофункций для линеаризации уравнения пьезопроводности, применить его на практике для реализации математической модели с зависимостью свойств нефти (плотности, вязкости, относительной проницаемости) от давления, а также задачу о движении газированной нефти в пласте, применив метод граничных элементов для построения карты изобар пластовых давлений с использованием псевдофункций.

3. Провести валидацию точности модели фильтрации флюида на вертикальных, горизонтальных скважинах, а также вертикальных скважинах с ГРП на примере однофазной модели фильтрации.

4. Провести анализ и тестирование реализации математической модели двухфазной фильтрации на примере синтетических тестов.

Для выполнения поставленных задач студенту была предоставлена научная литература, был проведён ряд консультационных встреч.

ГЛАВА 1. ОДНОФАЗНАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ

1.1. Постановка задачи

Рассматривается однородный изотропный горизонтальный пласт толщиной h. Внутри пласта работают N_1 вертикальных и N_2 горизонтальных скважин/трещин равнопритока с заданными дебитами $Q_i, i = 1, \ldots, N_1 + N_2$. Радиус всех скважин полагаем равным r_c. Скважины находятся внутри замкнутой многосвязной области $D \in R^2$ с границей $\partial D = i = 0n\Gamma_i$. Рассматривается два типа граничных условий: на ∂D может быть задано постоянное давление ($p_D = p_0$, где p_0 – начальное пластовое давление) и/или условие непроницаемости границы $\left(\frac{\partial p_D}{\partial \vec{n}} = 0\right)$.

Рассмотрим задачу построения поля давления в заданный момент времени в рассматриваемой области D.

1.2. Математическая модель

Произведем аппроксимацию границы ∂D многоугольником $P_{nk} = P_1 P_2 P_3 \ldots P_n$. Тогда граница ∂D представляет собой объединение n отрезков (рисунок 1). Вершины многоугольника P_{nk} имеют координаты, определяемые радиус-вектором $\vec{r}_j^{\,b}$.

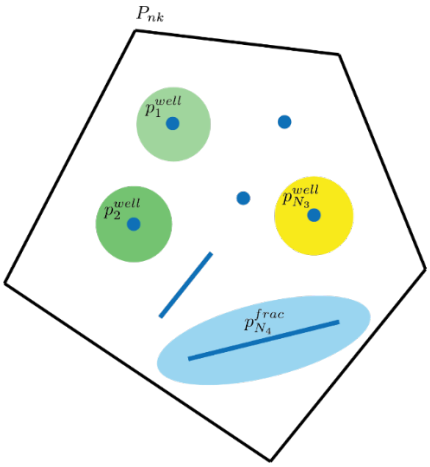

Рисунок 1 – Геометрия задачи. Синими точками обозначены положения вертикальных скважин, синими линиями обозначено положение горизонтальных скважин, черными линиями обозначена граница области, аппроксимированная многоугольником P_{nk}

Для учета граничных условий поместим на каждый отрезок $[P_j P_{j+1}], j = 1, \dots, n$ распределённый точечный источник с интенсивностью q_j^{fic}.

Для нахождения пластового давления нужно решать краевую задачу со следующими граничными условиями:

$$p|_{\Gamma_i} = p_0, \quad i = 0, \dots, m; \tag{1}$$

$$\frac{\partial p}{\partial n_i}|_{\Gamma_i} = 0, \quad i = m+1, \dots, n; \tag{2}$$

где m – кол-во границ, на которых поддерживается постоянное давление p_k, $n - m$ – количество границ, на которых задано условие неперетока (непроницаемые границы) – производная давления по нормали к отрезку границы равна нулю.

Для решения данной краевой задачи применим метод граничных элементов, которые представлены фиктивными источниками (рисунок 2).

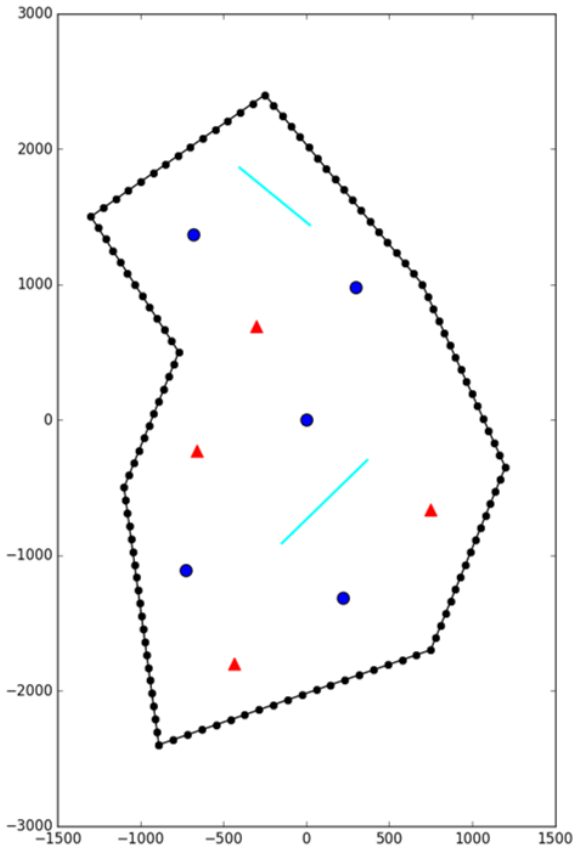

Рисунок 2. Область, аппроксимированная многоугольником, состоящим из n отрезков с фиктивными источниками

В случае, если в пласте присутствуют зоны выклинивания (их количество равно $\widetilde{N};\ k = 1, \dots, \widetilde{N}$), то каждую из них необходимо аппроксимировать многоугольником аналогично границам залежи, с учётом условия неперетока.

В случае нестационарного режима фильтрации давление от распределенного источника определяется соотношением:

$$p_j^{fic}(\vec{r}) = \frac{1}{L_j}\sum_{i=1}^{\tau}\left(q_{ij}^{fic} - q_{i-1j}^{fic}\right)\int_{[P_j, P_{j+1}]} Ei\left(\frac{-\left(\vec{r} - \vec{r}_j^{fic}\right)^2}{4K_j^{fic}(t_\tau - t_{\tau-1})}\right)dl, \qquad (3)$$

где q_{ij} – неизвестный параметр, характеризующий активность фиктивной скважины с номером j в i-м месяце от начала работы месторождения, $q_{0j} = 0, K_j^{fic}$ – коэффициент пьезопроводности фиктивной скважины, который можно положить равным одной величине: например, среднему значению коэффициента пьезопроводности для всего пласта.

Параметры $q_{ij}^{fic}, i = 1, \dots, \tau, j = 1, \dots, n$ неизвестны и подлежат определению из граничных условий на границах многоугольника $P_1P_2\dots P_n$.

Для нахождения этих неизвестных потребуем, чтобы граничные условия выполнялись только в одной контрольной точке отрезка $[P_j, P_{j+1}]$ – его середине. Данный метод решения задачи получил название метода граничных элементов. Тогда $\vec{r}_j^{fic} = \frac{1}{2}\left(\vec{r}_{j+1} + \vec{r}_j\right)$. В результате получится следующая система линейных алгебраических уравнений относительно n неизвестных «фиктивных дебитов» [11]:

$$\left\|\begin{array}{cccccc} p_1^{fic}(\vec{r}_1^{fic})/q_1 & p_2^{fic}(\vec{r}_1^{fic})/q_2 & \dots & \dots & \dots & p_n^{fic}(\vec{r}_1^{fic})/q_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_1^{fic}(\vec{r}_m^{fic})/q_1 & p_2^{fic}(\vec{r}_m^{fic})/q_2 & \dots & \dots & \dots & p_n^{fic}(\vec{r}_m^{fic})/q_n \\ \hline \frac{\partial p_1^{fic}}{\partial \vec{n}_{m+1}}\frac{1}{q_1} & \frac{\partial p_2^{fic}}{\partial \vec{n}_{m+1}}\frac{1}{q_2} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial p_n^{fic}}{\partial \vec{n}_{m+1}}\frac{1}{q_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial p_1^{fic}}{\partial \vec{n}_n}\frac{1}{q_1} & \frac{\partial p_2^{fic}}{\partial \vec{n}_n}\frac{1}{q_2} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial p_n^{fic}}{\partial \vec{n}_n}\frac{1}{q_n} \end{array}\right\| \square \left\|\begin{array}{c} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \dots \\ q_{n-1} \\ q_n \end{array}\right\| = \left\|\begin{array}{c} -\sum_{s=1}^{n} p_s^{real}(\vec{r}_1^{fic}) \\ \dots \\ -\sum_{s=1}^{n} p_s^{real}(\vec{r}_m^{fic}) \\ \hline -\sum_{s=1}^{n}\frac{\partial p_s^{real}}{\partial \vec{n}_{m+1}} \\ \dots \\ -\sum_{s=1}^{n}\frac{\partial p_s^{real}}{\partial \vec{n}_n} \end{array}\right\| . \qquad (4)$$

Решив эту систему уравнений, например, методом Гаусса, можно найти все параметры $q_1, q_2, \ldots, q_n$ однозначно [12].

Давление от вертикальных скважин определяется соотношением:

$$p_i(\vec{r}, t_\tau) = \frac{1}{4\pi}\frac{\mu_i}{k_i h_i}\sum_{j=1}^{\tau}\left(Q_{ij} - Q_{ij-1}\right) Ei\left(\frac{-\left(\vec{r} - \vec{r}_i\right)^2}{4K_i\ (t_\tau - t_{\tau-1})}\right), \tag{5}$$

где $Ei(x) = \int_{-\infty}^{x} e^t \frac{dt}{t}, x < 0$– интегральная показательная функция, $Q_{i0} = 0$, μ – вязкость флюида, k – проницаемость, h – толщина пласта.

Аналогично давлению на граничных элементах давление от горизонтальных скважин/трещин равнопритока определяется как давление от распределенного источника [10]:

$$p_m^{frac}(\vec{r}) = \frac{1}{L_m}\frac{\mu_m}{k_m h_m}\sum_{j=1}^{\tau}\left(Q_{mj}^{frac} - Q_{mj-1}^{frac}\right)\int_{\left[L_m^{start}, L_m^{end}\right]} Ei\left(\frac{-(\vec{r} - \vec{r}_m^{start})^2}{4K_m^{frac}(t_\tau - t_{\tau-1})}\right) dl, \tag{6}$$

где M – количество трещин, L_m – длина трещины, $\left[L_{m,}^{start} L_m^{end}\right]$– начало и конец отрезка трещины, $\vec{r}_m^{start}$ – радиус-вектор точки L_m^{start}

Зная параметры скважин, свойства флюидов и интенсивности источников на границе, давление в произвольной точке области D, можно рассчитать по формуле:

$$p(\vec{r},t_\tau)=p_0+\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{L_j}\sum_{i=1}^{\tau}\left(q_{ij}^{fic}-q_{i-1j}^{fic}\right)\int_{[P_j,P_{j+1}]}Ei\left(\frac{-\left(\vec{r}-\vec{r}_j^{\,fic}\right)^2}{4K_j^{fic}(t_\tau-t_{\tau-1})}\right)dl$$
$$+\sum_{i=1}^{N_1}\frac{1}{4\pi}\frac{\mu_i}{k_ih_i}\sum_{j=1}^{\tau}\left(Q_{ij}-Q_{ij-1}\right)Ei\left(\frac{-\left(\vec{r}-\vec{r}_i\right)^2}{4K_i\ (t_\tau-t_{\tau-1})}\right)$$
$$+\sum_{m=1}^{N_2}\frac{1}{L_m}\frac{\mu_m}{k_mh_m}\sum_{j=1}^{\tau}\left(Q_{mj}^{frac}\right.$$
$$\left.-Q_{mj-1}^{frac}\right)\int_{[L_m^{start},L_m^{end}]}Ei\left(\frac{-(\vec{r}-\vec{r}_m^{start})^2}{4K_m^{frac}(t_\tau-t_{\tau-1})}\right)dl. \quad (7)$$

В случае, если требуется рассчитать забойное давление на скважине, необходимо учитывать изменение свойств пласта в непосредственной близости около такой скважины. На практике это изменение довольно часто учитывается через добавление к формуле расчета давления слагаемого, содержащего скин-фактор.

Горизонтальные скважины в рамках представленного подхода моделируются такими же линейными источниками, что и вертикальные скважины ГРП. Единственным отличием является наличие дополнительного скин-фактора. Тогда забойное давление горизонтальной скважины определяется следующим соотношением [9]:

$$p_{bh}^{frac}(\vec{r})=\frac{1}{L}\frac{\mu}{kh}\sum_{j=1}^{\tau}\left(Q_j^{frac}\right.$$
$$\left.-Q_{j-1}^{frac}\right)\left(\int_{[L^{start},L^{end}]}Ei\left(\frac{-\left(\vec{r}-\vec{r}^{\,start}\right)^2}{4K^{frac}(t_\tau-t_{\tau-1})}\right)dl-2L\tilde{S}\right). \quad (8)$$

Здесь $\tilde{S}=S+\frac{hlog(h/2\pi r_c)}{L}$, где S – скин-фактор.

Таким образом, для случая нестационарного режима фильтрации была рассмотрена математическая модель однофазной фильтрации в пласте для построения карт изобар пластового давления, получена формула расчета забойного давления в произвольной точке, рассмотрен метод граничных элементов для нахождения интенсивности фиктивных источников.

ГЛАВА 2. ДВУХФАЗНАЯ МОДЕЛЬ

В рамках используемой модели псевдофункций двухфазное течение нефти и газа моделируется в качестве модели однофазной фильтрации флюида, отличие заключается в том, что при этом учитывается зависимость от давления для таких свойств нефти, как вязкость (динамический коэффициент вязкости), плотность, объёмный коэффициент флюида. Плотность жидкости увеличивается по мере выделения из нее газа. При фильтрации в пласте также необходимо учитывать, что относительные фазовые проницаемости нефти и газа являются зависимостями от нефте- и газонасыщенности в данной точке. В свою очередь, нефте- и газонасыщенности в пласте являются функциями давления [5].

Необходимо описать скорость течения фазы нефти для описанного случая движения насыщенной газом нефти. Закон Дарси формулируется следующим образом:

$$\vec{u}_o = \frac{-k \cdot k_o(S_o)}{\mu_o(P) B_o(P)} \nabla P, \tag{9}$$

где u_o — скорость течения нефти; k и k_o — абсолютная и относительная фазовая (для нефти) проницаемость, соответственно; S_o — насыщенность нефти; μ_o — динамический коэффициент вязкости для нефти; B_o — объемный коэффициент нефти; P — давление.

Уравнение неразрывности для нефти:

$$\frac{\partial(\varphi \rho_o)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_o \vec{u}_o) = 0, \tag{10}$$

где φ – пористость, ρ_o — плотность нефти.

Затем необходимо включить в уравнение неразрывности приведённую формулировку закона Дарси для скорости фильтрации, в этом случае получившееся уравнение пьезопроводности будет иметь нелинейный характер.

Однако полученное уравнение для давления можно линеаризовать введением функции псевдодавления (или функции Христиановича) и функции псевдовремени [3][4]:

$$H(P) = \left[\frac{\mu_o B_o}{k_o}\right]_{Pref} \cdot \int_{Po}^{P} \frac{k_o(S_o)}{\mu_o(P) B_o(P)} dP, \quad (11)$$

где H — функция псевдодавления, P_{ref} — опорное значение давления, при котором известны свойства нефти, P_0 — дополнительный параметр, который необходимо задавать для перевода давления в псевдодавление и обратно (обычно принимается равным нулю).

$$t_p = \left[\frac{\mu_o B_o}{k_o}\right]_{Pref} \cdot \int_{o}^{t} \frac{k_o(S_o)}{\mu_o(P) B_o(P)} dt, \quad (12)$$

где t_p — функция псевдовремени.

Используя функцию Христиановича (функцию псевдодавления), закон Дарси можно сформулировать в следующем виде:

$$\nabla \cdot (k \nabla \mathrm{H}) = 0. \quad (13)$$

Уравнение пьезопроводности при переходе к псевдофункциям линеаризуется, и таким образом, это позволяет свести уравнение для фильтрации газированной нефти к уравнению, которое по виду совпадает с уравнением пьезопроводности для однофазной фильтрации (C_t — полная сжимаемость):

$$\varphi \mathrm{C}_t [\mu_o B_o]_{Pref} \frac{\partial H}{\partial t_p} = \nabla \cdot ([k_o]_{Pref} k \nabla \mathrm{H}). \quad (14)$$

Для случая движения в пласте двухфазного флюида нефть-газ, для нефтяной фазы формулировка закона Дарси в величинах псевдофункций выглядит следующим образом:

$$\overline{u_0} = -\left[\frac{k_o}{\mu_o B_o}\right]_{Pref} \nabla \mathrm{H}(p). \quad (15)$$

Для того чтобы произвести расчёт по интегральным формулам (11) и (12), необходимо установить зависимость нефте- и газонасыщенности от давления, так как фазовые проницаемости являются функциями давления.

Вычисление функции Христиановича основано на дополнительном предположении, что полный газовый фактор в любой точке пласта постоянен:

$$R = R_s + \frac{k_{rg}\mu_0 B_o}{k_{ro}\mu_g B_g}, \tag{16}$$

где $Rs = Rs\ (P)$ – газосодержание.

В процессе нахождения зависимости фазовой проницаемости нефти от давления сначала для каждого значения давления в исследуемом промежутке величин давлений подбираются свойства нефти и газа с помощью корреляций. Далее с использованием (16) находится отношение $k_{rg}/k_{ro}\ (S_o)$. Далее, с помощью кривой относительных фазовых проницаемостей находится значение S_o, которому соответствует данное отношение $k_{rg}/k_{ro}\ (S_o)$. Таким образом получается зависимость $S_o(P)$, которая и используется при нахождении функции Христиановича.

При этом точным такой подход считать нельзя, поскольку при распространении воронки возникает зона свободного газа, в которой давление распространяется с отличной сжимаемостью. Этот эффект частично компенсируется, если учесть сжимаемость газа в общей сжимаемости в соответствии с его долей в пласте.

В качестве входных данных для расчёта подаются зависимости $R_s(P)$, $B_o(P)$, $\mu_o(P)$, $B_g(P)$, $\mu_g(P)$, $k_{ro}(S_o)$, $k_{rg}(S_o)$ в виде таблиц. $R_s(P)$ – газосодержание, м^3/м^3; $B_o(P)$, $B_g(P)$ - соответственно объемные коэффициенты нефти и газа, м^3/м^3; $\mu_o(P)$, $\mu_g(P)$ - соответственно коэффициенты динамической вязкости нефти и газа, мПа·с; $k_{ro}(S_o)$, $k_{rg}(S_o)$ – коэффициенты относительной фазовой проницаемости газа и нефти, P – давление, атм.

