Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

**Кафедра «Теоретическая механика»**

**КУРСОВАЯ РАБОТА**

**Исследование свободных и вынужденных колебаний**

 **механической системы с двумя степенями свободы**

по дисциплине «Языки программирования»

Выполнил

студент гр.23632/1 Куаге Нжики.Ж.И

Руководитель

ассистент А.Ю. Панченко

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2018 г.

Санкт-Петербург

2018

**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |  |
| --- | --- |
| Введение. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  | 3 |
| 1. Исследование свободных колебаний . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 4 |
| 1.1. Постановка задачи . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  | 4 |
| 1.2. Решение . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  | 5 |
| 2. Визуализация . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 7 |
| Заключение. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  | 8 |
| Список использованной литературы . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  | 9 |

**ВВЕДЕНИЕ**

**Колебания** – движения, которые точно или приблизительно повторяются во времени. В технике и в окружающем нас мире часто приходится сталкиваться с такими процессами. Примерами колеблющихся объектов могут служить - маятник часов, струна скрипки или фортепиано, вибрации автомобиля. Колебательные явления различной физической природы подчиняются общим закономерностям. Например, колебания тока в электрической цепи и колебания математического маятника могут описываться одинаковыми уравнениями. Общность колебательных закономерностей позволяет рассматривать колебательные процессы различной природы с единой точки зрения.

 Различают различные виды колебаний в зависимости от подчёркиваемых свойств систем с колебательными процессами.

По физической природе:

* Механические (звук, вибрация).
* Электромагнитные (свет, радиоволны, тепловые).
* Смешанного типа — комбинации вышеперечисленных.

**По характеру взаимодействия с окружающей средой:**

• *Свободные (или собственные)* — это колебания в системе под действием внутренних сил после того, как система выведена из состояния равновесия (в реальных условиях свободные колебания всегда затухающие). Простейшими примерами свободных колебаний являются колебания груза, прикреплённого к пружине, или груза, подвешенного на нити.

**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Определить частоты малых свободных колебаний и формы главных колебаний системы с двумя степенями свободы, пренебрегая силами сопротивления, массами пружин и моментами инерции скручиваемых валов.

Рассмотреть колебания этой же системы под действием возмущающего момента,

 **ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ**

**Схема установки:**

 

**Данные:**

m1 =30кг; m2 =30кг; m3=30кг; R=0.4 м;

с1=2\*104 Н/рад; c2=1\*104 H/рад; c3=2\*104 H/см;

**Решение:**

За обобщенные координаты примем:

φ 1– угол поворота первого диска.

φ2 – угол поворота второго диска.

Найдем кинетическую и потенциальную энергии системы.

Кинетическая энергия системы состоит из кинетической энергии дисков и балки:

$$T=Т1+Т2+Т3$$

T1=$\frac{1}{4}$m1R2 $\dot{φ }$12

T2=$\frac{9}{64}$m2R2 $\dot{φ }$22

T3=$\frac{9}{64}$m3R2 $\dot{φ }$22

T=$\frac{1}{4}$m1R2 $\dot{φ }$12 + $\frac{9}{64}$(m3 + m2)R2 $\dot{φ }$22

Вычислим потенциальную энергию системы, как сумму потенциальной энергии стержней и пружин:

П= П1 + П2 + П3

П1=$\frac{1}{2}$с1 φ12; П2=$\frac{1}{2}$с2 (φ2 – φ1)2 ; П3=$\frac{9}{16}$с3 φ22 ;

П = $\frac{1}{2}$(с1+с2) φ12 – с2 φ1 φ2 + $\frac{1}{2}$(с2+$\frac{9}{8}$с3)φ22

Пишем выражение функции Лагранжа

L = T – П = $\frac{1}{4}$m1R2 $\dot{φ }$12 + $\frac{9}{64}$(m3 + m2)R2 $\dot{φ }$22 - $\frac{1}{2}$(с1+с2) φ12 + с2 φ1 φ2 - $\frac{1}{2}$(с2+$\frac{9}{8}$с3) φ22

L=$\frac{1}{2}$ a11 $\dot{φ }$12 + a12 $\dot{φ }$1 $\dot{φ }$2 + $\frac{1}{2}$a22 $\dot{φ }$22 - $\frac{1}{2}$c11 φ12 – с12 φ1 φ2 - $\frac{1}{2}$c22 φ22

a11=$\frac{1}{2}$m1R2; a12=0; a22=$\frac{9}{32}$(m3 + m2)R2; c11= с1+с2 ; с12=- с2;

c22= с2+$\frac{9}{8}$с3;

По сколку наша система консервативная уравнения Лагранжа имеют вид:

$\frac{d}{dt}$ ( $\frac{∂L}{∂\dot{φ }1}$) - $\frac{∂L}{∂φ1}$ = 0

$\frac{d}{dt}$ ( $\frac{∂L}{∂\dot{φ }2}$) - $\frac{∂L}{∂φ2}$ = 0

a11$\ddot{φ}$1 + c11$ φ$1 + c12 $φ$2 = 0

a22$\ddot{φ}$2 + c22$ φ$2 + c12 $φ$1 = 0

Решения будем искать в виде $φ$1 = A1 $\sin((kt+β))$; $φ$2 =A2 $\sin((k t+β))$

Поставим эти решения в систему получаем СЛАУ с неизвестными A1 и A2

-a11k2A1 + c11 A1 + c12 A2 = 0

-a22k2A2 + c22 A2 + c12 A1 = 0

Определитель этой системы должен равняться нулю

(c11 – a11k2) (c22 – a22k2) – c122 = 0

Получаем 2 значения частота К1=103 (1/с) , К2=153,5(1/с)

Уравнения, определяющие перовое главное колебание примет вид:

𝛗11 =А11 $\sin((K1t+β1))$, 𝛗12 =А12 $\sin((K1t+β1))$

Уравнения, определяющие второе главное колебание примет вид:

𝛗21 =А21 $\sin((K2t+β2))$, 𝛗22 =А22 $\sin((K2t+β2))$

Коэффициенты распределения, соответствующие частотам *k1 , k2* имеют вид:

µ1=(a11k1 2 – c11)/c12=0.45 (рад/м),

µ2=(a11k2 2 – c11)/c12=-2,65 (рад/м)

Общее решение дифференциальных уравнений представляет собой сумму частных решений:

$φ$1 = А11 $\sin((103t+β1))$ + А12 $\sin((153,5 t+β1))$

$φ$2 = µ1 А11 $\sin((103t+β1))$ + µ2 А12 $\sin((153,5 t+β1))$

Значения А11 , А12 ,$ β1$ ,$ β2$ находятся из начальных условий задачи.

**ВИЗУАЛИЗАЦИЯ**

Делаем визуализацию для одной из зависимостей, рассмотренных в нашей задаче q(t).

Для этого используем языки программирования javascript и HTML(canvas).

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

JavaScript без труда позволяет визуализировать решение задач теоретической механики, рассматривать результат с различными начальными данными. Главным преимуществом языка является несложный синтаксис, что упрощает реализацию.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

* Яблонский А.А. Сборник задач для курсовых работ по Теоретической Механике
* http://tm.spbstu.ru/%D0%9A%D0%B0%D1%84%D0%B5%D0%B4%D1%80%D0%B0\_%22%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B5%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F\_%D0%BC%D0%B5%D1%85%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B0%22
* Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний