

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
Институт прикладной математики и механики
Кафедра «Теоретическая механика»

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

по дисциплине «Компьютерные технологии в механике»

Моделирование разбивания пирамиды бильярдных шаров

Выполнил
студент гр.53604/2

Г.А. Мирошник

Проверил
Доцент, к.ф.-м.н

А.А. Ле-Захаров

«___» декабря 2015 г.

Санкт-Петербург

2015

Оглавление

Постановка задачи	3
Исходные данные.....	3
Порядок выполнения работы.....	4
Результаты и анализ результатов	5
Выводы.....	8
ЛИТЕРАТУРА.....	9

Постановка задачи

Создать средство моделирования процесса разбивания пирамиды бильярдных шаров, проанализировать полученную модель.

В качестве модели взаимодействия шаров между собой был выбран потенциал Леннард-Джонса – модель парного взаимодействия неполярных сферических молекул, описывающая взаимодействие двух частиц в зависимости от расстояния между ними.

Силовой потенциал описывается формулой:

$$F(r) = D \left[\left(\frac{a}{r} \right)^{12} - \left(\frac{a}{r} \right)^6 \right]$$

где D – энергия связи, a – длина связи (расстояние), r – расстояние между частицами

Сила взаимодействия, соответствующая этому потенциалу вычисляется по формуле:

$$F(r) = \frac{12 \cdot D}{a} \left[\left(\frac{a}{r} \right)^{13} - \left(\frac{a}{r} \right)^7 \right]$$

Так как в данной модели тела взаимодействуют только при «пересечении» границ друг друга, взаимодействие шаров будет описываться следующим образом:

$$\begin{cases} F(r) = \frac{12 \cdot D}{a} \left[\left(\frac{a}{r} \right)^{13} - \left(\frac{a}{r} \right)^7 \right], & a > r \\ F(r) = 0, & a < r \end{cases}$$

Исходные данные

Энергия связи, масса и диаметр шара приняты за 1.

Диаметр бильярдного шара – 63 мм, а размеры игрового поля стола – 2.2x1.1 м, что в пересчёте даёт поле 32x16 диаметров.

Считаем, что используется стол для игры в карамболь (без луз).

Порядок выполнения работы

В качестве среды программирования был задан объектно-ориентированный язык программирования C#, работа выполнялась в среде разработки Visual Studio.

Для моделирования задачи были созданы классы:

Vector3D – класс, описывающий вектор как тип данных, и операции для работы с векторами;

Particle – класс, описывающий тип данных «частица» (Particle);

Constants – класс, доступный только для чтения, содержащий значения параметров моделируемой системы и значения, придаваемые параметрам частицы по умолчанию;

Space – класс, в котором описывается система частиц. В нём появляется понятие времени и шага и отслеживаются ошибки создания модели (масса меньше предельно допустимой, расстояние между частицами меньше предельно допустимого, диаметр частицы меньше нуля);

Creator – класс, создающий систему, описанную в классе Space, в начальный момент времени. В нём задаются все частицы, включённые в расчёт, их координаты, вектора скоростей и ускорений, а также масса и диаметр;

Integrator – класс, в котором описан закон, по которому изменяются параметры частиц в системе с течением времени.

Визуализация результатов проведена при помощи приложения AView_3d_c, с использованием класса A3RHelper, который позволяет сохранять текущий шаг в виде воспроизводимого в приложении трёхмерного изображения. Для создания серии изображений был создан класс OutputHelper.

В классе Creator была создана система, состоящая из горизонтальных стенок стола, вертикальных стенок стола, пирамиды шаров и битка. Отличие стен стола заключается в том, что их масса превосходит массу игрового шара в 1000 раз, чтобы исключить смещение игровым шаром стенки. Биток, в отличие от шаров в пирамиде, имеет одну ненулевую составляющую вектора скорости.

Для запуска расчёта была создана форма ButtonForm с кнопкой, по нажатию на которую производился расчёт системы и запись результаты расчёта.

Результаты и анализ результатов

В результате работы программы были получены 600 трёхмерных кадров, иллюстрирующих 3 секунды жизни системы. Характерные кадры представлены на рисунках 1-4

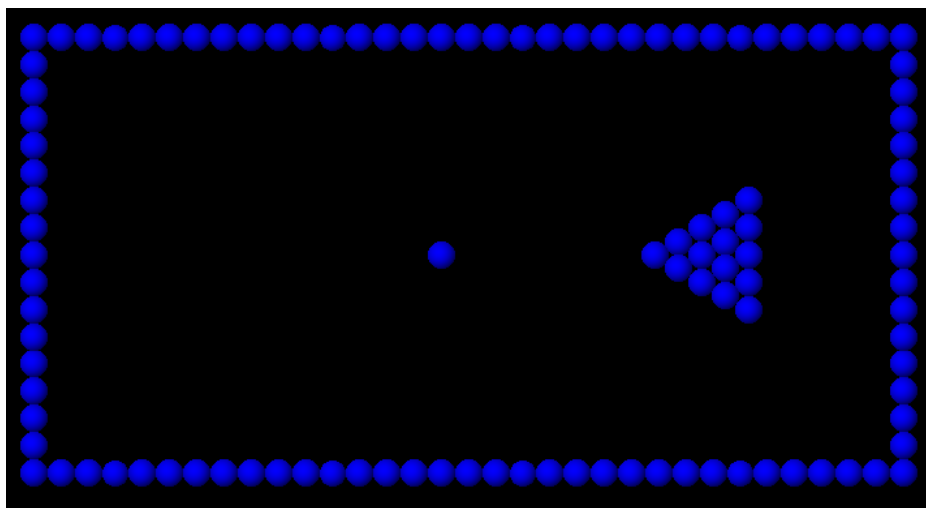


Рисунок 1. Система в начальный момент времени

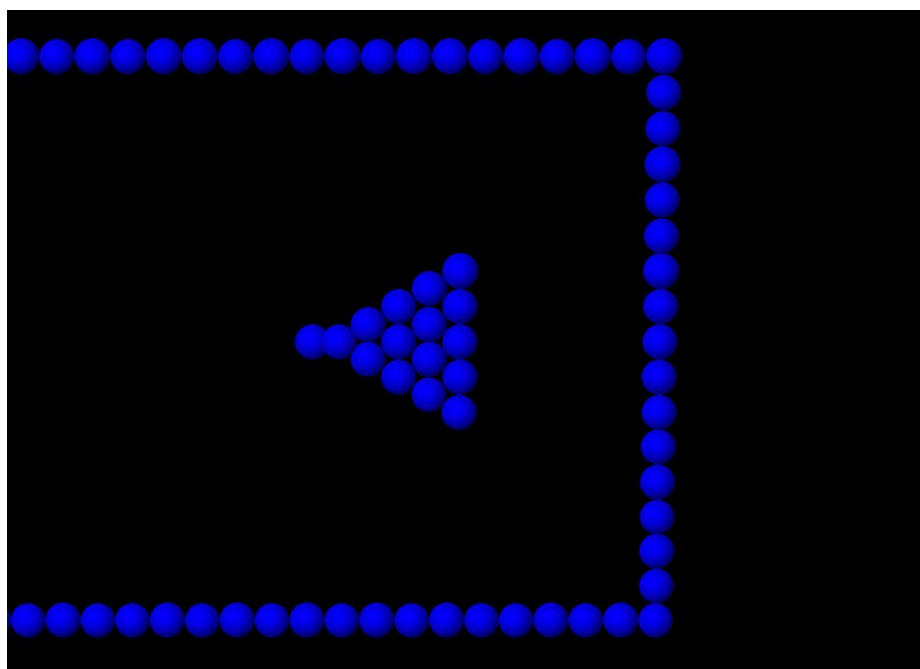


Рисунок 2. Шаг 49, момент столкновения битка и первого шара пирамиды

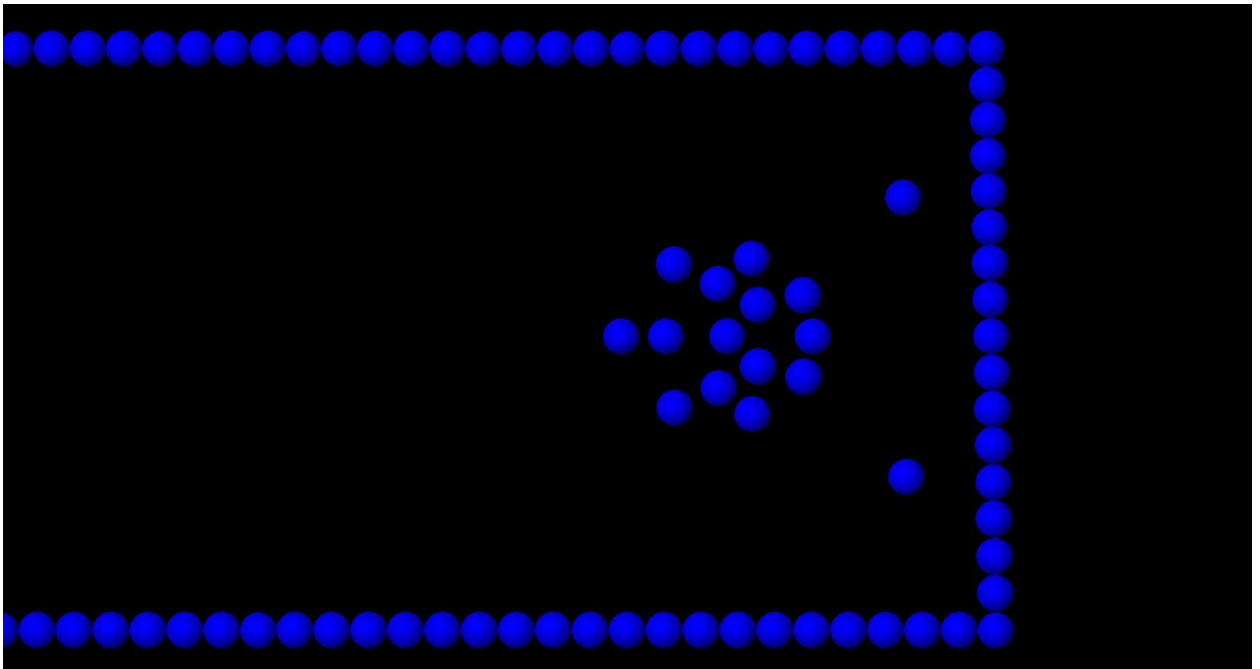


Рисунок 3. Шаг 107, видно направления, в котором движутся шары

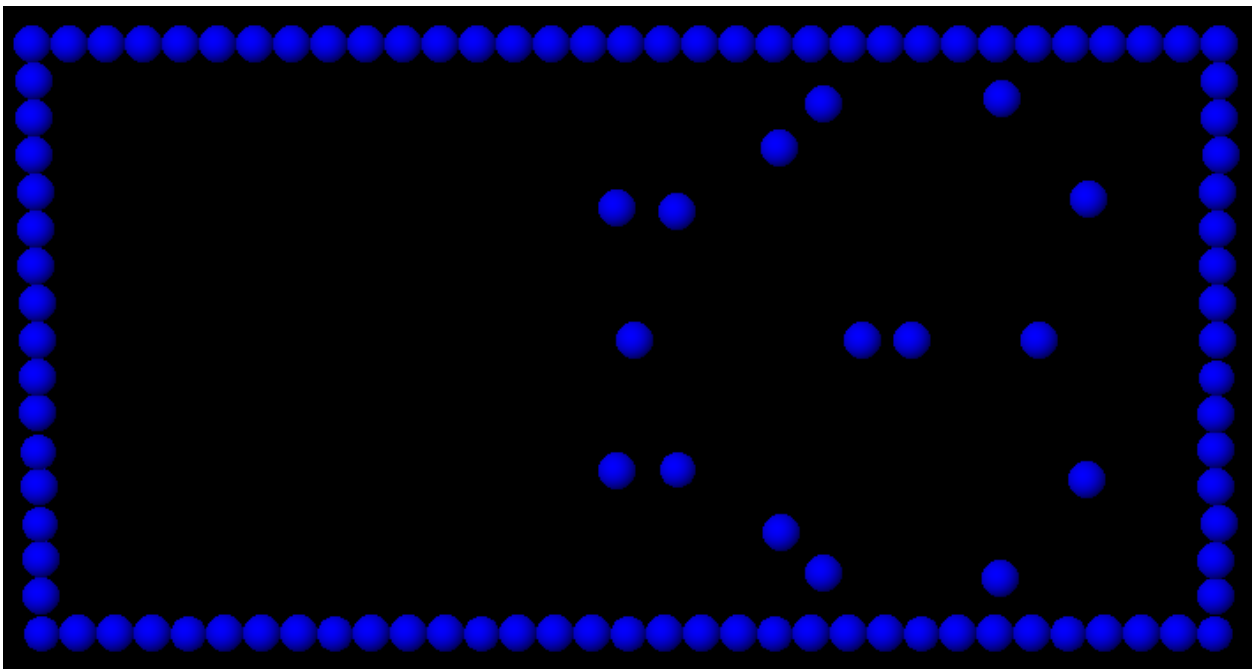


Рисунок 4. Шаг 600, конец моделирования

В феврале 2014 года профессор Джим Белк опубликовал несколько моделей движения шаров после разбивания пирамиды, в числе материалов был рисунок с траекториями движения бильярдных шаров в разбитой точно по центру пирамиде (рисунок 5) [1]. При наложении этого изображения на 107й (рисунок 6) кадр видно, что траектории, полученные при моделировании, похожи на рассчитанные аналитически, но отличаются от неё. Это может быть связано с неправильно выбранной моделью взаимодействия шаров, неудачно взятым шагом, масштабом рисунка и углом поворота камеры.