Таблицы начальных данных должны соответствовать следующему формату: в первом столбце находятся значения аргумента, во втором значения зависимого параметра. Например, таблица зависимости $R_s(P)$ должна выглядеть следующим образом (таблица 1):

Таблица 1 – Зависимость $R_s(P)$

P	Rs
…	…

Зависимости $R_s(P)$, $B_o(P)$, $\mu_o(P)$, $B_g(P)$, $\mu_g(P)$ объединяются в одну таблицу по общему столбцу значений давления P, недостающие значения интерполируются сплайнами Эрмита.

После этого рассчитывается зависимость псевдодавления от давления по формуле (11) — для этого используется ряд величин давлений от 0 МПа до наибольшей величины давления в пласте, дискретизированный на равные промежутки, а также PVT-свойства газированной нефти как функции от давления.

Переопределяются граничные условия в терминах псевдодавлений:

- границы $p = const$ в исходной постановке — границы $H = const$ в новой постановке,
- непроницаемые границы в исходной постановке — границы $dH/dn = 0$ в новой.

Рассчитывается решение относительно псевдодавления и псевдовремени, для этого, как и ранее в случае однофазной фильтрации нефти, решается уравнение пьезопроводности с помощью МГЭ: для каждого из временных промежутков составляется следующая система линейных алгебраических уравнений относительно n неизвестных «фиктивных дебитов» [13][14]:

$$\left\|\begin{matrix} H_1^{fic}(\vec{r}_1^{\,fic})/q_1 & H_2^{fic}(\vec{r}_1^{\,fic})/q_2 & \dots & \dots & \dots & H_n^{fic}(\vec{r}_1^{\,fic})/q_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_1^{fic}(\vec{r}_m^{\,fic})/q_1 & H_2^{fic}(\vec{r}_m^{\,fic})/q_2 & \dots & \dots & \dots & H_n^{fic}(\vec{r}_m^{\,fic})/q_n \\ \hdashline \frac{\partial H_1^{fic}}{\partial \vec{n}_{m+1}}\frac{1}{q_1} & \frac{\partial H_2^{fic}}{\partial \vec{n}_{m+1}}\frac{1}{q_2} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial H_n^{fic}}{\partial \vec{n}_{m+1}}\frac{1}{q_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial H_1^{fic}}{\partial \vec{n}_n}\frac{1}{q_1} & \frac{\partial H_2^{fic}}{\partial \vec{n}_n}\frac{1}{q_2} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial H_n^{fic}}{\partial \vec{n}_n}\frac{1}{q_n} \end{matrix}\right\| \cdot \left\|\begin{matrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \dots \\ q_{n-1} \\ q_n \end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix} -\sum_{s=1}^{n} H_s^{real}(\vec{r}_1^{\,fic}) \\ \dots \\ -\sum_{s=1}^{n} H_s^{real}(\vec{r}_m^{\,fic}) \\ \hdashline -\sum_{s=1}^{n} \frac{\partial H_s^{real}}{\partial \vec{n}_{m+1}} \\ \dots \\ -\sum_{s=1}^{n} \frac{\partial H_s^{real}}{\partial \vec{n}_n} \end{matrix}\right\| \quad (17)$$

Решив эту систему уравнений, например, методом Гаусса, найдем все параметры $q_1, q_2, ..., q_n$ однозначно. Таким образом, решив τ раз систему уравнений (17), вычисленные «фиктивные дебиты» примут вид матрицы, в которой количество строк определяется числом фиктивных источников (n), а количество столбцов – числом временных шагов (τ):

$$\begin{Vmatrix} q_{11} & q_{21} & \cdots & q_{\tau 1} \\ q_{12} & q_{22} & \cdots & q_{\tau 2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ q_{1n-1} & q_{2n-1} & \cdots & q_{\tau n-1} \\ q_{1n} & q_{2n} & \cdots & q_{\tau n} \end{Vmatrix}. \tag{18}$$

В итоге можно получить поле псевдодавлений $H(x, y, t_p)$, подставляя найденные фиктивные дебиты в формулу (7):

$$\begin{aligned} H(\vec{r}, t_\tau) = H_0 &+ \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{L_j} \sum_{i=1}^{\tau} \left(q_{ij}^{fic} - q_{i-1j}^{fic}\right) \int_{[H_j, H_{j+1}]} Ei\left(\frac{-\left(\vec{r} - \vec{r}_j^{fic}\right)^2}{4K_j^{fic}(t_\tau - t_{\tau-}}\right. \\ &+ \sum_{i=1}^{N_1} \frac{1}{4\pi} \frac{\mu_i}{k_i h_i} \sum_{j=1}^{\tau} \left(Q_{ij} - Q_{ij-1}\right) Ei\left(\frac{-\left(\vec{r} - \vec{r}_i\right)^2}{4K_i\ (t_\tau - t_{\tau-1})}\right) \\ &+ \sum_{m=1}^{N_2} \frac{1}{L_m} \frac{\mu_m}{k_m h_m} \sum_{j=1}^{\tau} \left(Q_{mj}^{frac}\right. \\ &- \left. Q_{mj-1}^{frac}\right) \int_{[L_m^{start}, L_m^{end}]} Ei\left(\frac{-(\vec{r} - \vec{r}_m^{start})^2}{4K_m^{frac}(t_\tau - t_{\tau-1})}\right) dl \end{aligned} \tag{19}$$

Производится перевод величин от псевдодавления к давлению и от псевдовремени к времени — здесь используется приведённый ниже алгоритм.

Необходимо учесть формулу (11), а также изменение сжимаемости в зависимости от давления при использовании формулы (12).

$$t_p = \left[\frac{\mu_o B_o}{k_o}\right]_{Pref} \cdot \int_o^t \frac{k_o(H)}{\mu_o(H) B_o(H)} dt \tag{20}$$

Далее, с учетом зависимости $H(t_p)$ выражение (20) преобразуется к виду:

$$t_p = \left[\frac{\mu_o B_o}{k_o}\right]_{Pref} \cdot \int_o^t \frac{k_o(t_p)}{\mu_o(t_p) B_o(t_p)} dt \tag{21}$$

Дифференцируем выражение (21) по t и получаем обратное выражение t через t_p:

$$\frac{dt_p}{dt} = \left[\frac{\mu_o B_o}{k_o}\right]_{Pref} \cdot \frac{k_o(t_p)}{\mu_o(t_p) B_o(t_p)} \tag{22}$$

$$dt = \left[\frac{k_o}{\mu_o B_o}\right]_{Pref} \cdot \frac{\mu_o(t_p) B_o(t_p)}{k_o(t_p)} dt_p \tag{23}$$

$$\int_0^{t_i} dt = \left[\frac{k_o}{\mu_o B_o}\right]_{Pref} \cdot \int_0^{tp_i} \frac{\mu_o(t_p) B_o(t_p)}{k_o(t_p)} dt_p \tag{24}$$

$$t_i = \left[\frac{k_o}{\mu_o B_o}\right]_{Pref} \cdot \int_0^{tp_i} \frac{\mu_o(t_p) B_o(t_p)}{k_o(t_p)} dt_p \tag{25}$$

$$t_i = \left[\frac{k_o}{\mu_o B_o (\mathrm{C_o} + \mathrm{C_\varphi})}\right]_{Pref} \cdot \int_0^{tp_i} \frac{\mu_o(t_p) B_o(t_p)(\mathrm{C_o}(t_p) + \mathrm{C_\varphi})}{k_o(t_p)} dt_p \tag{26}$$

С помощью (26) для любого массива значений t_{p_i} из заданного массива значений $H(t_p)$ находится t_i. В результате получается окончательное решение задачи — поле $p(x, y, t)$.

Таким образом, для случая нестационарного режима фильтрации была предложена математическая модель двухфазной фильтрации в пласте с использованием метода псевдофункций. В дальнейшем математическая модель может также использоваться для нахождения матрицы взаимных продуктивностей (Multiwell Productivity Index, MPI), которая представляет собой простой, точный и быстрый аналитический инструмент для оценки производительности скважин [15].

ГЛАВА 3. ВАЛИДАЦИЯ ОДНОФАЗНОЙ МОДЕЛИ

Разработанная модель была реализована в виде прототипа программного модуля (Isobar). Программный модуль позволяет построить карты изобар для различных нефтяных залежей, как с наличием дизъюнктивных нарушений геологической структуры, так и без них. Границы нефтяной залежи могут быть непроницаемыми, границами постоянного давления, а также смешанными. Реализован нестационарный режим фильтрации для вертикальных, горизонтальных скважин, вертикальных скважин с ГРП (uniform flux model – модель равнопритока).

В файле с входными данными задаются следующие изменяемые параметры: координаты скважин, границ, дизъюнктивных нарушений (x, y, м); тип границ; коэффициент динамической вязкости флюида (μ, сП); эффективная толщина пласта (h, м); проницаемость (k, мД); скин-фактор (s); объёмный расход флюида (Q_real, м^3/сутки, для добывающих скважин значение должно быть положительным, для нагнетательных – отрицательным). В дополнение, для горизонтальных скважин следует указать полудлину горизонтального ствола скважины, для вертикальных скважин с ГРП – полудлину трещины (half_length, м), для обоих приведённых типов скважин – угол расположения в пространстве (alpha), который рассчитывается по правилу тригонометрической окружности, отсчёт положителен против часовой стрелки.

Целью тестирования является валидация разработанной модели в сравнении с численным коммерческим симулятором Kappa Saphir по PEBI сетке. Значения пластового давления в модели определялись в узлах сетки, выгруженной из Kappa Saphir.

Были построены синтетические примеры моделей при следующих заданных параметрах:

- залежи квадратной формы, размеры залежей: 200x200 м, 1000x1000 м;
- проницаемость k = 0,1; 1; 10; 100 мД,

- коэффициент динамической вязкости μ = 1 сП,
- эффективная толщина пласта h = 9,144 м,
- скважины – вертикальные, горизонтальные, вертикальные с ГРП,
- начальное пластовое давление p_k = 300 атм,
- скин-фактор s = 0.

Тип границы залежи – границы постоянного давления.

Для нестационарного режима фильтрации также должна быть установлена пористость породы (= 0,1), полная сжимаемость (= 4,35113 * 10^{-10} 1/Па), временной шаг (1 месяц), время расчёта (3 месяца).

3.1. Вертикальная скважина

В данном случае рассматривается модель нефтегазовой залежи квадратной формы с одной вертикальной скважиной (рисунок 3). Для приведённого примера размеры залежи составляют 200 x 200 м2, тип границы - поддержание постоянного давления. Заданные параметры: q = 1, 1.5, 2 $м^3$/сут. на каждом временном шаге соответственно, k = 0.1 мД (координаты скважины: x = 0, y =0). Для данного случая была построена карта изобар пластового давления (рисунок 3), проведено сравнение с численным симулятором Kappa Saphir (рисунок 4) [7][8].

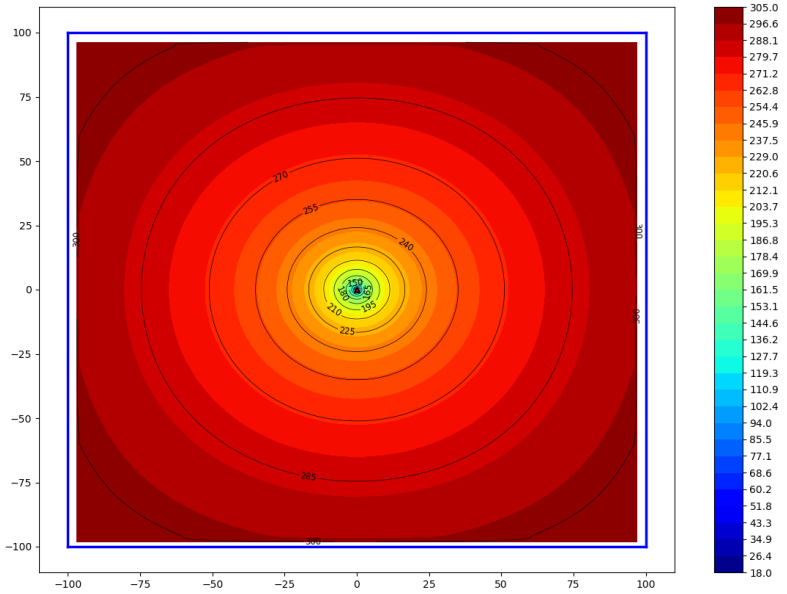

Рисунок 3 – Построенная карта изобар пластового давления, шкала значений в атм

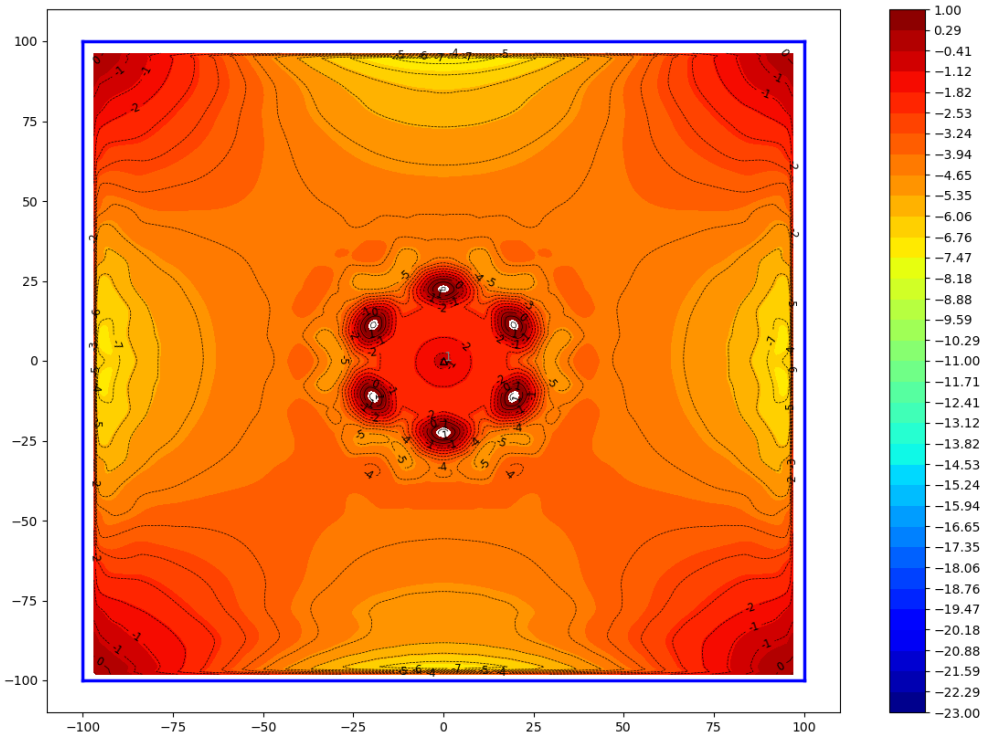

Рисунок 4 – Разница полей давления между Isobar и Kappa Saphir, шкала значений в атм

Наличие областей наибольшей по модулю разницы в районе скважины обусловлено размером сетки, выгружаемой из симулятора Kappa Saphir. При более мелком измельчении данные зоны уменьшаются и исчезают.

Полученные значения забойного давления для всех рассматриваемых вариантов залежей квадратной формы с вертикальной скважиной и границами постоянного давления, а также сравнение с численным симулятором Kappa Saphir приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Сравнение значений забойного давления Kappa и Isobar

200x200 м^2		Isobar, атм	Kappa, атм	абс. разница, атм	отн. разница, %
k = 0.1	q = 0.5; 1; 1.5	160,889	159,320	1,569	0,975
k = 1	q = 10; 10; 10	160,831	159,314	1,517	0,943
k = 10	q = 6; 12; 18	278,209	278,316	0,107	0,038
k = 100	q = 6; 12; 18	297,457	297,483	0,026	0,009
1000x1000 м^2		Isobar, атм	Kappa, атм	абс. разница, атм	отн. разница, %
k = 0.1	q = 1; 1; 1	148,925	147,280	1,645	1,104

k = 1	q = 10; 10; 10	129,630	127,734	1,896	1,462
k = 10	q = 6; 12; 18	268,854	268,840	0,014	0,005
k = 100	q = 6; 12; 18	296,884	296,884	0,000	0,000

Как можно видеть, результаты моделирования хорошо согласуются между собой, и погрешность не превышает 2%.

3.2. Горизонтальная скважина

В данном случае рассматривается модель нефтегазовой залежи квадратной формы с одной горизонтальной скважиной (рисунок 5). Для приведённого примера размеры залежи составляют 200 x 200 м^2, тип границы - поддержание постоянного давления. Заданные параметры: q = 1, 1.5, 2 м^3/сут. на каждом временном шаге соответственно, k = 0.1 мД (координаты скважины: x = 0, y =0). Для данного случая была построена карта изобар пластового давления (рисунок 5), проведено сравнение с численным симулятором Kappa Saphir (рисунок 6).

