



Санкт-Петербургский политехнический университет  
Петра Великого

## **КУРСОВАЯ РАБОТА**

### **Исследование критической скорости флаттера крыла Clark YH 8%**

Абрамов Игорь Алексеевич,  
Бальцер Анастасия Никоновна,  
2 курс, кафедра "Теоретическая механика"  
специальность 01.03.03  
"Механика и математическое  
моделирование"

Санкт-Петербург  
2017

## **Оглавление**

Введение .....	3
Краткие сведения о явлении флаттера.....	4
Теоретическая часть задачи.....	7
Визуализация флаттера крыла.....	10
Выводы.....	11
Список литературы.....	12

## **Введение**

При движении самолета на определенной скорости возникает флаттер, который характеризуется нарастающими автоколебаниями различных упругих частей самолета: крыльев, элеронов, закрылок, рулей поворота, рулей высоты и др. Флаттер приводит к быстрому разрушению всего самолета в целом. Одним из решений этой проблемы, является расчет критической скорости (скорость флаттера), которую самолет не должен превысить.

В рамках этой работы были поставлены задачи:

- Изучить задачу о крутильно-изгибном флаттере крыла при дозвуковых скоростях, пренебрегая некоторыми аэродинамическими параметрами
- Создать интерактивную модель этого процесса на JavaScript с помощью библиотеки three.js

В данной работе выполнен расчет критической скорости крыла Clark YH 8%, при этом есть возможность изменять характеристики крыла и угол атаки для исследования критической скорости и наблюдением за колебаниями системы.

## **Краткие сведения о явлении флаттера**

Флаттер — явление аэроупругости, одна из разновидностей вибраций — незатухающих упругих колебаний частей летательного аппарата, возникающих в полёте при скорости полёта, достигшей некоторого определённого значения — критической скорости флаттера  $v_{\text{кр}}$ . Эти колебания порождаются аэродинамическими воздействиями и относятся к автоколебаниям. Для своего возникновения они не требуют каких-либо периодических внешних воздействий и могут появляться внезапно и при установившемся полёте в спокойном воздухе; достаточно лишь случайного начального импульса, даже весьма малого. В зависимости от того, в какой части конструкции возникают наиболее интенсивные вибрации, самолёт может быть подвержен различным формам флаттера: крыла, оперения, элеронов, рулей и др. Флаттер может возникать также на ракетах, несущих винтах вертолетов, лопастях воздушных винтов, лопатках турбин и компрессоров.

С точки зрения теории колебаний летящий самолёт представляет собой потенциально автоколебательную систему, источником энергии в которой служит набегающий поток, а обратная связь реализуется благодаря той упругости, которой обладает конструкция самолёта. Флаттер среди автоколебаний и вообще среди многочисленных видов вибраций, которым подвержены самолеты, представляет особую опасность, заключающуюся в том, что возникающие при этих интенсивных колебаниях динамические напряжения, а конструкции могут быстро (иногда в течение нескольких секунд) достигнуть разрушающих, результатом чего является разрушение летательного аппарата в полёте. Поэтому возникновение флаттера любой формы недопустимо.

Флаттер стал препятствием на пути создания скоростной авиации. Развитие скоростной авиации во всём мире сопровождалось большим числом катастроф и аварий в результате возникновения флаттера.

Флаттер характеризуется критической скоростью, видом колебаний, частотой. Для конкретного самолёта существует вполне определённая для данной высоты полёта скорость полёта  $v = v_{\text{кр}}$ . Критическая скорость  $v_{\text{кр}}$  — «внутренняя» характеристика, присущая конкретному аппарату данной конструкции (подобно собственной частоте, массе и пр.). Значение  $v_{\text{кр}}$  с заданными обводами определяется массовыми и жёсткостными характеристиками конструкции. При этом влияние внутреннего трения конструкции в большинстве случаев пренебрежимо мало. Колебания конструкции при флаттере происходят по меньшей мере с двумя степенями свободы, что возможно, если конструкция способна колебаться по двум (или более) различным формам. Частота флаттера близка к частотам первых тонов собственных колебаний конструкции. Колебания могут происходить на любых, в том числе и на малых, углах атаки и при безотрывном обтекании несущей поверхности. Эти особенности флаттера определяют способы его предотвращения на самолёте. Среди них главное место занимают те способы, которые так изменяют «внутренние» свойства конструкции, что нарушается или ослабляется связь между степенями свободы, то есть совместность колебаний по различным формам (примером может служить весовая балансировка).

Основной критерий безопасности от флаттера — соотношение между критической скоростью  $v_{\text{кр}}$  и максимальной (предельной) скоростью полёта  $v_{\text{пред}}$ , которую может достигнуть самолёт.  $v_{\text{кр}}$  должна превышать  $v_{\text{пред}}$  в некоторое число  $k$  раз;  $k$  — коэффициент запаса, задаваемый нормами прочности. Это условие должно выполняться не только в исходном варианте конструкции, но и при некотором изменении её параметров. Поэтому наряду с запасом по скорости конструкция должна иметь запасы по значению параметров. Значение  $v_{\text{кр}}$  зависит от целого ряда конструктивных параметров самолёта: жёсткости, относительной толщины профиля, размещения масс, положения и способа крепления двигателей, степени весовой балансировки

органов управления и др. Эта зависимость не монотонна, и изменение какого-либо параметра в одну и ту же сторону может в одних случаях приводить к увеличению  $v_{kp}$ , а в других — к снижению. В ряде случаев даже малое изменение конструктивного параметра влечёт за собой весьма сильное изменение  $v_{kp}$ .

