

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт  
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите

Директор ВШТМиМФ

д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН

\_\_\_\_\_ А.М. Кривцов

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 г.

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА**

**Моделирование динамики толпы и поиск способов наилучшей**

**организации движения**

по направлению подготовки

01.03.03 «Механика и математическое моделирование»

профиль

01.03.03\_01 Механика и математическое моделирование сред с  
микроструктурой

Выполнил  
студент гр.5030103/90101

Я.О. Красноперов

Руководитель  
Профессор ВШТМиМФ, д.ф.-м.н.

В.А. Кузькин

Санкт-Петербург

2023

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**  
**Физико-механический институт**  
**Высшая школа теоретической механики и математической физики**

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ВШТМиМФ  
А. М. Кривцов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ЗАДАНИЕ**

**на выполнение выпускной квалификационной работы**

студенту Красноперову Ярославу Олеговичу, гр. 5030103/90101

1. Тема работы: Моделирование динамики толпы и поиск способов наилучшей организации движения
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 05.06.2023
3. Исходные данные по работе: справочная литература, актуальные научные публикации по теме работы.
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): создание модели подземной части метро, определение её пропускной способности в зависимости от частоты прихода поезда, поиск зависимости между геометрией метро и пропускной способностью, а также поиск оптимальной геометрии строения подземной части метро для более эффективного и безопасного движения
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): не предусмотрено.
6. Консультанты по работе: Д. В. Цветков, Senior Data Scientist «Grid Dynamics doo»
7. Дата выдачи задания: 27.02.2023

Руководитель ВКР: В. А. Кузькин, профессор ВШТМиМФ, д.ф.-м.н.

Задание принял к исполнению: 27.02.2023

Студент: Я. О. Красноперов

## РЕФЕРАТ

На 42 с., 19 рисунков, 1 таблица, 16 источников, 1 приложение

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ТОЛПЫ, МЕТОД ВЕРЛЕ, МОДЕЛЬ СТАНЦИИ МЕТРО, ДИСПЕРСИЯ МОДУЛЯ СИЛЫ, ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ, C#

В данной работе рассматривается моделирование динамики толпы внутри подземной части метрополитена. Исходная модель построена на основе станции метро "Политехническая". Также были рассмотрены модели метро с измененным строением: с удлинённым, уширенным, удлинённым и расширенным проходом к эскалаторам.

В работе применяется упрощенная модель движения людей, для описания которой используется второй закон Ньютона. Решение уравнения движения происходит численным методом Верле. Для расчета и визуализации используется язык программирования C# и открытый графический инструмент OpenTK.

В ходе работы для оценки ситуации измеряется ряд величин: время, за которое все люди, вышедшие из поезда, заходят на эскалатор; количество людей, не успевших зайти на эскалатор до приезда следующего поезда; дисперсия модуля силы пассажиров. Дисперсия помогает оценить степень взаимодействия между людьми. В последствие выполнен анализ результатов и оценка пропускной способности рассматриваемых моделей метро.

## THE ABSTRACT

42 pages, 19 figures, 1 table, 16 sources, 1 application

MODELING CROWD DYNAMICS, VERLET METHOD, METRO STATION MODEL, FORCE MODULE DISPERSION, THROUGHPUT CAPACITY, C#

This study focuses on modeling the dynamics of a crowd within the underground section of a metro system. The initial model is based on the "Politekhnikeskaya" metro station. Additionally, variations of the metro station design were considered, including models with elongated, widened, and elongated with expanded access to escalators.

The study employs a simplified model of human movement, which is described using Newton's second law. The equation of motion is solved using the Verlet numerical method. The calculations and visualization are performed using the C# programming language and the open graphics tool OpenTK.

During the study, several measurements are taken to assess the situation, including the time it takes for all exiting passengers to enter the escalator, the number of people unable to board the escalator before the arrival of the next train, and the dispersion of the force module among passengers. The dispersion helps evaluate the degree of interaction between individuals. Subsequently, an analysis of the results is conducted, along with an assessment of the throughput capacity of the considered metro station models.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ .....	8
ГЛАВА 2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД.....	10
ГЛАВА 3. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ.....	12
3.1 Структура.....	12
3.2 Сбор результатов расчетов.....	13
3.3 Модель метрополитена.....	13
3.4 Визуализация действующих сил .....	16
ГЛАВА 4. РЕЗУЛЬТАТЫ.....	18
4.1 Оценка влияния количества вагонов на однородность взаимодействий между частицами.....	18
4.2 Определение пропускной способности .....	19
4.3 Поиск этапа, на котором требуется включение дополнительного эскалатора .....	26
4.4 Поиск зависимости между строением метро и пропускной способностью .....	30
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	35
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	37
Приложение 1. Сравнение распределения средней дисперсии модуля силы в разных моделях метро .....	39

## ВВЕДЕНИЕ

Тема "Моделирование динамики толпы и поиск способов наилучшей организации движения" является одной из наиболее актуальных и значимых в современном обществе. С ростом населения и увеличением масштабов массовых мероприятий, проблема организации движения людей в толпах становится все более серьезной и требует серьезного исследования.

Массовые скопления людей, такие как многолюдные мероприятия, транспортные узлы, торговые центры и аэропорты, представляют собой сложные и динамичные системы, где эффективное управление движением является ключевым фактором для обеспечения безопасности и комфорта людей. Недостаточная организация движения может привести к возникновению трения, столкновений и даже трагических последствий, такие как травмы и гибель людей.

Пожалуй, одним из примеров реального события с недостаточной организацией движения людей можно назвать трагедию на Немиге, произошедшую в подземном переходе возле станции метро "Немига" в Минске, Беларусь. Вечером 30 июня 1999 года во время часа пик произошла массовая давка, когда толпа людей в панике пыталась выбраться из перехода. В результате трагедии погибли 53 человека, а более 200 получили различные травмы. Это событие является одним из самых серьезных происшествий с людскими жертвами в истории Минска и подчеркивает важность безопасности и правильной организации движения в публичных местах, особенно во время массовых скоплений людей.[16]

Моделирование динамики толпы является мощным инструментом для изучения поведения и взаимодействия людей в массовых скоплениях.[13-14] С помощью компьютерных моделей и симуляций можно создавать виртуальные толпы, в которых можно исследовать различные сценарии и варианты организации движения. Такие модели могут быть основаны на различных

предположениях о поведении людей, их стратегиях передвижения и взаимодействии друг с другом. Современные вычислительные возможности позволяют создавать все более точные и реалистичные модели динамики толпы. Учитывая индивидуальные характеристики людей, такие как их скорость, направление движения, предпочтения и стратегии, можно создавать модели, которые более точно отражают реальное поведение людей в толпах.

Практическая значимость исследований в этой области заключается в возможности разработки более эффективных стратегий управления толпами и улучшения безопасности в массовых скоплениях. Результаты исследований могут быть использованы для оптимизации планирования мероприятий, разработки эвакуационных планов, управления транспортными потоками и создания более безопасных и комфортных условий для людей.

Теоретическая значимость исследований в этой области заключается в возможности расширения наших знаний о поведении толпы и развития новых теоретических подходов к анализу социальных процессов. Изучение динамики толпы может привести к разработке новых моделей и теорий, которые помогут нам лучше понять и предсказывать поведение людей в массовых скоплениях и эффективно управлять ими.

Таким образом, тема моделирования динамики толпы и поиска способов наилучшей организации движения является важной и актуальной. Развитие более точных и реалистичных моделей, а также поиск эффективных стратегий управления толпами могут значительно улучшить безопасность и эффективность движения людей в массовых скоплениях.

Целью данной работы является поиск способов наилучшей организации движения. Для достижения данной цели были сформулированы следующие задачи:

1. Смоделировать подземную часть станции метро на основе существующей;

2. Определить пропускную способность получившейся модели станции метро;
3. Изменять размеры модели метро, дабы найти зависимость между строением станции и её пропускной способностью.



## ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной работе применяется упрощенная модель движения людей, где не учитываются социальные и психологические факторы, а фокус сосредоточен на физическом взаимодействии и движении в пространстве. В таком случае можно приближенно представить каждого человека в виде точечной массы.[10-11] Для описания движения людей (частиц) в данной постановке можно использовать второй закон Ньютона (1.1).

$$m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F}, \quad \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \quad (1.1)$$

где  $m$  – средняя масса частицы,  $\dot{\mathbf{v}}$  – вектор ускорения частицы,  $\mathbf{v}$  – вектор скорости движения частицы,  $\mathbf{r}$  – координаты частицы, а  $\mathbf{F}$  – вектор сил, действующих на частицу. Сила  $\mathbf{F}$  содержит в себе следующие составляющие:  $\mathbf{F}_{vect}$  – вектор силы, направляющий частицы к эскалаторам (1.2),  $\mathbf{F}_{Lennard}$  – сила взаимодействия (между частицами и стенками геометрии), соответствующая потенциалу Леннарда-Джонса (1.3)[15],  $\mathbf{F}_{tr}$  – сила вязкого трения (1.4).

$$\mathbf{F}_{vect} = F_{vect} \cdot \mathbf{r}^* \quad (1.2)$$

$$\mathbf{F}_{Lennard} = \frac{12D}{a} \left[ \left( \frac{a}{r} \right)^{14} - \left( \frac{a}{r} \right)^8 \right] \mathbf{r} \quad (1.3)$$

$$\mathbf{F}_{tr} = -b \cdot \mathbf{v} \quad (1.4)$$

где  $\mathbf{r}^*$  – единичный радиус вектор между частицей и точками притяжения, направляющими к эскалаторам,  $D$  – энергия связи,  $a$  – длина связи,  $r$  – расстояние между частицами,  $\mathbf{r}$  – единичный радиус вектор между частицами,  $b$  – коэффициент вязкости. Важное уточнение:  $\mathbf{F}_{Lennard}$  в данной работе применяется только при  $r < a$ , ввиду того, что необходимо только отталкивание частиц друг от друг (или от стен), а притягивание, которое происходит при  $r > a$ , не рассматривается.[4] Числовые значения параметров приведены в таблице 1.1, в конце текущей главы.

Ещё пара слов о потенциале Леннарда-Джонса: в упрощенной модели движения людей важно учитывать пространственные ограничения и избегать

столкновений. Потенциал Леннарда-Джонса может быть использован для моделирования отталкивания и избегания столкновения между людьми и препятствиями в ограниченном пространстве. Также данный потенциал является относительно простым и вычислительно эффективным методом для моделирования взаимодействий между объектами. Это позволяет использовать его в упрощенной модели движения людей, где основной упор делается на физическом взаимодействии и пространственном движении.

Таблица 1.1 Параметры задачи

$R = 0.3 \text{ м}$	Радиус частиц (пассажиров)
$m = 80 \text{ кг}$	Масса моделируемых частиц
$F_{\text{vect}} = 800 \text{ Н}$	Модуль направляющей силы
$D = 18 \text{ Дж}$	Энергия связи
$a = 2 \cdot R = 0.6 \text{ м}$	Длина связи в силе взаимодействия между частицами
$a = 1.5 \cdot R = 0.45 \text{ м}$	Длина связи в силе взаимодействия между частицами и стенами
$b = 860 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$	Коэффициент вязкости
$\Delta t = 0.09$	Шаг по времени

## ГЛАВА 2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Решение уравнения движения происходит методом Верле (Verlet).[6-9] Метод Верле является численным методом, который широко используется для решения уравнений движения в механике, включая моделирование движения частиц.

$$\begin{cases} v_{i+1} = v_i + \frac{F_i(t)}{m} \Delta t \\ x_{i+1} = x_i + v_{i+1} \Delta t \end{cases} \quad (2.1)$$

где  $v_i$  – скорость движения  $i$ -той частицы,  $x_i$  – координата  $i$ -той частицы, а  $F_i(t)$  – силы, действующие на  $i$ -тую частицу. В обезразмеренном виде уравнения (2.1) выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} \tilde{v}_{i+1} = \tilde{v}_i + \frac{\tilde{F}_i(t)}{\tilde{m}} \Delta \tilde{t} \\ \tilde{x}_{i+1} = \tilde{x}_i + \tilde{v}_{i+1} \Delta \tilde{t} \end{cases} \quad (2.2)$$

где

$$\tilde{v} = v \cdot \frac{m}{b \cdot R}, \quad \tilde{m} = \frac{m}{m}, \quad \tilde{F} = F \cdot \frac{m}{b^2 \cdot R}, \quad \tilde{x} = \frac{x}{R}, \quad \Delta \tilde{t} = \Delta t \cdot \frac{b}{m} \quad (2.3)$$

Метод Верле имеет несколько преимуществ, которые делают его привлекательным для решения данной задачи:[2]

1. Простота реализации: Метод Верле относительно прост в реализации и понимании. Он является одним из классических методов интегрирования уравнений движения и легко осваивается студентами и исследователями.
2. Данный метод симплектический, то есть обладает свойством сохранения энергии в системе, что может быть важным для некоторых физических систем.
3. Относительная точность: Метод Верле обеспечивает относительно хорошую точность при численном интегрировании уравнений движения. Он имеет второй порядок точности, что означает, что ошибка метода уменьшается пропорционально квадрату шага интегрирования.

4. Хорошая устойчивость: Метод Верле обладает хорошей устойчивостью к изменению шага интегрирования. Это позволяет использовать относительно большие шаги времени, что может ускорить процесс моделирования без существенной потери точности.

Начальные координаты частиц задаются программно, с учетом расположения дверей в вагоне поезда. Подробнее в главе 3. Программная реализация.

## ГЛАВА 3. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Решение данной задачи реализовано на основе языка программирования С# и графического инструмента Open Toolkit (OpenTK).[1]

В данном разделе изложена структура выполнения программы, измеряемые величины, получившиеся модели подземной части метрополитена и информация по визуализации действующих сил на частицы.

### 3.1 Структура

Для реализации программы был выбран подход, основанный на принципах объектно-ориентированного программирования. Это позволяет создать более структурированный и гибкий код. Весь алгоритм программы разделен на пять классов, каждый из которых выполняет определенную функцию:[12]

- *People* – класс содержит информацию о моделируемых частицах, его поля хранят координаты, скорости, силы и переменные, необходимые для корректного движения и получения информации;
- *Barrier* – класс содержит два списка, в которые записываются координаты стенок геометрии метрополитена;
- *SaveData* – класс, который позволяет сохранять необходимую для анализа информацию в текстовый файл;[5]
- *DynamicPeoples* – класс, отвечающий за перерасчет действующих на частицы сил, проверку на касание частицами друг друга и стен геометрии, а также за расчет скорости и перемещения.
- *Program* – главный класс, отвечающий за запуск программы, за создание и отрисовку геометрии.

Такая модульная структура облегчает понимание кода, упрощает его сопровождение и расширение функциональности программы.

### 3.2 Сбор результатов расчетов

Для оценки ситуации измеряется ряд величин: время, за которое все люди заходят на эскалатор; количество людей, не успевших зайти на эскалатор до приезда следующего поезда, и дисперсия модуля силы пассажиров. Дисперсия помогает оценить степень взаимодействия между объектами. Для её расчёта используется следующая формула:

$$Disp_F = \langle F^2 \rangle - \langle F \rangle^2, \quad (3.1)$$

где  $\langle F \rangle^2$  – квадрат среднего модуля силы, а  $\langle F^2 \rangle$  – среднее значение квадрата модуля силы.

### 3.3 Модель метрополитена

В качестве первоначальной модели был построен следующий вид метро, основанный на станции метро «Политехническая» (Рисунок 3.1).

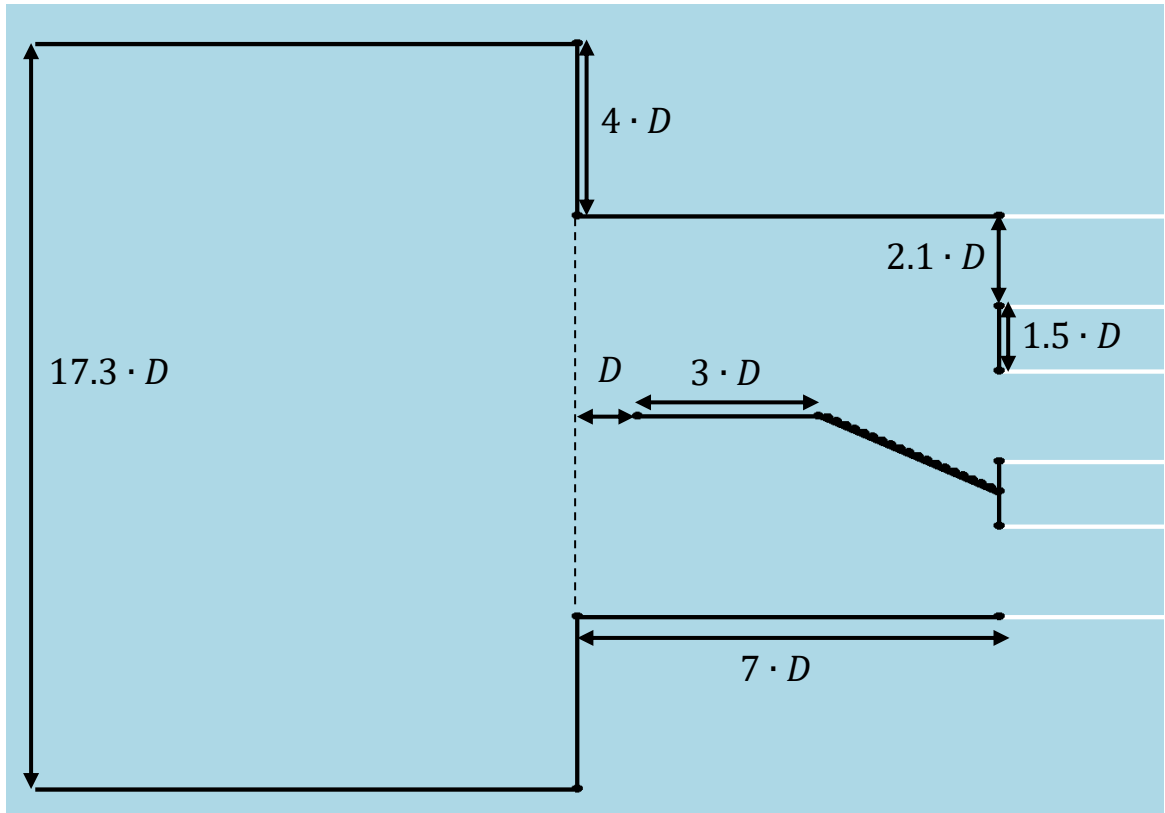


Рисунок 3.1 Модель подземной части метро.

Геометрия строилась на основе радиуса окружности ( $D$  – диаметр), который служит для представления людей в виде частиц. Наклонная перегородка, которая разграничивает входящий и выходящий потоки, была построена при помощи статичных частиц малого радиуса. Аналогичные точки расположены на стыках линий геометрии. Это сделано ввиду того, что задание взаимодействия с частицами более определенное, нежели с наклонной линией или с углами геометрии.

Аналогичным образом были построены следующие модели подземной части метро с измененной геометрией (Рисунки 3.2 – 3.4).

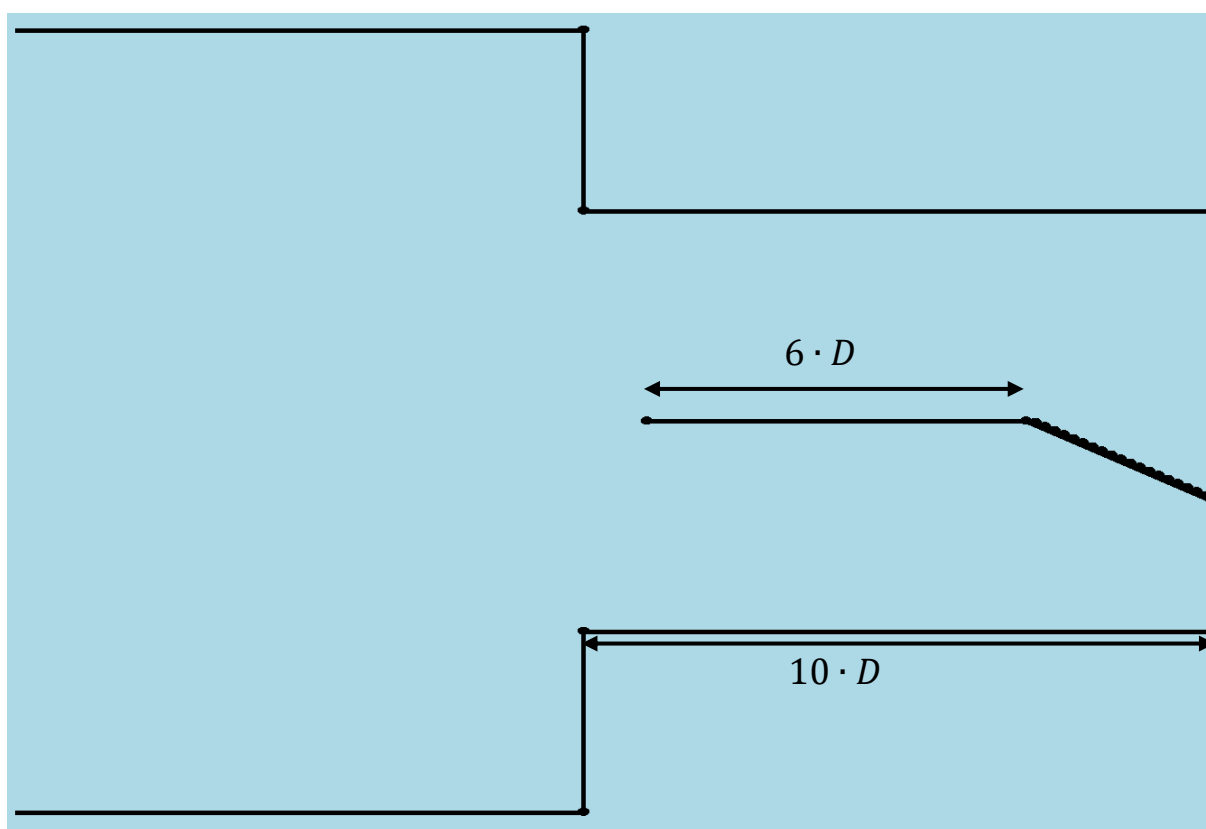


Рисунок 3.2 Модель подземной части метро с удлиненным проходом к эскалаторам.

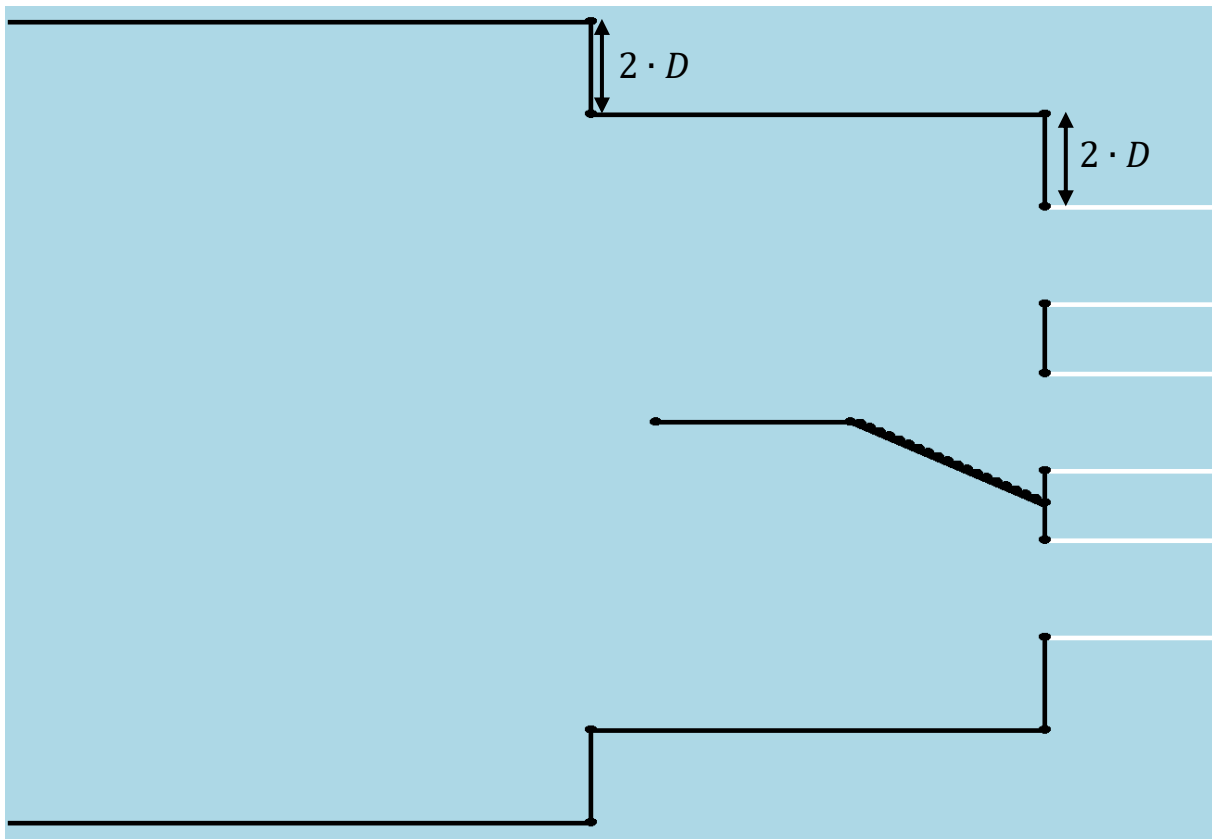


Рисунок 3.3 Модель подземной части метро с расширенным проходом к эскалаторам.

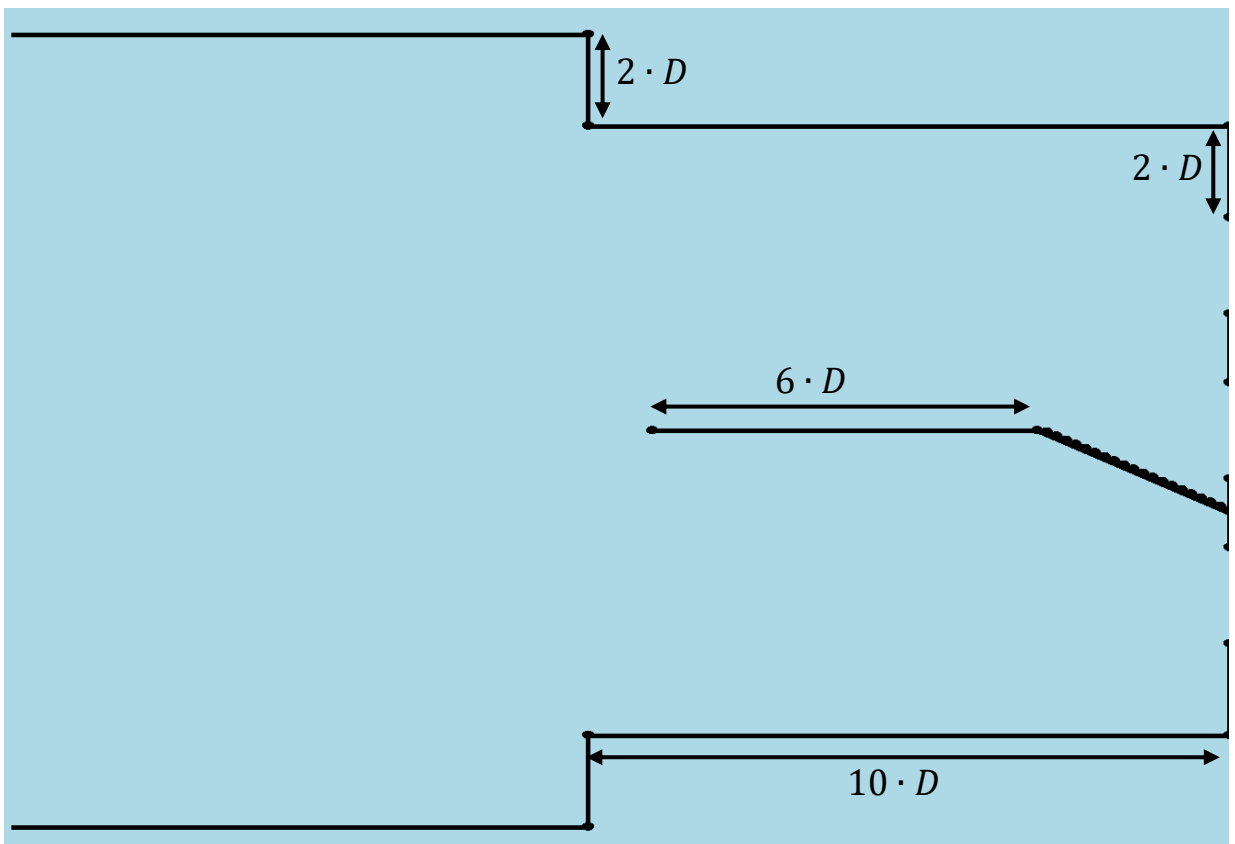


Рисунок 3.4 Модель подземной части метро с удлиненным и расширенным проходом к эскалаторам.



Создание пассажиров в виде частиц в каждом моделировании происходит с учетом случайного их расположения в вагоне поезда: они создаются на одной вертикали с малым случайным смещением, ввиду того что из вагона люди выходят практически друг за другом. Характерные размеры между выходами в вагоне поезда представлены на рисунке 3.5.

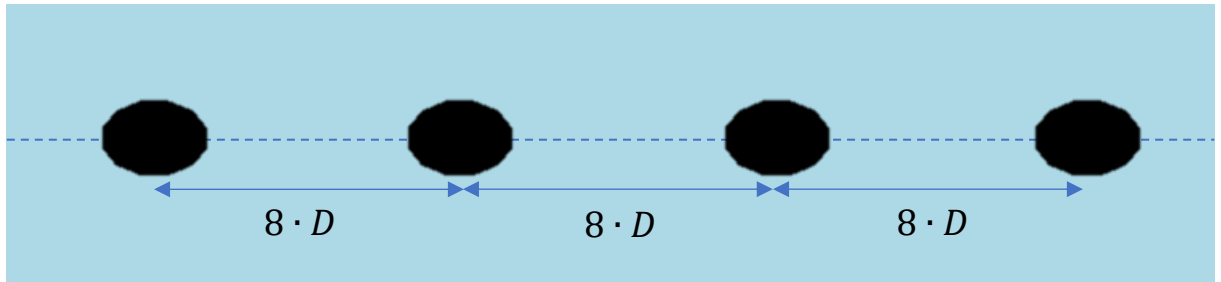


Рисунок 3.5 Размеры между выходами в вагонах поезда.