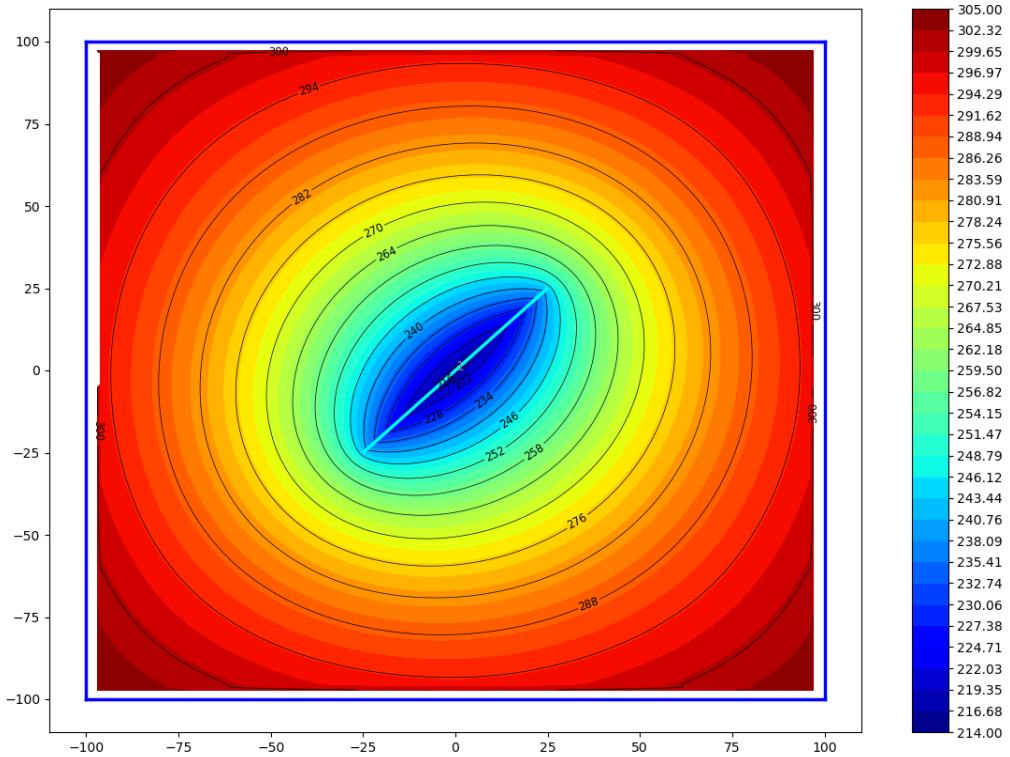

Рисунок 5 – Построенная карта изобар пластового давления, шкала значений в атм

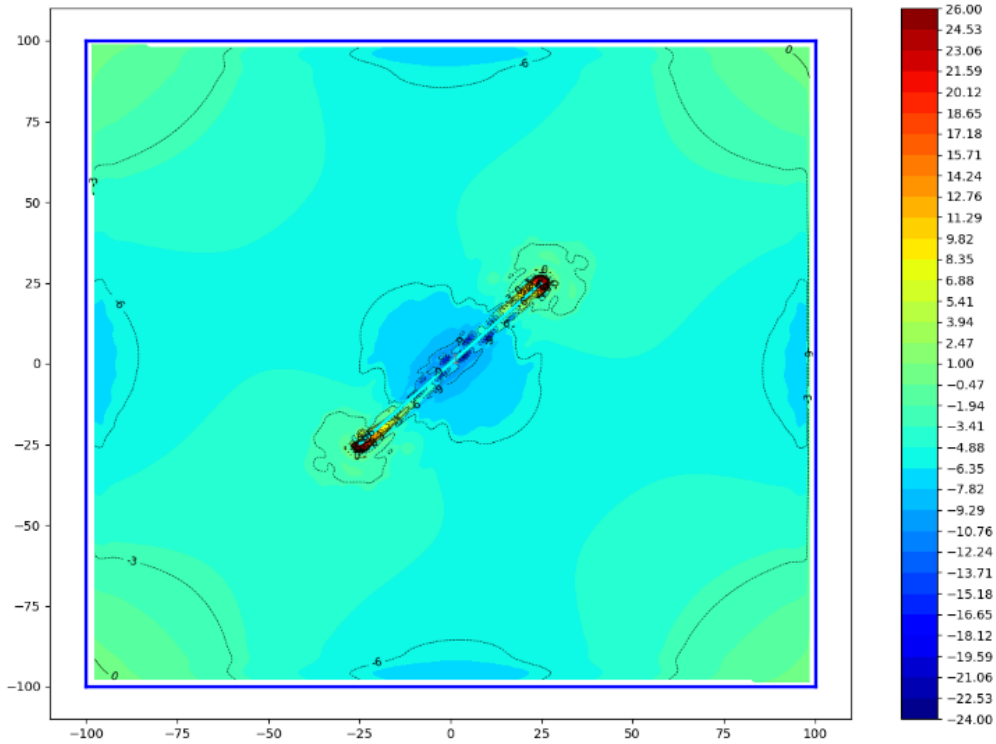

Рисунок 6 – Разница полей давления между Isobar и Kappa Saphir, шкала значений в атм

Наличие областей наибольшей по модулю разницы на концах скважины обусловлено размером сетки, выгружаемой из симулятора Kappa Saphir. При более мелком измельчении данные области уменьшаются.

Полученные значения забойного давления для всех рассматриваемых вариантов залежей квадратной формы с одной горизонтальной скважиной и границами постоянного давления, а также сравнение с численным симулятором Kappa Saphir приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Сравнение значений забойного давления Kappa и Isobar

200x200 м^2		Isobar, атм	Kappa, атм	абс. разница, атм	отн. разница, %
k = 0.1	q = 1; 1.5; 2	217,586	214,780	2,806	1,290
k = 1	q = 6;12;18	224,827	223,050	1,777	0,790
k = 10	q = 6;12;18	292,187	292,013	0,174	0,060
k = 100	q = 6;12;18	299,219	299,203	0,016	0,005
1000x1000 м^2		Isobar, атм	Kappa, атм	абс. разница, атм	отн. разница, %
k = 0.1	q = 1; 1.5; 2	199,680	196,399	3,280	1,643

k = 1	q = 6;12;18	174,260	170,464	3,796	2,179
k = 10	q = 6;12;18	286,470	286,125	0,345	0,120
k = 100	q = 6;12;18	298,646	298,612	0,034	0,011

Как можно видеть, результаты моделирования хорошо согласуются между собой, и погрешность не превышает 2,5%.

3.3. Вертикальная скважина с ГРП

В данном случае рассматривается модель нефтегазовой залежи квадратной формы с одной вертикальной скважиной с ГРП (рисунок 7). Для приведённого примера размеры залежи составляют 200 x 200 м^2, тип границы - поддержание постоянного давления. Заданные параметры: q = 6, 12, 18 м^3/сут. на каждом временном шаге соответственно, k = 1 мД (координаты скважины: x = 0, y =0). Для данного случая была построена карта изобар пластового давления (рисунок 7), проведено сравнение с численным симулятором Kappa Saphir (рисунок 8).

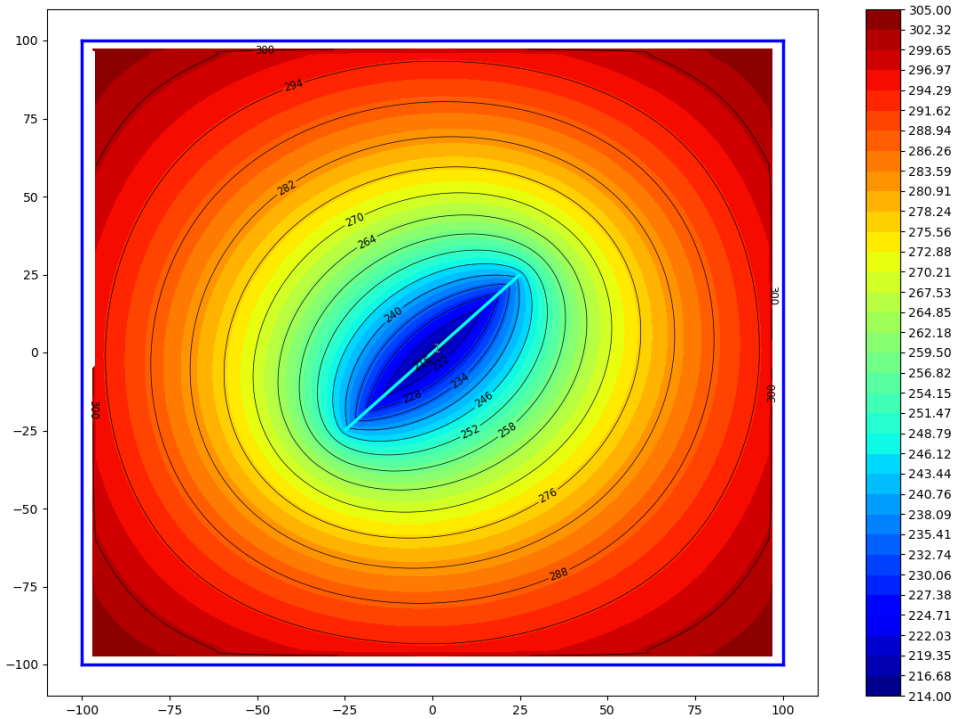

Рисунок 7 – Построенная карта изобар пластового давления, шкала значений в атм

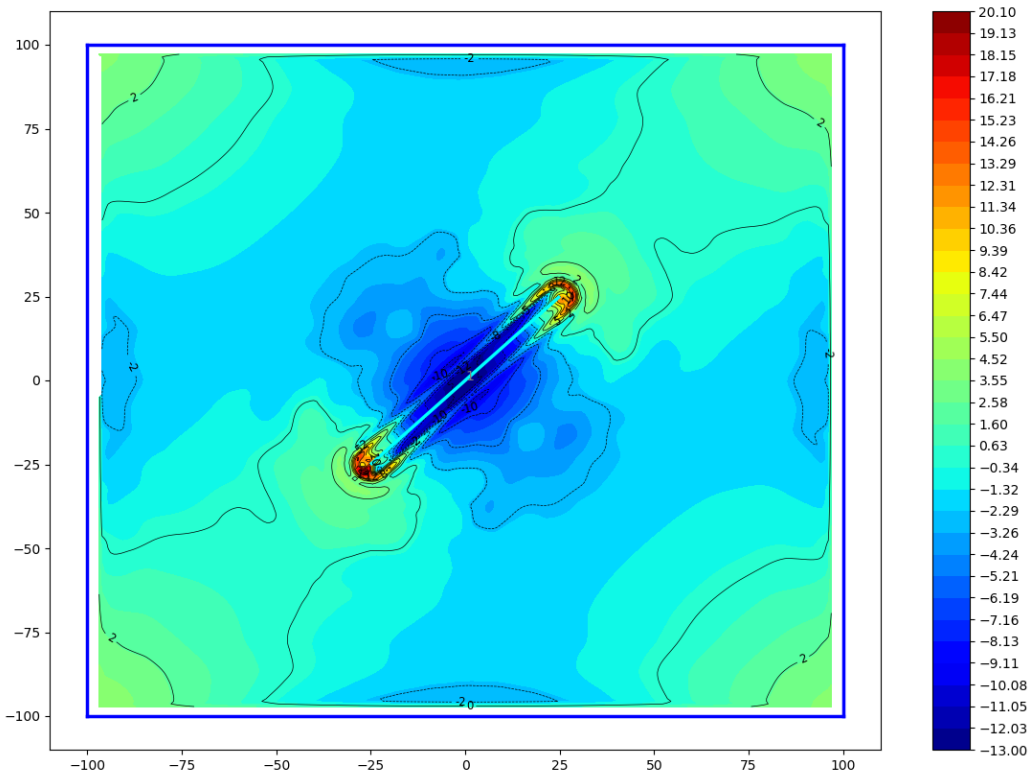

Рисунок 8 – Разница полей давления между Isobar и Kappa Saphir, шкала значений в атм

Наличие областей наибольшей по модулю разницы на концах скважины обусловлено размером сетки, выгружаемой из симулятора Kappa Saphir. При более мелком измельчении данные области уменьшаются.