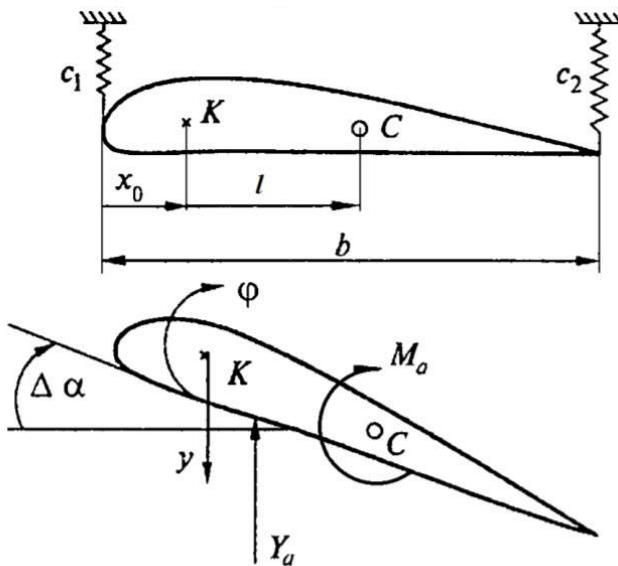
Изменением конструктивных параметров самолёта  $v_{kp}$  всегда может быть увеличена. Например, для изгибно-крутильного флаттера крыла к увеличению  $v_{kp}$  приводят: одновременное увеличение всех жёсткостей конструкции; увеличение жёсткости кручения крыла, приводящее к повышению частоты его крутильных колебаний; перемещение вперёд линии центров масс сечений крыла; уменьшение разноса масс по хорде (в особенности к концу крыла); увеличение сужения крыла; рациональные размещения больших сосредоточенных грузов на крыле (двигатель, баки, шасси и др.); увеличение жёсткости заделки корневого сечения.

Основная задача модельных испытаний и расчёта на флаттер — определить  $v_{kp}$  и убедиться в том, что для всех высот кривая наименьших  $v_{kp}$  данного ЛА лежит (с известным запасом) правее заданной техническими требованиями кривой  $v_{pred}$  (или, что вообще  $v_{kp}$  не существует, является мнимой величиной).

Определяя  $v_{kp}$  при различных значениях конструктивных параметров, устанавливают границу устойчивости. В результате испытаний и расчётов на флаттер определяют запасы по скорости полёта и запасы по параметрам. Другая основная задача испытаний и расчётов — подбор весовой балансировки.

## Теоретическая часть задачи

При флаттере крыло совершает сложные гармонические колебания. Ограничимся в первом приближении рассмотрением плоских колебаний крыла в потоке воздуха. Так как конструкция реального крыла, состоящая из разного рода элементов (закрылки, элероны и т.д.), достаточно сложная, то рассмотрим его в виде жесткой модели крыла с упругими связями.



Предположим, что система имеет две степени свободы, причем пружины (упругие связи) обеспечивают только вертикальные движения точек крепления крыла.

Здесь К — центр жесткости, С — центр тяжести крыла,  $c_1$  и  $c_2$  — коэффициенты жесткости крыла. За обобщенные координаты примем:  $y$  — линейную координату отклонения центра жесткости крыла при изгибе,  $\varphi$  — угловую.

При расчетах для крыла Clark-YH-8% геометрические и аэродинамические характеристики были взяты из справочника авиационных профилей.

Составим систему из двух дифференциальных уравнений колебаний крыла, применив для этого уравнения Лагранжа II рода, где обобщенными силами будут потенциальные силы упругой связи и аэродинамические силы, тогда получим:

$$\ddot{y} + b_{11}\dot{y} + c_{11}y + a_{12}\ddot{\varphi} + c_{12}\varphi = 0,$$

$$\ddot{y} + b_{21}\dot{y} + a_{22}\ddot{\varphi} + c_{22}\varphi = 0,$$

$$\begin{aligned} a_{12} &= l, & b_{11} &= \frac{1}{m} \frac{\rho v^2}{2} S c_y^\alpha \frac{1}{v}, & c_{11} &= \frac{1}{m} (c_1 + c_2), \\ a_{22} &= \frac{J}{ml}, & b_{21} &= -\frac{1}{ml} \frac{\rho v^2}{2} S c_m^\alpha \frac{1}{v}, & c_{12} &= \frac{1}{m} \frac{\rho v^2}{2} S c_y^\alpha, \\ & & c_{22} &= -\frac{1}{ml} \left( c - \frac{\rho v^2}{2} S c_m^\alpha \right). \end{aligned}$$