### 3.4 Визуализация действующих сил

В моделировании предусмотрена визуализация действующих на частицы сил (Рисунок 3.6).

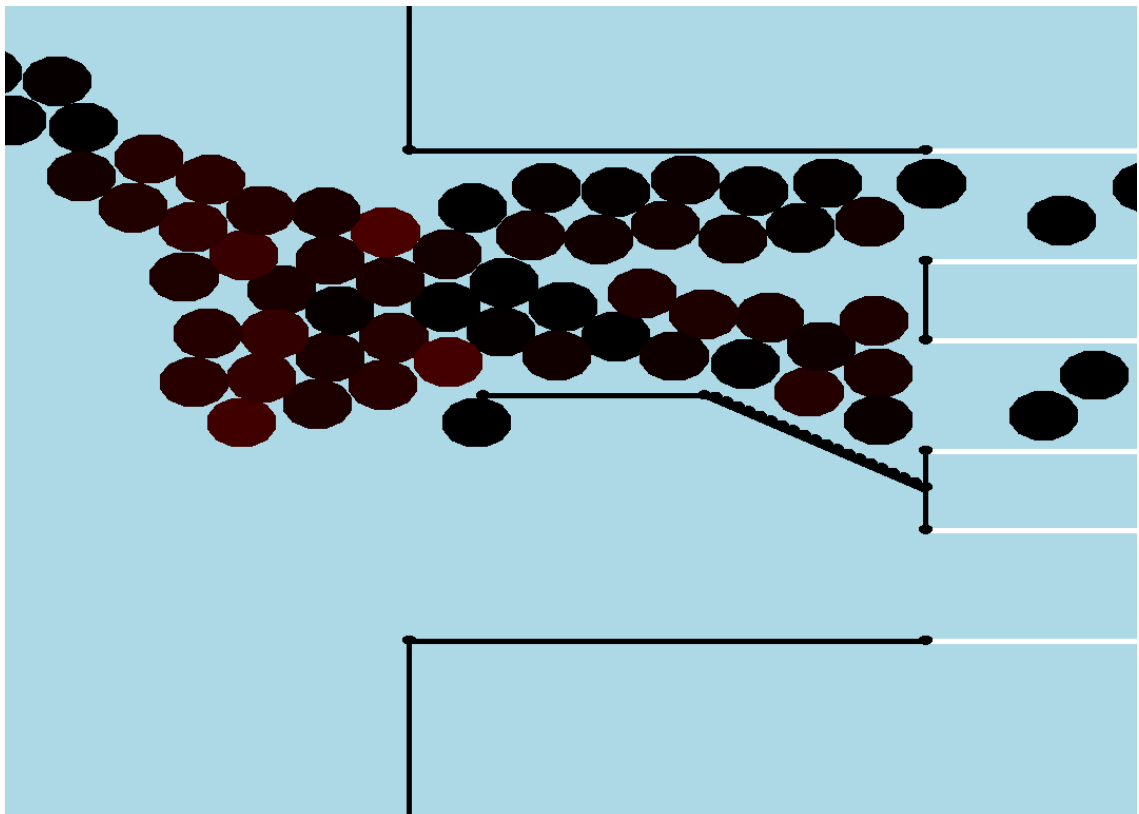


Рисунок 3.6 Визуализация действующих сил.

Для визуализации используется цвет самой частицы – изначально частица изображена черным цветом, а чем больше действует на нее сила, тем большее смещение цвета к красному концу спектра.[3]

## ГЛАВА 4. РЕЗУЛЬТАТЫ

По завершению создания модели подземной части метро приступил к запуску программы в разных постановках. Далее будут приведены результатов различных постановок и их анализ.

### 4.1 Оценка влияния количества вагонов на однородность взаимодействий между частицами

Постановка: с каждой стороны платформы первоначальной модели (Рисунок 3.1) приезжает один поезд, число вагонов варьировалось от одного до четырех. Из каждого вагона выходят по 50 человек. Для чистоты эксперимента проводилось 5 моделирований с каждым из вариантов количества вагонов. Оценка влияния количества вагонов на однородность взаимодействий определялось при помощи измерения дисперсии модуля силы.

Результаты получились следующие: средняя дисперсия для поезда с *одним* вагоном равна  $911.2 \text{ Н}^2$ ; для поезда с *двумя* вагонами –  $888.8 \text{ Н}^2$ ; для поезда с *тремя* вагонами –  $953.2 \text{ Н}^2$ ; для поезда с *четырьмя* вагонами –  $961.4 \text{ Н}^2$ .

Исходя из полученных результатов, можно сделать следующую оценку влияния количества вагонов на однородность взаимодействий:

1. Средняя дисперсия модуля силы для каждого варианта количества вагонов относительно близка друг к другу. Это может указывать на схожий уровень однородности взаимодействий во всех случаях. Таким образом, влияние количества вагонов на само взаимодействие между проходящими людьми кажется незначительным.
2. Учитывая, что значения дисперсии модуля силы относительно близки друг к другу и отсутствуют заторы, можно предположить, что строение и расположение вагонов в первоначальной модели метро является оптимальным с точки зрения комфортного выхода пассажиров и их дальнейшего пути до эскалатора.

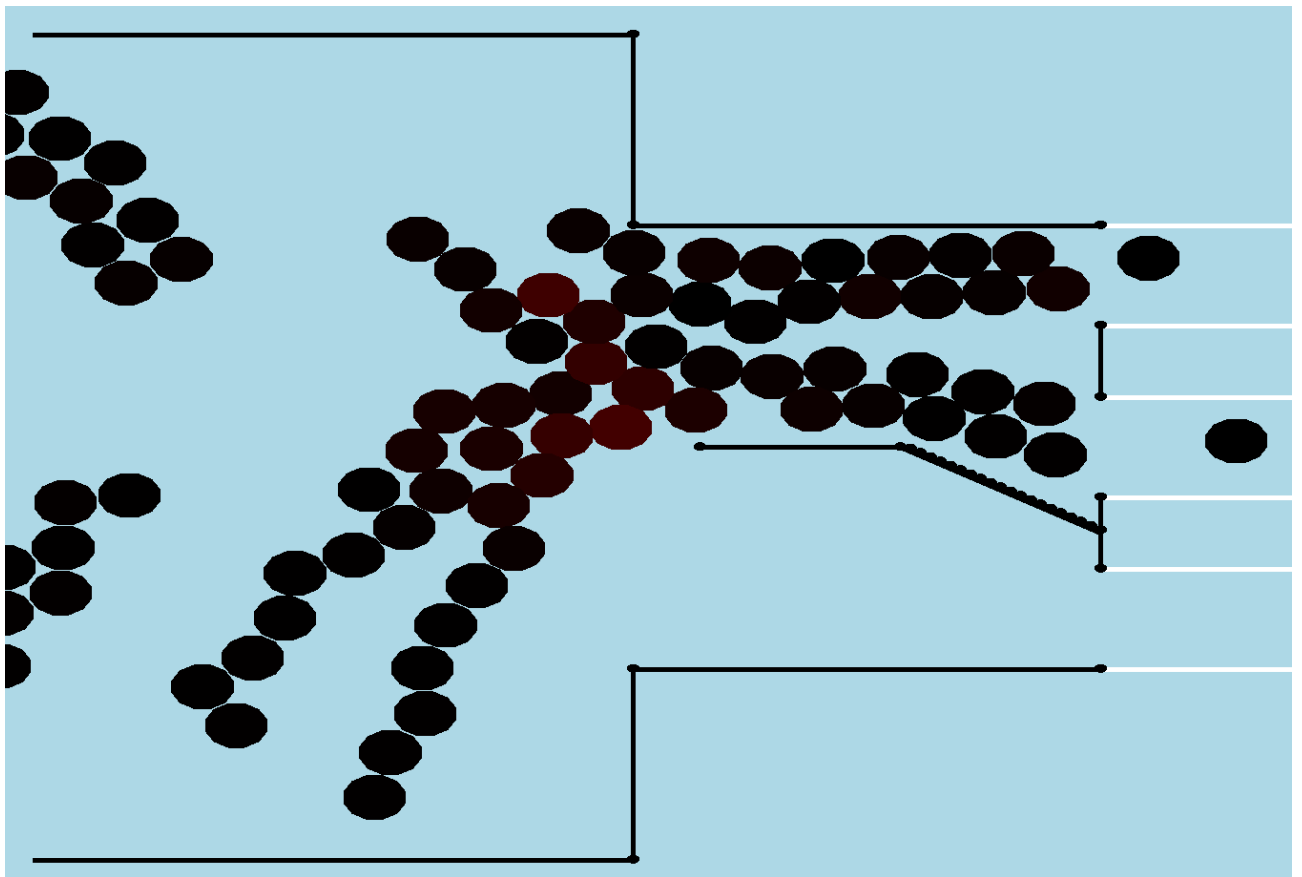


Рисунок 4.1 Движение людей.

## 4.2 Определение пропускной способности

Постановка: с каждой стороны платформы первоначальной модели (Рисунок 3.1) приезжает последовательно пять поездов, число вагонов также варьируется от одного до четырех. Поезда приезжают с разной временной задержкой, после чего отслеживается число людей, не успевших дойти до эскалатора до приезда следующего поезда, и дисперсия модуля силы проходящих людей. Из каждого вагона выходят по 50 человек. На представленных ниже графиках буду приводить сравнение только двух постановок: с временной задержкой, при которой каждый пассажир успевает зайти на эскалатор до приезда следующего поезда, и с такой задержкой, при которой количество людей, не успевших зайти на эскалатор, увеличивается с каждым прибывшим поездом, и дисперсия модуля силы значительно повышается. Результаты промежуточных постановок опущу, ввиду отсутствия их значимости при сравнении.

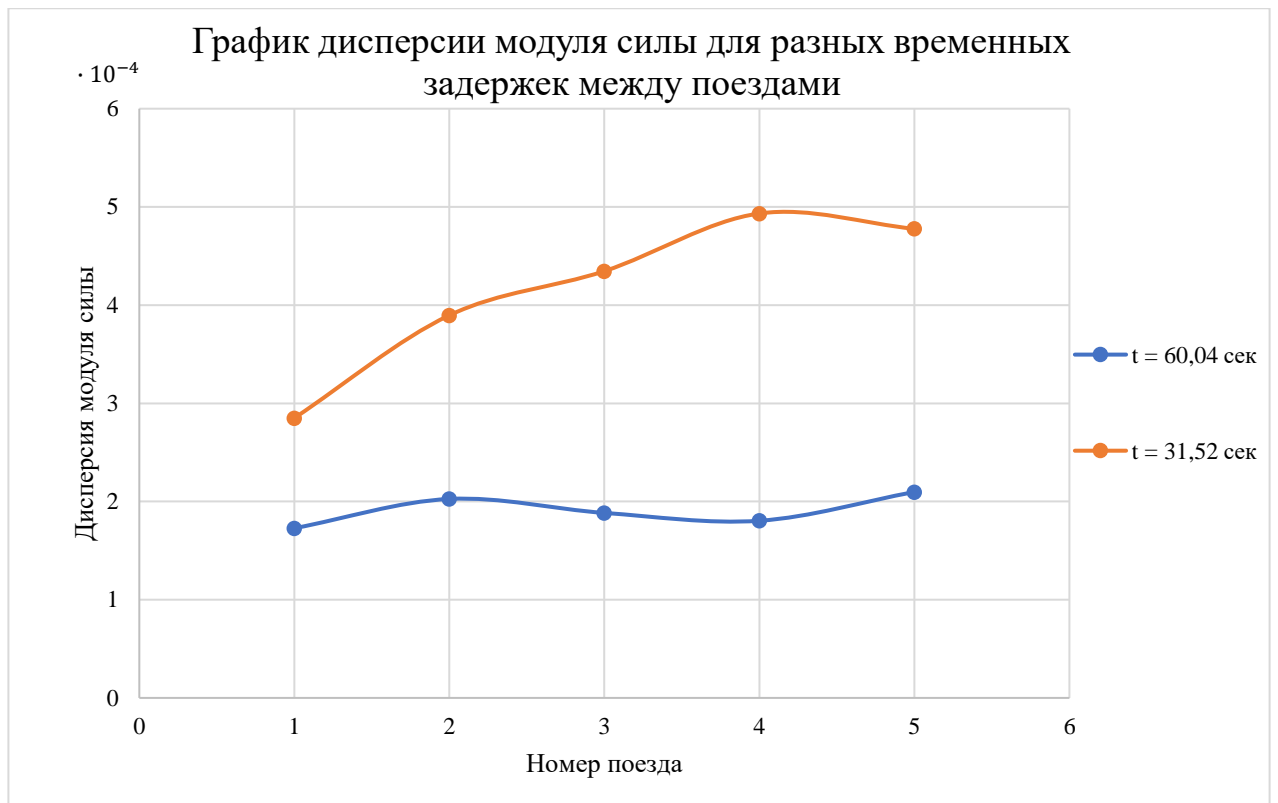


Рисунок 4.2 Результаты определения критической временной задержки между поездами с одним вагоном.

В постановке со временем между поездами равным 60.04 сек, все люди из прибывших поездов успевают зайти на эскалатор до приезда следующего поезда, тогда как в постановке с временной задержкой между поездами равной 31.52 сек, количество не успевших дойти до эскалатора людей до приезда следующего поезда увеличивается, а именно составляет 81, 83, 84 и 89 человек. По результатам моделирований и рисунку 4.2 можно сделать следующие выводы: если запускать поезда каждые 60 секунду или медленнее, то люди будут успевать выходить до образования затора, и взаимодействие объектов должно быть без последствий, ввиду того что значения дисперсии варьируется в одном диапазоне (значения дисперсии обезразмеренные). А вот если поезда запускать каждые 35.22 секунд и чаще, то количество не успевших дойти до эскалатора людей будет увеличиваться с каждым прибывшим поездом, что поспособствует образованию затора. Также увеличивается и дисперсия модуля силы. Так как количество людей не успевших выйти увеличивается с каждым поездом, дисперсия модуля силы растет, то это значит, что запускать поезда с такой частотой неэффективно и небезопасно.

Теперь рассмотрим аналогичные ситуации для постановок, в поездах которых будет 2, 3, и 4 вагона

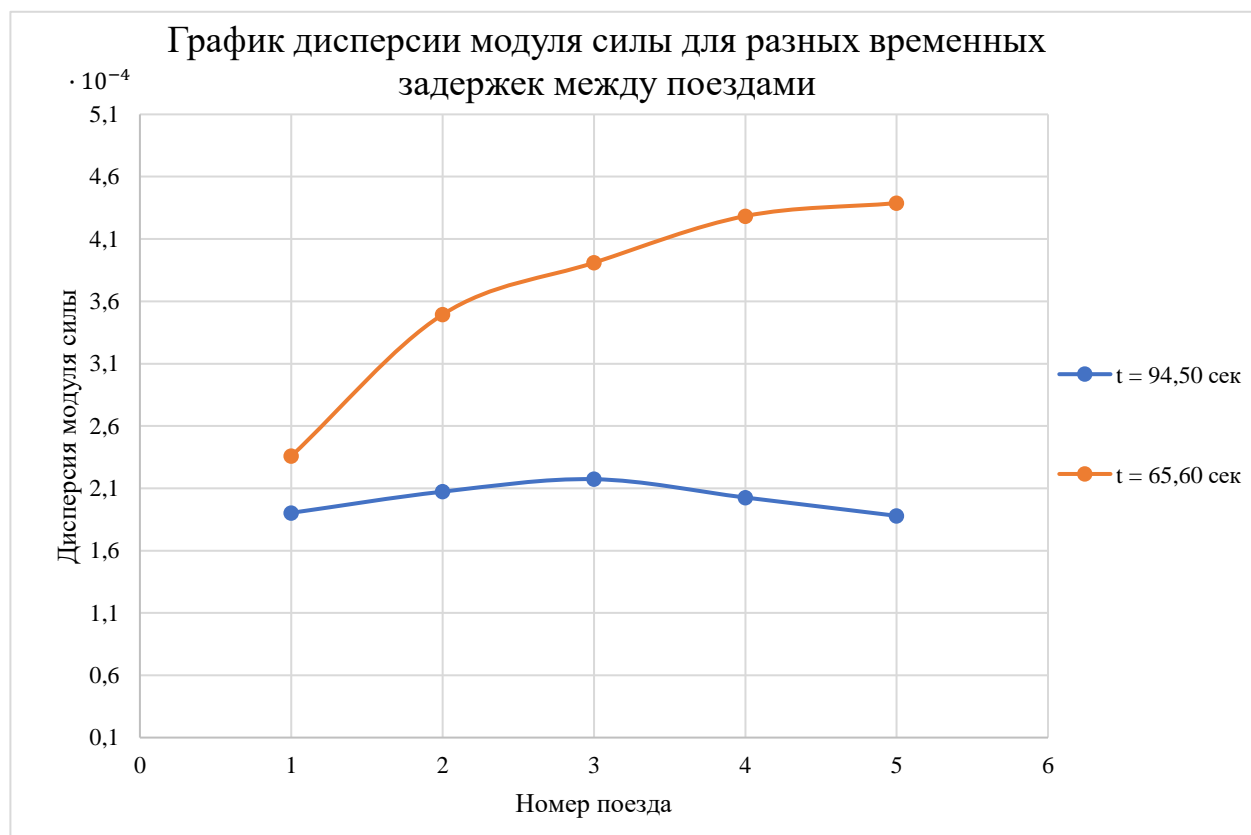


Рисунок 4.3 Результаты определения критической временной задержки между поездами с двумя вагонами.

В постановке со временем между поездами равным 94.50 сек, все люди из прибывших поездов успевают зайти на эскалатор до приезда следующего поезда. Это свидетельствует о том, что пассажиропоток и скорость выхода пассажиров из поездов соответствует заданной задержке, и нет скопления людей перед эскалатором. В данной постановке дисперсия модуля силы остается на относительно стабильном уровне.

В постановке с временной задержкой между поездами равной 65.60 сек, количество людей, не успевших дойти до эскалатора до приезда следующего поезда, увеличивается с каждым прибывшим поездом, а именно составляет 78, 80, 83 и 84 человека. Это может указывать на то, что пассажиропоток и скорость выхода пассажиров из поездов недостаточны для обеспечения комфортного перемещения всех пассажиров до эскалатора до прибытия следующего поезда. В этой постановке дисперсия модуля силы начинает значительно повышаться, что

может указывать на увеличение неравномерности и непостоянства силы взаимодействия между проходящими людьми.

По результатам рисунка 4.3 можно заметить, что в постановке с более коротким интервалом времени между поездами (65.60 сек), где наблюдается скопление людей, дисперсия модуля силы начинает значительно повышаться относительно постановки с более длинным интервалом времени между поездами (94.50 сек). Это может указывать на возможные проблемы с комфортом и безопасностью пассажиров, связанные с более интенсивным и неравномерным движением в толпе.