Полученные значения забойного давления для всех рассматриваемых вариантов залежей квадратной формы с одной вертикальной скважиной с ГРП и границами постоянного давления, а также сравнение с численным симулятором Kappa Saphir приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Сравнение значений забойного давления Kappa и Isobar

200x200 м²		Isobar, атм	Kappa, атм	абс. разница, атм	отн. разница, %
k = 0.1	q = 1; 1.5; 2	217,586	231,009	13,423	5,810
k = 1	q = 6;12;18	224,827	237,677	12,851	5,407
k = 10	q = 6;12;18	292,187	293,457	1,270	0,433
k = 100	q = 6;12;18	299,219	299,348	0,129	0,043
1000x1000 м²		Isobar, атм	Kappa, атм	абс. разница, атм	отн. разница, %

k = 0.1	q = 1; 1.5; 2	199,680	213,173	13,493	6,330
k = 1	q = 6;12;18	174,260	185,666	11,406	6,143
k = 10	q = 6;12;18	286,470	287,626	1,157	0,402
k = 100	q = 6;12;18	298,646	298,763	0,117	0,039

Результаты расчета забойного давления для вертикальных скважин с ГРП показывают некоторое расхождение при низких проницаемостях, не превышающее 7%. Для более высоких значений проницаемости погрешность не превышает и 1%. Кроме того, размеры области не оказывают видимого влияния на схождение результатов.

3.4. Результат валидации модели

Таким образом, было проведено тестирование модели для нестационарного режима фильтрации (вертикальные скважины, горизонтальные скважины, вертикальные скважины с ГРП).

В случаях наличия только границ постоянного давления, модель, в сравнении с Kappa Saphir, даёт верный результат с высокой степенью точности. Граничные условия поддержания постоянного давления выполняются с высокой степенью точности.

При условии, если все границы залежи являются непроницаемыми, модель не даёт корректного решения в определённых случаях. Погрешность результатов в случае непроницаемых границ может быть вызвана тем, что вся закачиваемая жидкость остается в рассматриваемой области и не утекает в пласт. Таким образом, осуществляется неконтролируемый рост давления. В такой постановке выход на стационарный режим невозможен, что в итоге может приводить к погрешности в расчетах.

В связи с разными методами интерполяции изобар, а также использованием различных математических моделей, описывающих вертикальные скважины с ГРП (Isobar – модель равнопритока, Kappa Saphir – модель бесконечной проводимости), вокруг ствола горизонтальной скважины и трещины ГРП наблюдается существенная разница значений при сравнении двух методов построения

карт изобар пластовых давлений. Данная зона наблюдается всегда, но при измельчении расчётной сетки она уменьшается и прижимается к стволу горизонтальной скважины / трещине ГРП.

ГЛАВА 4. АНАЛИЗ И ТЕСТИРОВАНИЕ ДВУХФАЗНОЙ МОДЕЛИ

Для апробации реализованной методики был использован следующий синтетический тест, который представляет собой квадратный нефтегазовый пласт с двумя действующими добывающими скважинами радиусом r = 0.1 м, одна из них вертикальная, другая – скважина с ГРП. Границы области являются непроницаемыми, они расположены на достаточном расстоянии от скважин и за исследуемый промежуток времени (1 месяц) не оказывают сильного влияния на распространение воронки депрессии.

Для параметров нефти, скважины и пласта, определяющих нестационарный режим фильтрации, были приняты следующие значения:

- абсолютная проницаемость k = 0.1 мД,
- дебит q_1 = 0.35 м^3/сут, q_2 = 10 м^3/сут,
- эффективная толщина пласта h_1 = 4 м, h_2 = 12 м,
- начальное пластовое давление p_k = 300 атм,
- скин-фактор s = 0,
- пористость породы 0.115,
- динамический коэффициент вязкости: зависимость от давления (корреляция),
- объемный коэффициент нефти: зависимость от давления (корреляция),
- фазовая проницаемость нефти: зависимость от давления (корреляция),
- сжимаемость нефти и газа: зависимости от давления (корреляции).

На рисунке 9 изображена карта изобар давления в пласте на определённом временном промежутке, построенная с использованием входных данных. Синей линией представлен контур постоянного давления. Непроницаемые участки контура отображаются черным цветом. Добывающие скважины окрашены красным цветом, нагнетающие скважины окрашиваются голубым цветом. Цветовая палитра отвечает за значение порового давления в атмосферах.

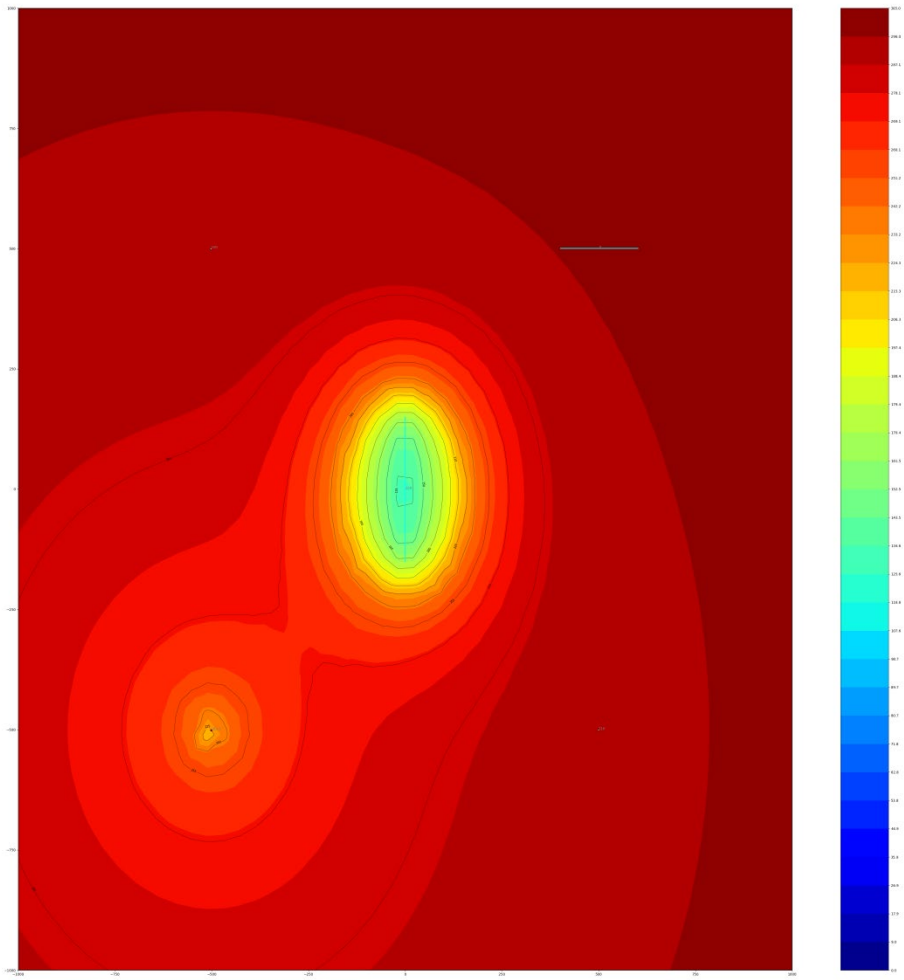

Рисунок 9 – Карта изобар

Также данный тестовый случай был построен в коммерческом симуляторе Kappa Saphir, который опирается на численный расчёт значений давления в сеточных узлах (элементах) и на интерполяцию между ними. На рисунках 10, 11 изображены графики забойного давления на скважинах, на рисунке 12 – карта изобар давлений в коммерческом симуляторе Kappa Saphir.