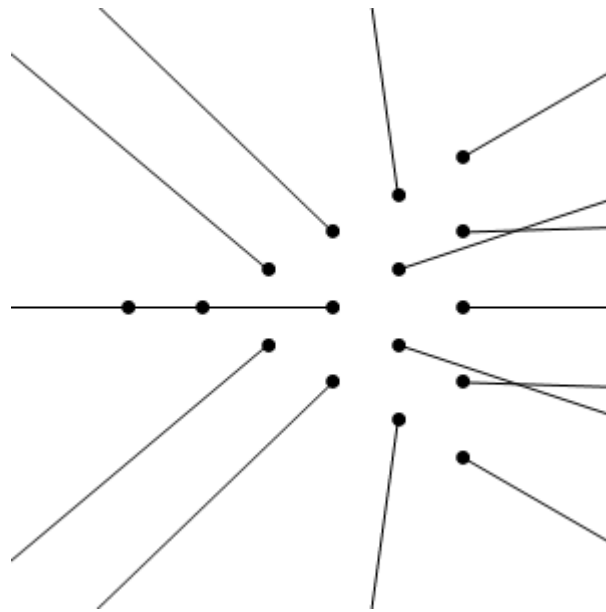


Рисунок 5. Траектории движения шаров, полученные Джимом Белком

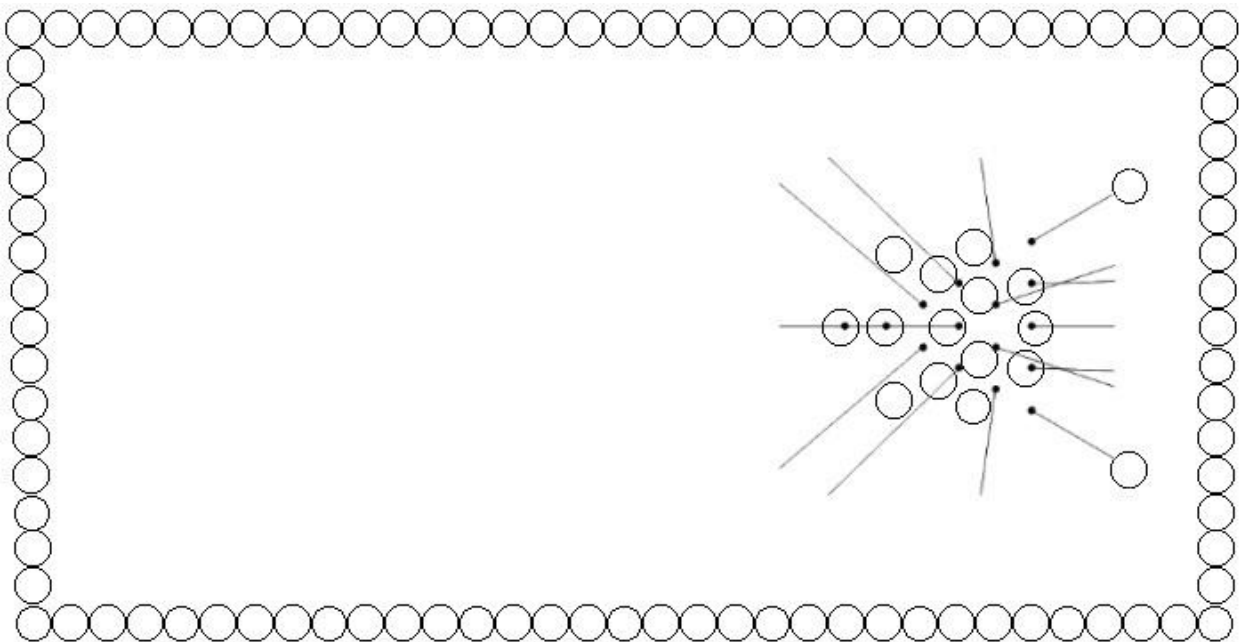


Рисунок 6. 107й кадр системы с наложенными на него траекториями Белка.

Выводы

В ходе работы была разработана программа на языке С#, при помощи которой можно моделировать взаимодействие сферических тел, был смоделирован частный случай – разбивание пирамиды бильярдных шаров в ограниченном игровом поле.

Во время экспериментов с параметрами системы было замечено, что в зависимости от заданного допустимого перекрытия (α/γ и степеней, в которые возводилось это соотношение) можно менять свойства системы и получить случай неупругого соударения шаров.

В процессе просмотра результатов были замечены неожиданные ускорения отдельных шаров без взаимодействия с другими шарами, а также сильные наложения шаров друг на друга. Неизвестно, является ли это недостатками программы или визуализатора, но тем не менее данная модель может быть использована для визуализации разбивания пирамиды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jim Belk, Perfectly centered billiards break. 2014
<http://mathoverflow.net/a/156407>