**Кинетический момент тела в сферическом движении.**

**Матрица тензора инерции**

Рассмотрим твердое тело в сферическом движении вокруг неподвижной точки О. Поскольку тело сплошное, то в выражении кинетического момента ***Ko*** сумму следует заменить интегралом по объему тела, а массу точки – элементарной массой *dm*.

dm

**r**

****

s

Рис.6

(18)

Скорость точки тела находится по формуле Эйлера

Теперь

Представив векторное произведение в матричном виде

получаем матричную формулу кинетического момента (1)

Подставив (20) в (19), получим

В скобках выражения (2) находится матрица 3x3, которая называется ***матрицей*** тензора ***инерции*** *J****о тела*** в центре О.

Таким образом, мы получили матричную формулу для кинетического момента тела в сферическом движении:

Лекции А.Костарева

***Осевые и центробежные моменты инерции***

Вычислим матрицу .

Матрица инерции представляет собой матрицу интегралов от (24):

Видим, что матрица *Jo* симметрична ( и т.д.) и, значит, имеет только шесть различных элементов.

Диагональные элементы называются ***осевыми*** ***моментами инерции***  относительно осей x, y и z имеют выражения

(26)

Остальные три интеграла называются ***центробежными моментами инерции***

(27)

Размерность всех моментов инерции .

В принятых обозначениях матрица инерции приобретает вид

Рассмотрим основные свойства моментов инерции, (другие свойства будут рассмотрены в специальной главе).

*Осевые моменты инерции*

Заметим, что под знаками интеграла здесь стоят квадраты расстояний h от точки dm до соответствующей оси. Так . Поэтому момент инерции тела относительно произвольной оси L должен вычисляться по формуле:

где hL- расстояние от текущей точки dm до оси.

Видим, что осевой момент не может быть отрицательным или равным нулю, и характеризует удаленность точек тела от оси. Например, момент инерции стержня относительно оси, перпендикулярной стержню, будет больше, чем относительно наклонной оси (Рис.7) поскольку x > h для любой точки стержня.



Jz > Jz’

Покажем, как практически вычисляется осевой момент инерции относительно оси z для однородного стержня массы М= γL (γ *кг/м* - погонная плотность , L- длина стержня).

Выражения моментов инерции тел правильной формы относительно некоторых осей можно найти в справочниках.

А. Костарев