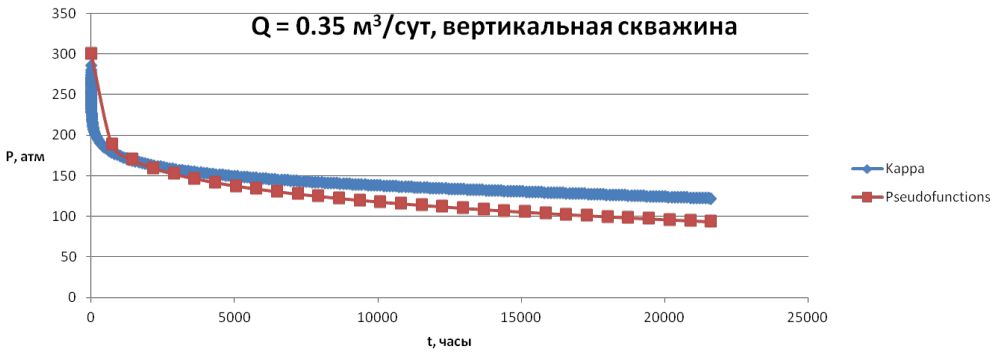

Рисунок 10 – График забойного давления для вертикальной скважины

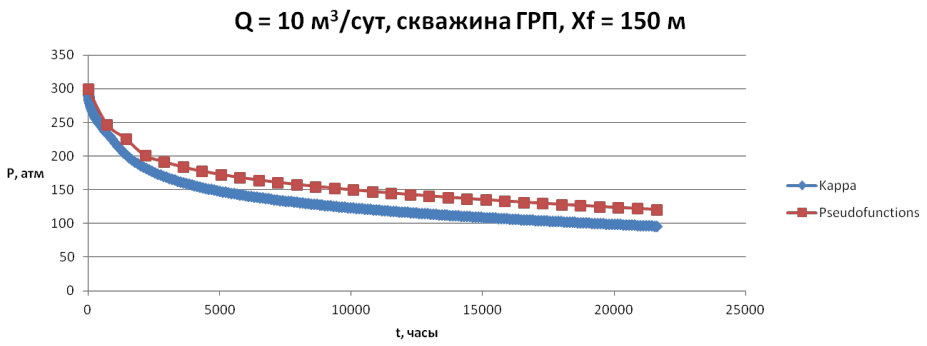

Рисунок 11 – График забойного давления для скважины ГРП

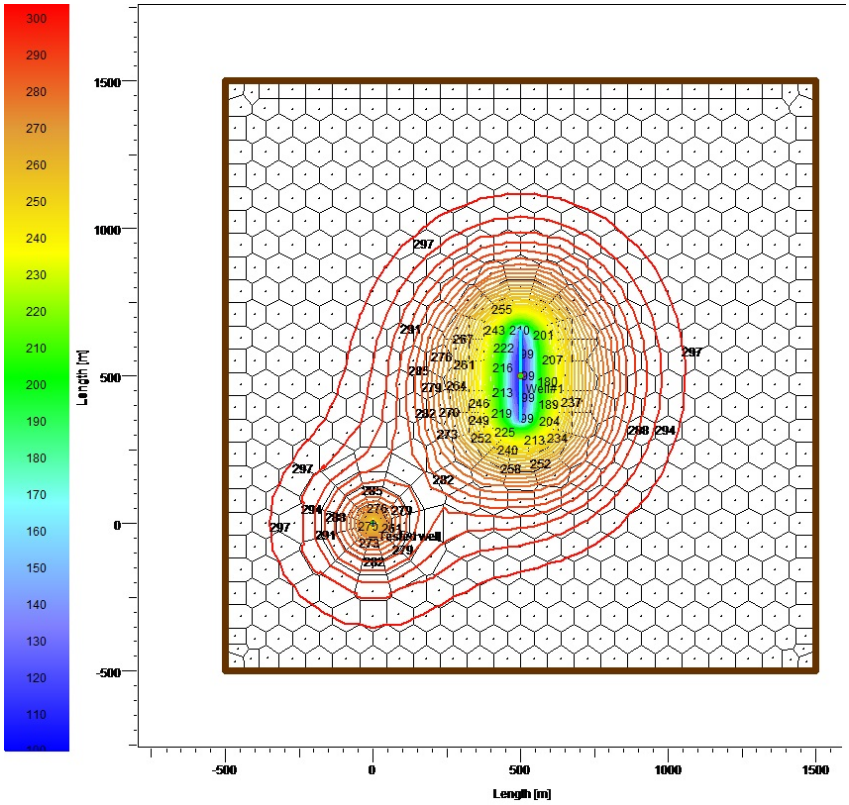

Рисунок 12 – Карта изобар давлений в коммерческом симуляторе Kappa Saphir

Таким образом, было проведено тестирование математической модели на синтетическом примере, состоящем из нефтегазового резервуара квадратной формы с двумя добывающими скважинами: вертикальной и скважиной с ГРП.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках выполнения работ по анализу и тестированию математической модели расчёта полей давлений в нефтегазовом пласте с использованием метода псевдофункций, разработки программного продукта были решены следующие задачи:

1. Исследована задача о движении нефти в пласте с однофазным нестационарным течением с зависимостью свойств нефти (плотности, вязкости, относительной проницаемости) от давления, а также задачу о движении газированной нефти в пласте.
2. Был применён метод псевдофункций для линеаризации уравнения пьезопроводности для данных моделей, разработана возможность влияния граничных условий (непроницаемых границ и границ постоянного давления) в нефтегазовом резервуаре на построение карт пластовых давлений с помощью МГЭ.
3. Проведён анализ и тестирование реализации математических моделей на примере синтетических тестов.

Было установлено, что данная модель с достаточной точностью отображает проходящий в пласте процесс фильтрации газированной нефти.

Необходимо отметить, что внутри программного исполнения метода псевдофункций осуществляется интерполяция значений давления и соответствующих им PVT-свойств газированной нефти на этапе перехода от решения задачи, выраженного в псевдофункциях, к решению в исходных переменных (давление и время). Это дополнительная процедура, недостатком которой в теории может быть накопление погрешностей в расчётах.

Также при распространении воронки падения давления возникает зона свободного газа, где происходит резкое изменение сжимаемости флюида. Реализованный подход учитывает это явление только частично и в этом смысле представляет собой лишь его физически обоснованную аппроксимацию.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

[1] Губанова А.Е. Моделирование поля давления методом граничных элементов в присутствии дизъюнктивных нарушений геологической структуры. Магистерская диссертация. – Москва, 2018.

[2] Тюнькин А.И. (ОАО «Новосибирскнефтегаз»), Мухаметзянов Т.М., Игнатов И.С., Им П.Т. (ООО «СИАМ-Инжиниринг»). Методика построения карт изобар с использованием результатов гидродинамических исследований и промысловых данных на примерах Верх-Тарского месторождения. / Тюнькин А.И. // Нефтяное хозяйство. – 2009. – Вып. № 5. – С. 66-69.

[3] Христианович С.А. О движении газированной жидкости в пористых породах / Христианович С.А. // Прикладная математика и механика. – 1941. – Т.5, вып. 2. – С.277-282.

[4] Христианович С.А. Фильтрация газов и жидкостей через пористые среды / Христианович С.А., Кочина П.Я. // План научно-исследовательских работ Академии наук Союза ССР на 1940 год. – М.; Л., 1940. – С.199-200.

[5] Юдин Е. В. Моделирование фильтрации жидкости в неоднородных средах для анализа и планирования разработки нефтяных месторождений. – Москва: Московский физико-технический институт. – 2014.

[6] Юдин Е.В., Губанова А.Е., Краснов В.А., Метод экспресс-анализа энергетического состояния пластов с дизъюнктивными нарушениями структуры. SPE-191582-18RPTC-MS.

[7] Разработка и апробация технологий прокси-моделирования энергетического состояния залежи: отчет о научно-исследовательской работе по заказу № НТЦ-20/08000/00728/Р-ГПН, Этап работ № 1, Санкт-Петербург: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (ФГАОУ ВО «СПбПУ»), 2020

[8] Разработка и апробация технологий прокси-моделирования энергетического состояния залежи: отчет о научно-исследовательской работе по заказу №

НТЦ-20/07000/00030/Р-ГПН, Этап работ № 1, Санкт-Петербург: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (ФГАОУ ВО «СПбПУ»), 2020

[9] Besson J. Performance of Slanted and Horizontal Wells on an Anisotropic Medium. SPE-20965-MS, October 1990.

[10] Chen H.-Y., Liu Yi, Asaad N. M. Horizontal-Well Productivity Equations With Both Uniform-Flux and Uniform-Pressure Wellbore Modes SPE-97190-MS, October 2005.

[11] Kikani J., Roland H. Application of boundary element method to reservoir engineering problems. Journal of Petroleum Science and Engineering, Volume 3, Issue 3,1989: 229-241.

[12] Larsen L. Wellbore pressures in reservoirs with constant-pressure or mixed no-flow/constant-pressure outer boundary. *J Pet Technol 36 (09): 1613–1616.*

[13] Ligget J. A., Liu P L.-F. Unsteady flow in confined aquifers: A comparison of two boundary integral methods. Water Resourses Research, August 1979: 861-866.

[14] Numbere D.T., Tiab D. An improved streamline-generating technique that uses the boundary (integral) element method. United States: N. p., 1988. SPE Res Eng 3 (03): 1061–1068.

[15] Valko P.P., Doublet L.E., Blasingame T.A. Development and Application of the Multiwell Productivity Index (MPI). SPE 51793, 2000.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. ВХОДНЫЕ И ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Входные данные для программы представляются в виде двух файлов Microsoft Excel: data.xlsx и PVT.xlsx.

Файл data.xlsx включает в себя 4 листа.

Первый лист «Лист1» (см. рисунок А.1) содержит информацию о вертикальных скважинах. Параметры каждой скважины заполняются в одну строку, пропусков между заполненными строками быть не должно. Для каждой скважины указывается ее номер, координаты (м), вязкость жидкости (сПа), эффективная толщина пласта (м), аболютнаая проницаемость (мД), скин-фактор, дебит жидкости ($м^3$/сут.). Оставлять незаполненными ячейки недопустимо, если не указано обратное. Задание нулевых вязкостей, толщины пласта, проницаемости неприемлемо.