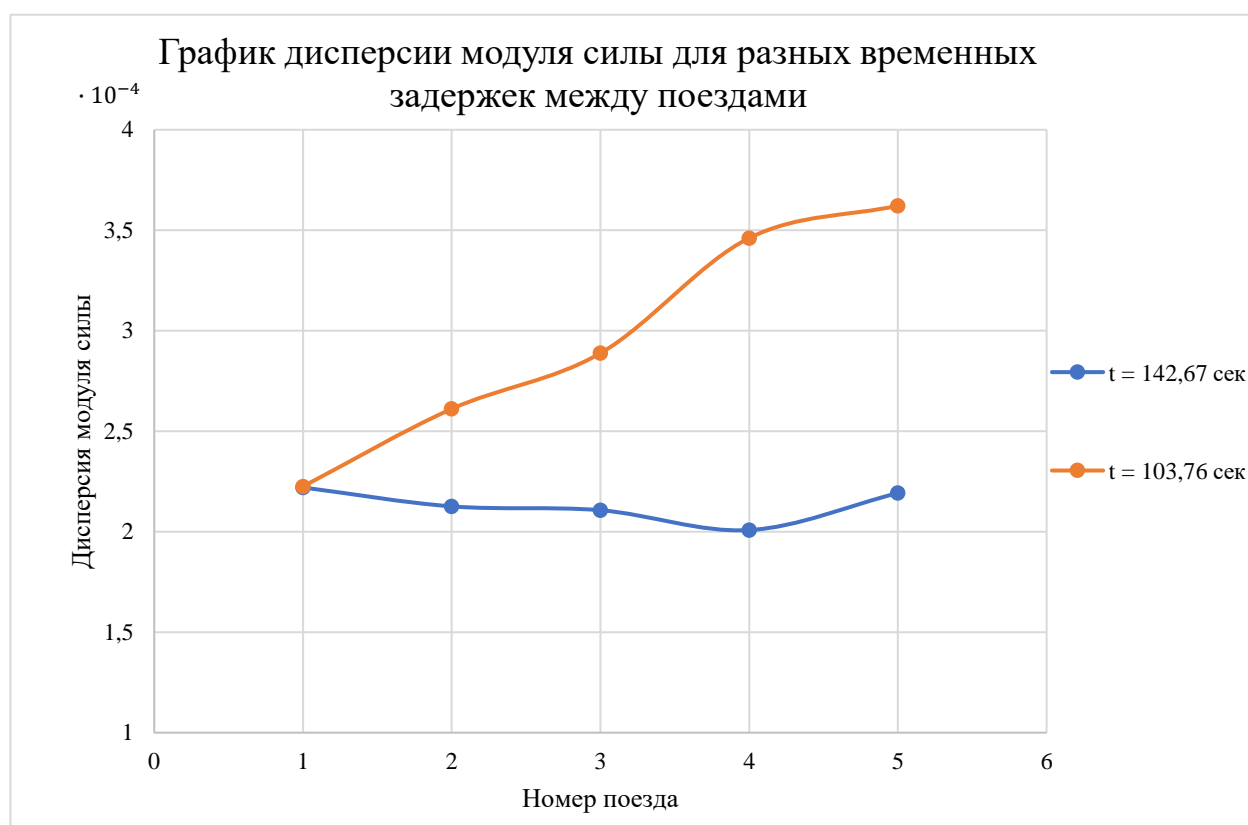


Рисунок 4.4 Результаты определения критической временной задержки между поездами с тремя вагонами.

В моделировании поездов с тремя вагонами получаются аналогичные результаты. В постановке со временем между поездами равным 142.67 сек, все пассажиры из прибывших поездов успевают зайти на эскалатор до приезда следующего поезда. Это говорит о том, что задержка между поездами достаточна для обеспечения комфортного выхода всех пассажиров и не приводит к

скоплению людей на платформе. В этой постановке дисперсия модуля силы остается относительно стабильной.

В постановке с временной задержкой между поездами равной 103.76 сек, количество людей, не успевших дойти до эскалатора, увеличивается с каждым прибывшим поездом. Это может указывать на недостаточность времени между поездами для обеспечения комфортного перемещения всех пассажиров до эскалатора до прибытия следующего поезда. В данной постановке также наблюдается значительное повышение дисперсии модуля силы, что может свидетельствовать о возможных проблемах с неравномерностью и непостоянством силы взаимодействия между проходящими людьми.

Из результатов можно сделать вывод, что запуск поездов с временной задержкой между ними равной 103.76 сек не является оптимальным с точки зрения комфорта и безопасности пассажиров. Увеличение количества людей, не успевших зайти на эскалатор, а также повышение дисперсии модуля силы указывают на неэффективность такого расписания движения поездов. Для обеспечения комфортного и безопасного перемещения пассажиров рекомендуется выбрать более оптимальное время между прибытием поездов, основываясь на анализе результатов моделирования и учете других факторов, таких как пассажиропоток, структура платформы и скорость выхода пассажиров. Это позволит снизить количество людей, не успевших зайти на эскалатор, и уменьшить дисперсию модуля силы, обеспечивая более комфортное и безопасное движение пассажиров.



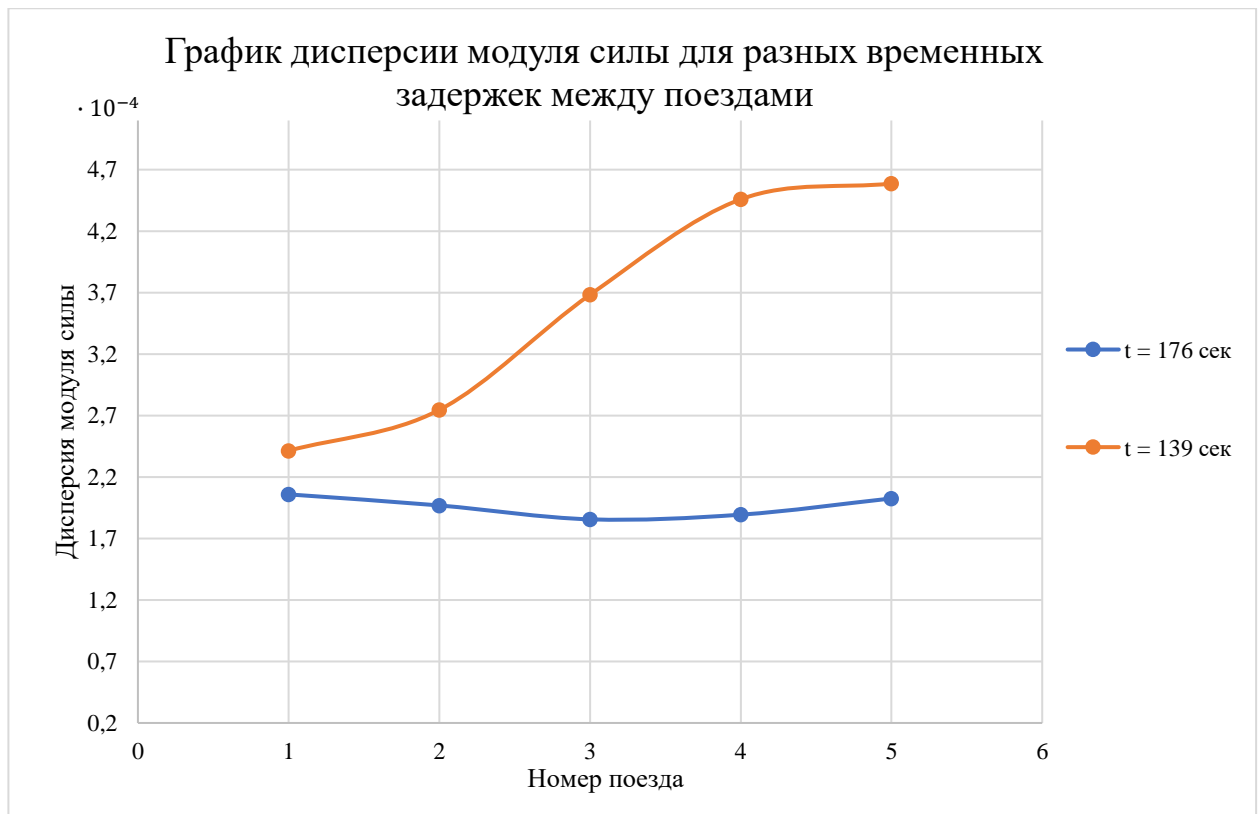


Рисунок 4.5 Результаты определения критической временной задержки между поездами с четырьмя вагонами.

Анализируя результаты моделирования постановки с поездами, состоящими из четырех вагонов, можно сделать следующие заключения: при установленном времени между поездами в 176 секунд дисперсия модуля силы остается относительно стабильной. Это свидетельствует о том, что пассажиры имеют достаточно времени для безопасного прохода к эскалатору. Такая постановка обеспечивает эффективное движение людей и минимизирует вероятность возникновения проблем или конфликтов на платформе. Однако, при более коротком времени между поездами, равном 139 секундам, наблюдается заметное увеличение дисперсии модуля силы. Это указывает на более интенсивное движение пассажиров и возможные проблемы в организации их перемещения. Сокращение временного интервала между поездами приводит к увеличению напряженности на платформе и более быстрому накоплению людей, не успевших зайти на эскалатор. Это может привести к созданию давки, чрезмерному давлению и повышенному риску для безопасности пассажиров. Кроме того, количество людей, не успевших зайти на эскалатор, начинает накапливаться после каждого последующего поезда в постановке с более

коротким временем между ними. Это указывает на появление проблемы с отсутствием достаточного времени для пассажиров на проход к эскалатору. Возникновение такой ситуации говорит о наличии критического времени, при котором интервал между поездами становится небезопасным и неэффективным.

Основываясь на полученных данных, можно сделать вывод о необходимости определения оптимального временного интервала между поездами. Необходимо учесть факторы, такие как количество пассажиров, интенсивность движения и безопасность, чтобы достичь баланса между эффективностью и комфортом пассажиров. Результаты показывают, что более длительный интервал между поездами способствует более стабильному движению пассажиров и снижает дисперсию модуля силы.

Подытожу полученные результаты во всех постановках:

1. Количество людей, которые не успевают дойти до эскалатора из предыдущих поездов, увеличивается при уменьшении времени между прибытием поездов. Это говорит о том, что при более частом прибытии поездов людям может быть сложнее пройти до эскалатора из-за большого количества пассажиров, которые вышли из предыдущего поезда.
2. Дисперсия модуля силы также увеличивается при более частом прибытии поездов. Это может быть связано с более интенсивным и сжатым движением пассажиров на платформе, когда времени между поездами меньше. Увеличение дисперсии модуля силы может указывать на большую изменчивость силы, с которой пассажиры воздействуют друг на друга при проходе, что может негативно сказаться на их безопасности.
3. В каждом моделировании наблюдается определенное время, при котором количество людей, не успевших дойти до эскалатора, начинает увеличиваться. Это указывает на то, что существует определенный порог времени между прибытием поездов, после которого пассажиры

не могут эффективно и безопасно перемещаться до эскалаторов. Оптимальные интервалы времени и определяют пропускную способность данной модели метро.

Анализ полученных результатов подтверждает важность правильной организации движения на платформе и подбора оптимальных параметров, таких как время между поездами, для обеспечения безопасности и эффективности передвижения пассажиров. Это важно для планирования графика движения поездов в метро и оптимизации потоков пассажиров для создания комфортной и безопасной среды в метрополитене.