Решение полученной системы уравнений будем разыскивать в виде  
 $y = Ae^{\lambda t}, \varphi = Be^{\lambda t}$

$$\begin{aligned} A(\lambda^2 + \lambda b_{11} + c_{11}) + B(\lambda^2 a_{12} + c_{12}) &= 0, \\ A(\lambda^2 + \lambda b_{21}) + B(\lambda^2 a_{22} + c_{22}) &= 0 \end{aligned}$$

Для ненулевого решения определитель системы уравнений должен быть равен нулю:  $a_0\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0$  – характеристическое уравнение

$$\begin{aligned} a_0 &= a_{22} - a_{12}, & a_1 &= b_{11}a_{22} - b_{21}a_{12}, & a_2 &= c_{22} + c_{11}a_{22} - c_{12}, \\ a_3 &= b_{11}c_{22} - b_{21}c_{12}, & a_4 &= c_{11}c_{22}. \end{aligned}$$

Заключение об устойчивости или неустойчивости системы можно сделать, применив критерий устойчивости Гурвица. Для устойчивости уравнения четвертого порядка необходимо, что бы определитель  $\Delta_3$  был больше нуля и все коэффициенты характеристического уравнения также были больше нуля:

$$\Delta_3 = a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 > 0,$$

$$a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0.$$

$$\begin{aligned} a_0 &= a_{22} - a_{12} = \frac{J - l^2 m}{ml} = \frac{J_c}{ml}, \\ a_1 &= b_{11}a_{22} - b_{21}a_{12} = \frac{1}{mv} \frac{\rho v^2}{2} S \left( c_y^\alpha \frac{J}{ml} + c_m^\alpha \right), \\ a_2 &= c_{22} + c_{11}a_{22} - c_{12} = \frac{1}{ml} \left[ c + l \frac{c_1 + c_2}{m} J - \frac{\rho v^2}{2} S (c_m^\alpha + l c_y^\alpha) \right], \\ a_3 &= b_{11}c_{22} - b_{21}c_{12} = \frac{c}{m^2 lv} \frac{\rho v^2}{2} S c_y^\alpha, \\ a_4 &= c_{11}c_{22} = \frac{1}{m^2 l} \left[ (c_1 + c_2) \left( c - \frac{\rho v^2}{2} S c_m^\alpha \right) \right]. \end{aligned}$$

Из полученных выражений ясно, что при постоянном значении величины  $l$ , знаки коэффициентов  $a_0, a_1, a_3$  не зависят от скорости полета  $v$ , знаки коэффициентов  $a_2, a_4$ , наоборот, зависят от скорости  $v$ .

Расчеты показывают, что условие положительности коэффициентов выполняются автоматически, а критическая скорость определяется из численного решения неравенства.

## **Визуализация флаттера крыла**

Визуализация осуществляется посредством программы, написанной на языке javascript с использованием графической библиотеки three.js. В файле constants.js массивом задаются координаты точек профиля крыла при значении хорды крыла 1. В этом же файле массивом задаются безразмерные константы, используемые при расчёте подъёмной силы и закручивающего момента, действующего на крыло, для разных значений углов атаки.

В файле physics.js рассчитываются координаты центра жёсткости и центра масс крыла, определяется момент инерции относительно оси z и рассчитывается критическая скорость флаттера.

В файле flutter.html на страницу с проектом добавляются управляющие элементы, управление камерой и происходит отрисовка крыла. Крыло инициализируется массивом точек, количество которых можно изменять, с помощью параметра numZ. Этот параметр отвечает за количество разбиений крыла на отдельные профили по оси Z. Так как каждый профиль задаётся программно и отрисовывается отдельно, данная визуализация позволяет в будущем имитировать колебания и распределение нагрузок на отдельных срезах крыла, число которых можно менять. Этот факт, а также возможность изменения профилей крыла и их аэродинамических характеристик в совокупности с автоматическим пересчётом других необходимых физических параметров задаваемого профиля делает программу удобным стартом для дальнейших проектов по изучению сил и моментов, действующих на крыло при более точном моделировании физики жёсткости крыла и набегающих потоков.

## **Выводы**

В результате была создана модель флаттера крыла на JavaScript, в которой можно изменяя внутренние и внешние параметры системы, узнать критическую скорость. Разумеется, эта модель не является полностью реальной, для ее построения был принят ряд допущений, не приняты во внимание некоторые аэродинамические параметры и силы.

В перспективе развития проекта можно более тщательно проработать физическую сторону задачи, чтобы сделать модель более точной.

## **Список литературы**

1. А. А. Кузнецов, А. А. Матросов «Условия возникновения флаттера крыла самолета АН-124-100» (№1(1) 2016 «Молодой исследователь Дона»)
2. Справочник авиационных профилей
3. В.А. Бернс, Е.Г. Подружин, Б.К. Смирнов «Конструкция и расчёт элементов планера самолёта на прочность. Крыло.» Новосибирский государственный технический университет, 2000 г.
4. Jos Dirksen «Learning Three.js. The JavaScript 3D Library for WebGL»