На листе «Лист2» (см. рисунок А.2) указана информация о вертикальных скважинах с трещинами и горизонтальных скважинах. Параметры каждой скважины заполняются в одну строку, пропусков между заполненными строками быть не должно. Для каждой скважины указывается ее номер, координаты, полудлина трещины (для скважин с ГРП) (м), полудлина горизонтального ствола скважины (для горизонтальных скважин) (м), азимутальный угол расположения трещины (град.), вязкость жидкости (сПа), эффективная толщина пласта (м), абсолютная проницаемость (мД), скин-фактор, дебит жидкости ($м^3$/сут.). Параметр hw указывает на тип заканчивания скважины: 0 – скважина с ГРП, 1 – горизонтальная скважина. Оставлять незаполненными ячейки недопустимо, если не указано обратное. Задание нулевых вязкостей, толщины пласта, проницаемости, полудлины трещины, а также параметра hw неприемлемо.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Well_num	well_x	well_y	mu	h	K	Skin	Q_real	Q_real2	Q_real3
2	716	500	-500	0,7	9	0,1	0	42	15	15
3	162-1	-501	-501	0,7	4	0,1	0	0	0	0
4	20R	-502	500	0,7	10	0,1	0	0	0	0

Рисунок А.1 – Лист входных данных «Лист1»

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Frac_num	xc_frac	yc_frac	half_length	alpha	mu	h	K	hw	Q_frac	Q_frac2
2	128	0	0	150,0	0	0,7	12	0,1	0	5,45	5
3	0	501	501	100,0	90	0,7	10	0,1	0	5,45	5

Рисунок А.2 – Лист входных данных «Лист2»

На листе «Лист3» (см. рисунок А.3) указана информация о координатах точек контура месторождения. Указывается тип границы: 0 – непроницаемая граница, 1 – граница постоянного давления.

coord_x	coord_y	bound_type
440472	7058818	1
440472	7062326	1
443972	7062326	1
443972	7058818	1

Рисунок А.3 – Лист входных данных «Лист3»

На листе «Лист4» (см. рисунок А.4) указана информация о координатах точек разломов. В конце списка точек каждого разлома (даже последнего) добавляется строка, в каждой из заполняемых ячеек которой указывается ключ – «%». Указывается тип границы: 0 – непроницаемая граница, 1 – граница постоянного давления. Имейте в виду, что первая и последняя точка разлома соединяются отрезком, образуя замкнутый контур.

coord_x	coord_y	bound_type
298547,4	5790129	0
298763,1	5790146	0
299027,3	5790145	0
299155,7	5790155	0
%	%	%

Рисунок А.4 – Лист входных данных «Лист4»

Файл PVT.xlsx включает в себя 9 листов, содержащие относительные фазовые проницаемости двух фаз флюида в зависимости от газонасыщенности ($K_{ro}(S_g)$ – для нефти и $K_{rg}(S_g)$ – для газа); зависимость газосодержания $R_s(P)$ от давления; а также корреляции объёмного коэффициента, вязкости и сжимаемости и для нефти, и для газа в зависимости от давления. Ряд значений давлений для корреляций должен начинаться с нуля и охватывать все возможные значения

порового давления в пласте. Ряд значений газонасыщенности для корреляций ОФП должен лежать в промежутке от 0 до 1.

Запуск приложения осуществляется посредством запуска исполняемого файла *unsteady_cpp_full.py*, который содержит в себе исходный код программной реализации прокси-модели.

Результаты расчета программы записываются в папку Result/ (см рисунок А.5), в виде набора файлов типа «H_tp for well <x>, <y>.xlsx», включающих в себя результат расчёта псевдодавления и забойного давления на скважинах, файлов типа «MapGrid*.txt», представляющих собой расчёт порового давления в резервуаре по сетке из точек, а также изображений в разрешении «map*.png» являющихся картами изобар давления в пласте на каждом из временных промежутков.

Имя	Дата изменения	Тип	Размер
H_(tp) for well 0 , 0	10.03.2021 11:04	Лист Microsoft Ex...	11 КБ
H_(tp) for well 501 , 501	10.03.2021 11:04	Лист Microsoft Ex...	10 КБ
map1	10.03.2021 11:41	Файл "PNG"	238 КБ
MapGrid1	10.03.2021 11:32	Текстовый докум...	188 КБ

Рисунок А.5 – Содержимое папки Result/

В файле MapGrid.txt (см. рисунок А.6) сохранены значения порового давления в узлах расчетной сетки. В первом и втором столбцах указаны координаты по оси *Ox* и *Oy* соответственно. В третьем столбце представлены значения порового давления в точке.

MapGrid.txt

```
440547.0 7058893.0 390.992142
440547.0 7059043.0 390.961717
440547.0 7059193.0 390.883373
440547.0 7059343.0 390.702288
440547.0 7059493.0 390.336864
440547.0 7059643.0 389.681098
440547.0 7059793.0 388.628946
440547.0 7059943.0 387.119435
440547.0 7060093.0 385.183898
440547.0 7060243.0 382.965921
440547.0 7060393.0 380.69834
440547.0 7060543.0 378.646779
440547.0 7060693.0 377.043633
440547.0 7060843.0 376.038649
440547.0 7060993.0 375.684673
440547.0 7061143.0 375.957164
440547.0 7061293.0 376.787443
440547.0 7061443.0 378.089894
440547.0 7061593.0 379.77657
440547.0 7061743.0 381.763065
440547.0 7061893.0 383.971232
440547.0 7062043.0 386.331066
440547.0 7062193.0 388.780696
440697.0 7058893.0 390.987942
440697.0 7059043.0 390.929805
440697.0 7059193.0 390.74529
440697.0 7059343.0 390.281615
440697.0 7059493.0 389.291721
440697.0 7059643.0 387.433993
440697.0 7059793.0 384.34284
```

Рисунок А.6 – Файл MapGrid.txt

В файле «H_tp for well <x>, <y>.xlsx» (см. рисунок А.7) сохранены результаты расчёта псевдодавления и забойного давления на скважинах.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		P	ko	μo	Bo	Sg	H(P)	co	cg	C	tp	μo*Bo*C/ko	t
2	0	300	0,1	0,65499	1,74252	0	166,515	2,18E-09	1,41E-08	2,68E-09	0	3,05446E-08	0
3	1	247,203	0,1	0,60801	1,76498	0	111,985	2,64E-09	2,16E-08	3,14E-09	2435153	3,37063E-08	2611012
4	2	225,575	0,08079	0,62166	1,72841	0,02393	90,1939	1,68E-09	2,67E-08	2,18E-09	4773571	2,90083E-08	5013048
5	3	200,788	0,06678	0,68988	1,62399	0,04376	71,4516	2,6E-09	3,51E-08	3,1E-09	7438924	5,19645E-08	8278462

Рисунок А.7 – Файл «H_tp for well <x>, <y>.xlsx»

На рисунке А.8 из файла «map*.png» изображена карта изобар давления в пласте на определённом временном промежутке, построенная с использованием входных данных. Синей линией представлен контур постоянного давления. Непроницаемые участки контура отображаются черным цветом. Добывающие скважины окрашены красным цветом, нагнетающие скважины окрашиваются

голубым цветом. Цветовая палитра отвечает за значение порового давления в атмосферах.

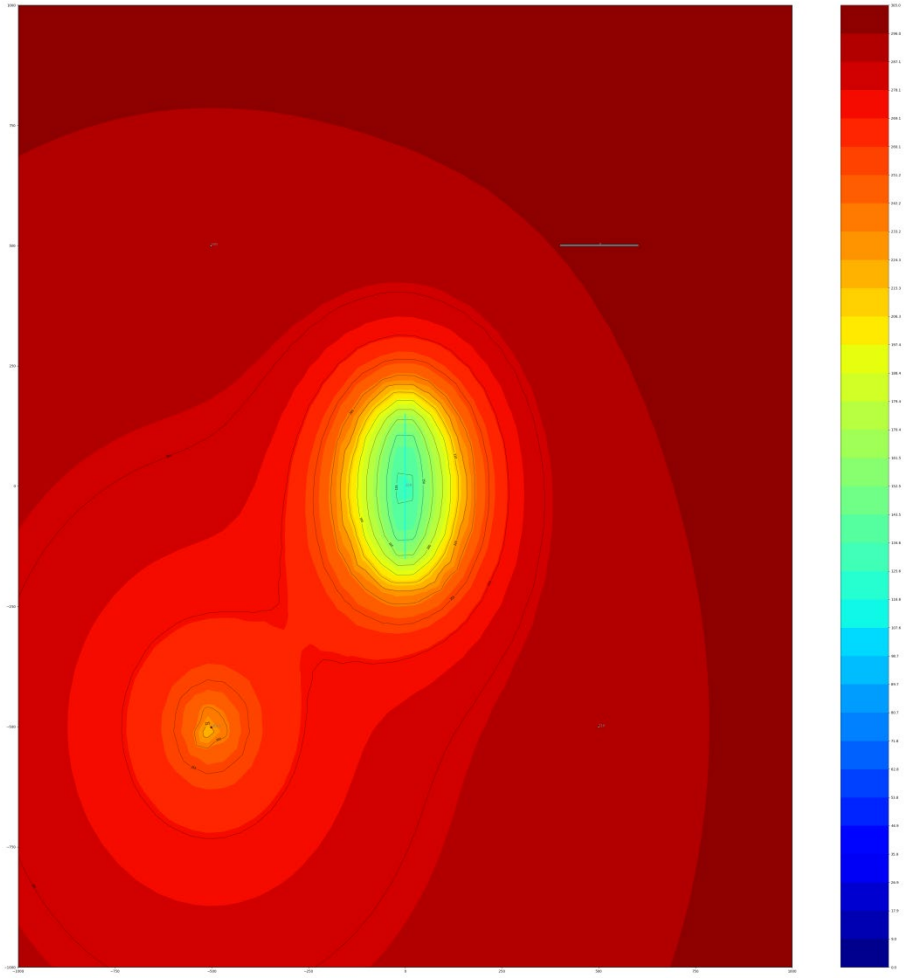

Рисунок А.8 – Файл «map*.png»