#### 4.3 Поиск этапа, на котором требуется включение дополнительного эскалатора

Постановка: с каждой стороны платформы первоначальной модели (Рисунок 3.1) приезжает один поезд, число вагонов варьировалось от одного до четырех. Из каждого вагона поезда выходило 20, 25, 30, 35, 37 и 40 человек. Работает только один эскалатор (Рисунок 4.6). На рисунке 4.7 представлен график, на котором видна общая тенденция увеличения средней дисперсии модуля силы (обезразмеренной) с увеличением числа пассажиров.

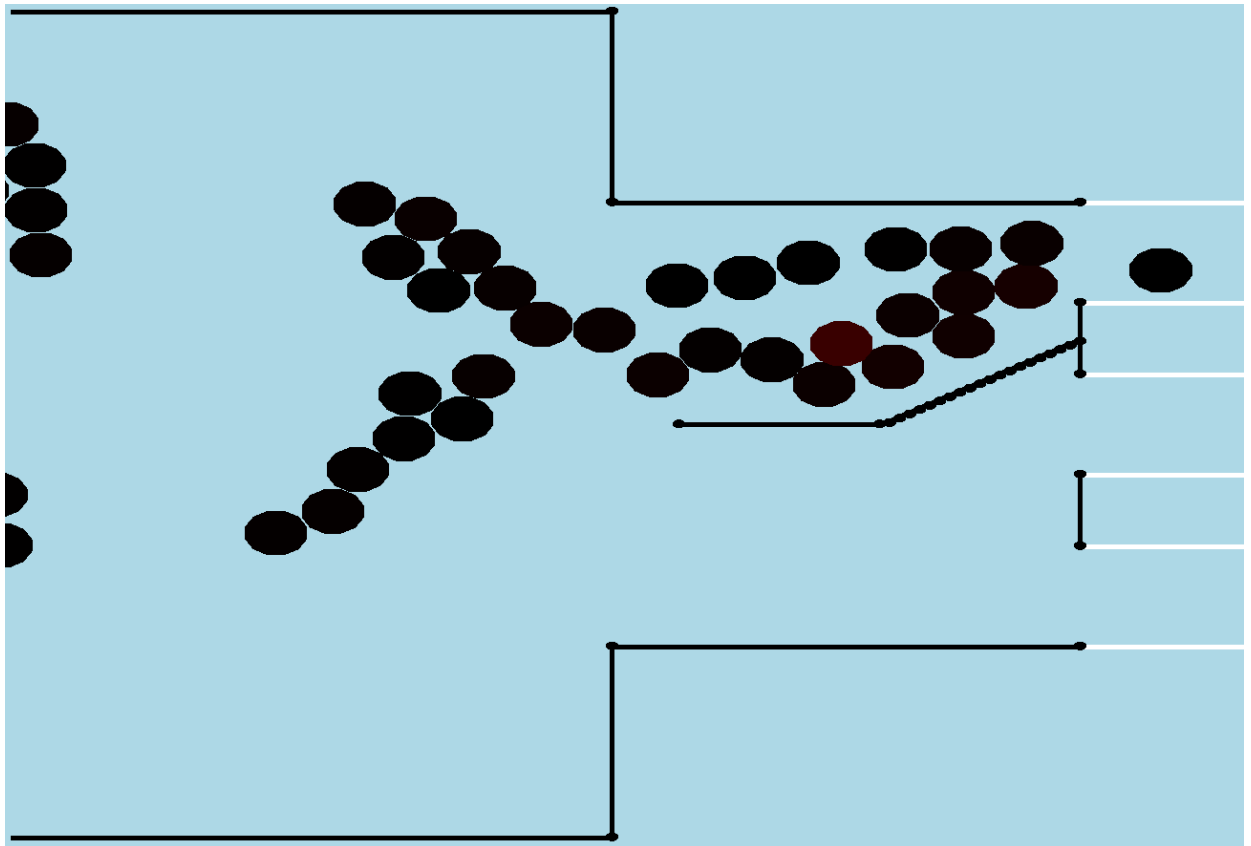


Рисунок 4.6 Движение частиц в модели с одним работающим эскалатором.

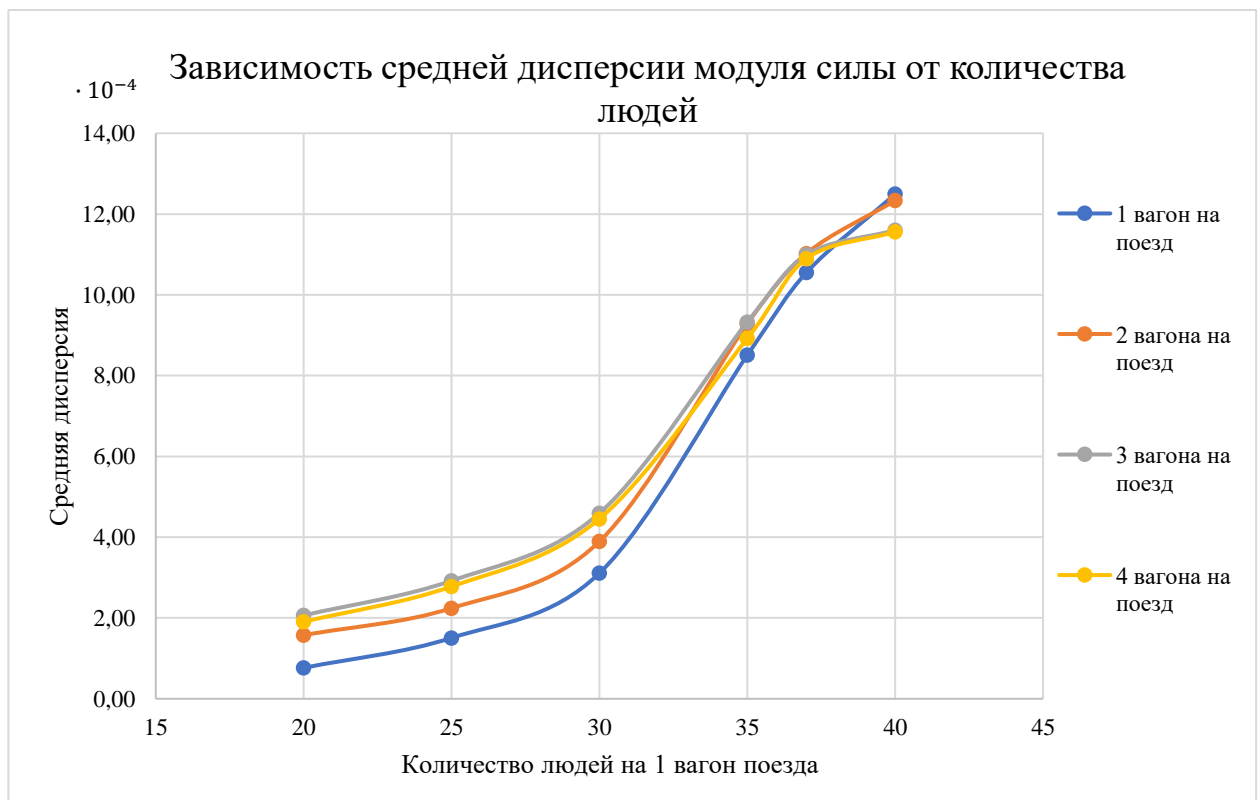


Рисунок 4.7 График зависимости средней дисперсии модуля силы от количества людей.

На основе предоставленных данных можно предположить на каком этапе следует включать второй эскалатор для обеспечения безопасного и

эффективного движения пассажиров. Дисперсия модуля силы увеличивается с увеличением количества людей для каждого варианта моделирования. Это может свидетельствовать о более интенсивных взаимодействиях и столкновениях между пассажирами в более плотной толпе. Увеличение дисперсии модуля силы указывает на необходимость разгрузить платформу и уменьшить плотность людей. Включение второго эскалатора может способствовать более равномерному распределению людей и уменьшению взаимодействий.

Исходя из общих тенденций роста дисперсии модуля силы для всех вариантов моделирования и в целях обеспечения безопасности и комфорта пассажиров, включение второго эскалатора следует рассмотреть на этапе, когда количество пассажиров достигает такого уровня, при котором дисперсия модуля силы начинает значительно увеличиваться. На основе полученных данных этот этап может быть тогда, когда число выходящих пассажиров с одного вагона увеличивается с 30 до 35, так как именно в этом диапазоне наблюдается резкий рост дисперсии модуля силы. Включение второго эскалатора позволит более эффективно распределять пассажиров и снизить нагрузку на один эскалатор, что в свою очередь может привести к улучшению времени прохода и снижению дисперсии модуля силы.

На следующих рисунках 4.8 и 4.9 приведены графики, на которых наглядно видно улучшение движения пассажиров при двух работающих эскалаторах.

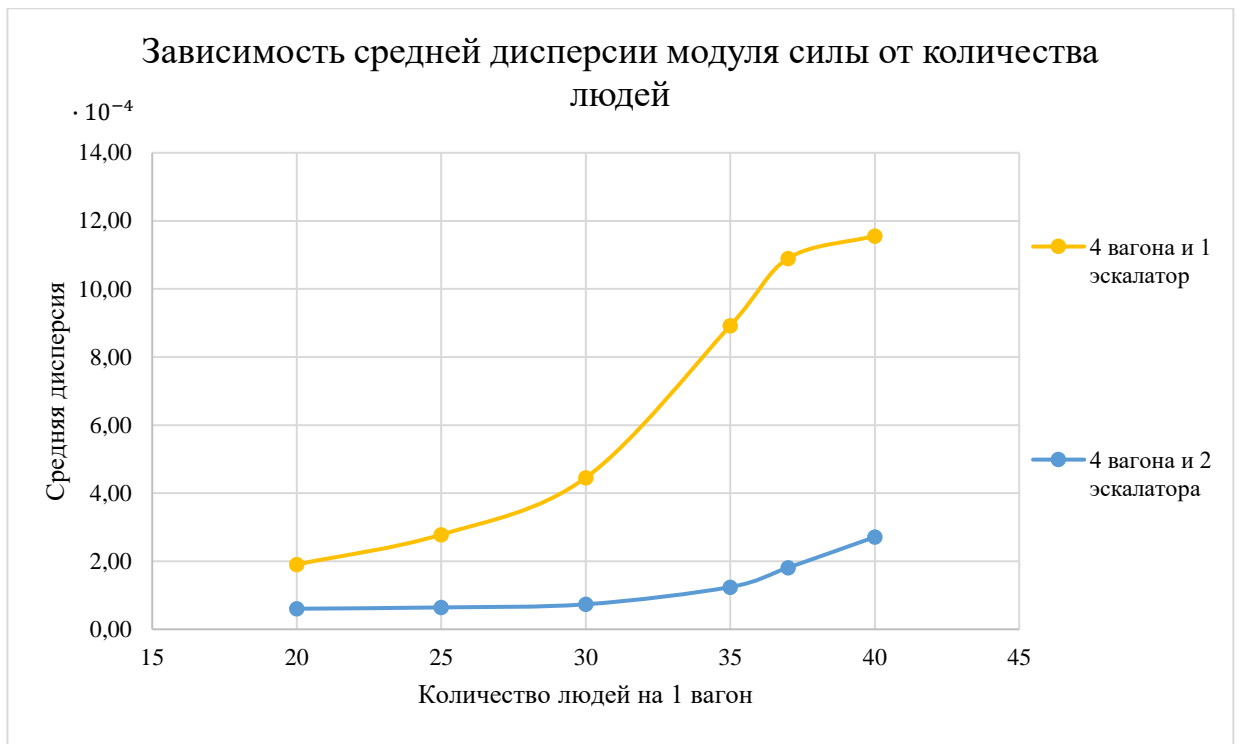


Рисунок 4.8 График зависимости средней дисперсии модуля силы от количества людей для поезда с четырьмя вагонами.

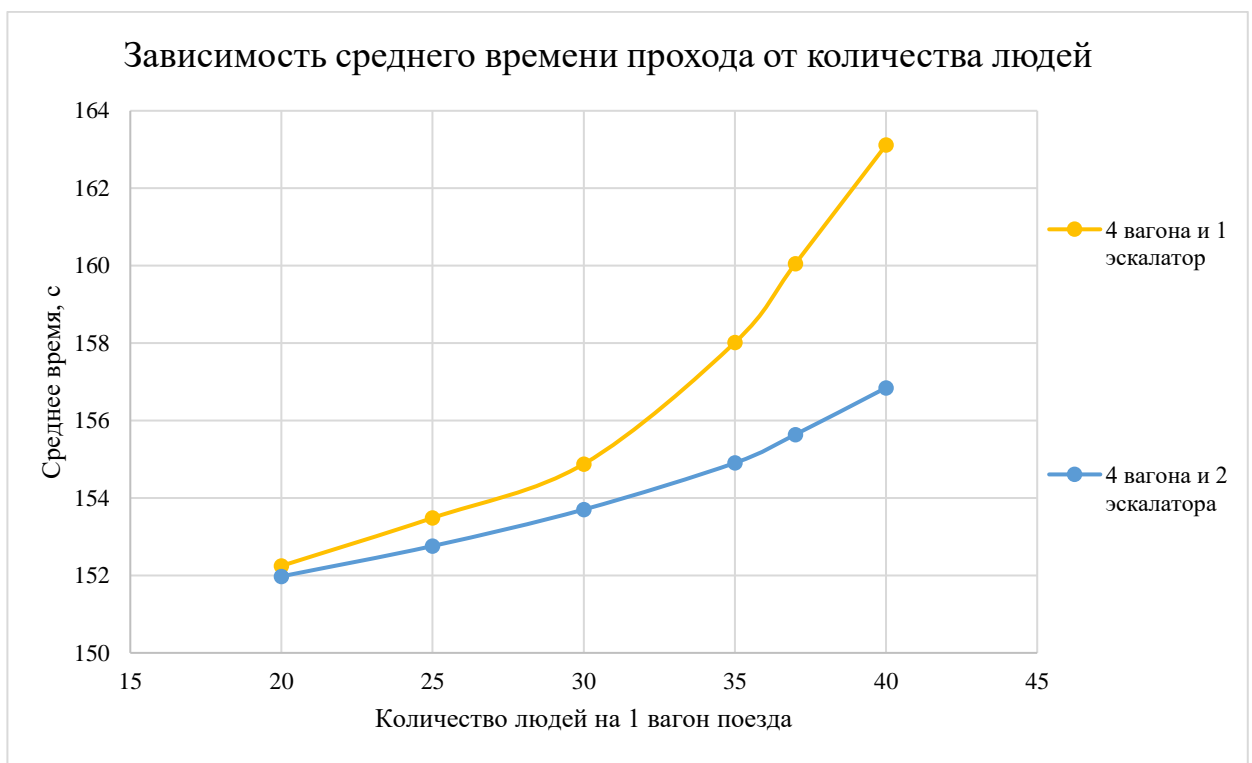


Рисунок 4.9 График зависимости среднего времени прохода людей от их количества для поездов с четырьмя вагонами.

Анализируя представленные результаты моделирования, можно сделать следующие заключения:

1. Увеличение числа пассажиров в поездах приводит к увеличению средней дисперсии модуля силы. Это означает, что с увеличением пассажирской нагрузки на платформе возрастает вариативность и непостоянство силы взаимодействия между проходящими людьми. Более высокая дисперсия модуля силы может свидетельствовать о более сложных и динамичных условиях передвижения пассажиров, что может влиять на их комфорт и безопасность.
2. При использовании только одного эскалатора наблюдается постепенное увеличение дисперсии модуля силы с увеличением числа пассажиров. Это объясняется тем, что один эскалатор может оказаться недостаточным для эффективного и плавного перемещения всех пассажиров с платформы. Большая нагрузка на один эскалатор может создавать проблемы и приводить к более сложным условиям движения.
3. При использовании двух эскалаторов, наблюдается значительное снижение дисперсии модуля силы при всех рассмотренных количествах пассажиров. Это указывает на более равномерное распределение нагрузки между двумя эскалаторами и более эффективное использование пространства на платформе. Включение второго эскалатора позволяет обеспечить более комфортные условия для пассажиров при их движении к эскалаторам.

На основе полученных результатов рекомендуется рассмотреть включение второго эскалатора уже при 30 выходящих пассажирах. Это поможет снизить дисперсию модуля силы и улучшить эффективность движения пассажиров.

#### 4.4 Поиск зависимости между строением метро и пропускной способностью

Далее будут рассмотрены следующие варианты строения метро: модель с удлиненным проходом к эскалаторам (Рис. 3.2), модель с расширенным

проходом к эскалаторам (Рис. 3.3), модель с расширенным и удлиненным проходом к эскалаторам (Рис. 3.4).

Постановка: с каждой стороны платформы данных моделей приезжает последовательно пять поездов, число вагонов варьируется от одного до четырех. Поезда приезжают с разной временной задержкой, после чего отслеживается число людей, не успевших дойти до эскалатора до приезда следующего поезда, и дисперсия модуля силы проходящих людей. Из каждого вагона выходит по 50 человек.

При временной задержке между поездами, когда каждый человек успевает дойти до эскалатора до приезда следующего поезда, во всех моделях наблюдаются схожие результаты по распределению дисперсии модуля силы, а в некоторых новых моделях (Рис. 3.2-3.4) немного ниже (Приложение 1). Однако при временной задержке, при которой количество людей, не успевших зайти на эскалатор, увеличивается с каждым прибывшим поездом, и дисперсия модуля силы значительно повышается, в новых моделях результаты оказались лучше, нежели в первоначальной постановке. Рассмотрю подробнее на рисунках 4.10-4.13

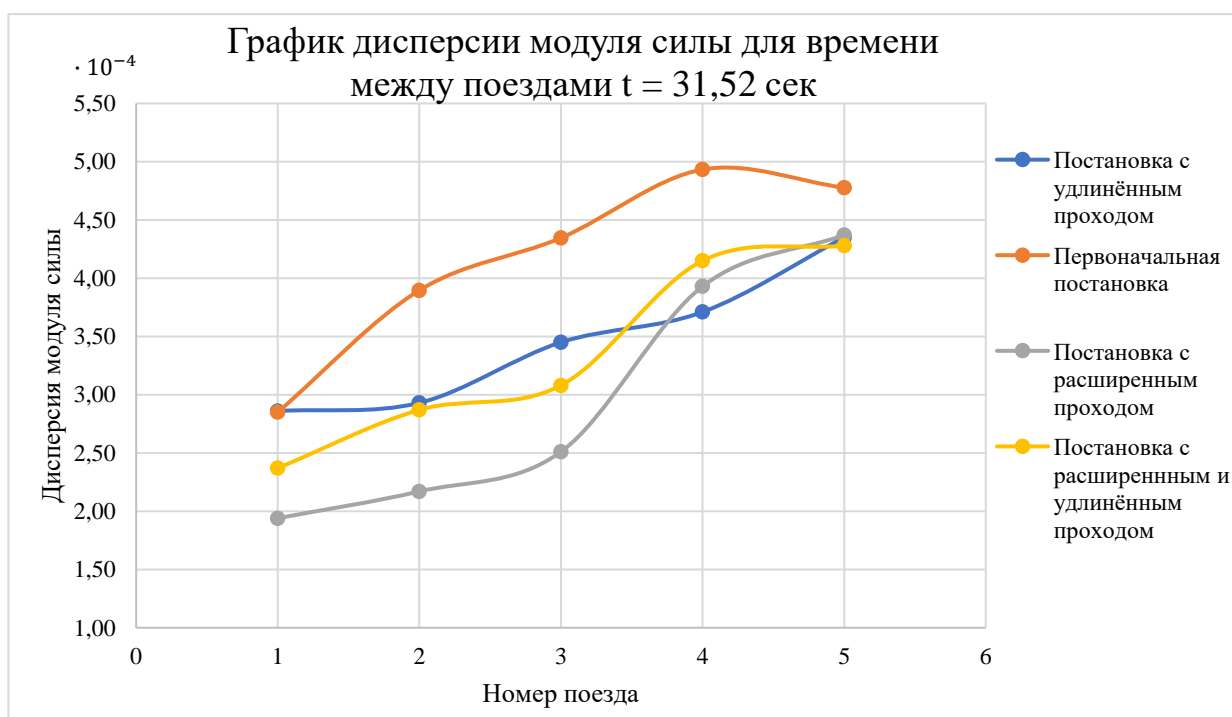


Рисунок 4.10 Сравнение результатов в разных постановках. Поезда с 1-м вагоном.



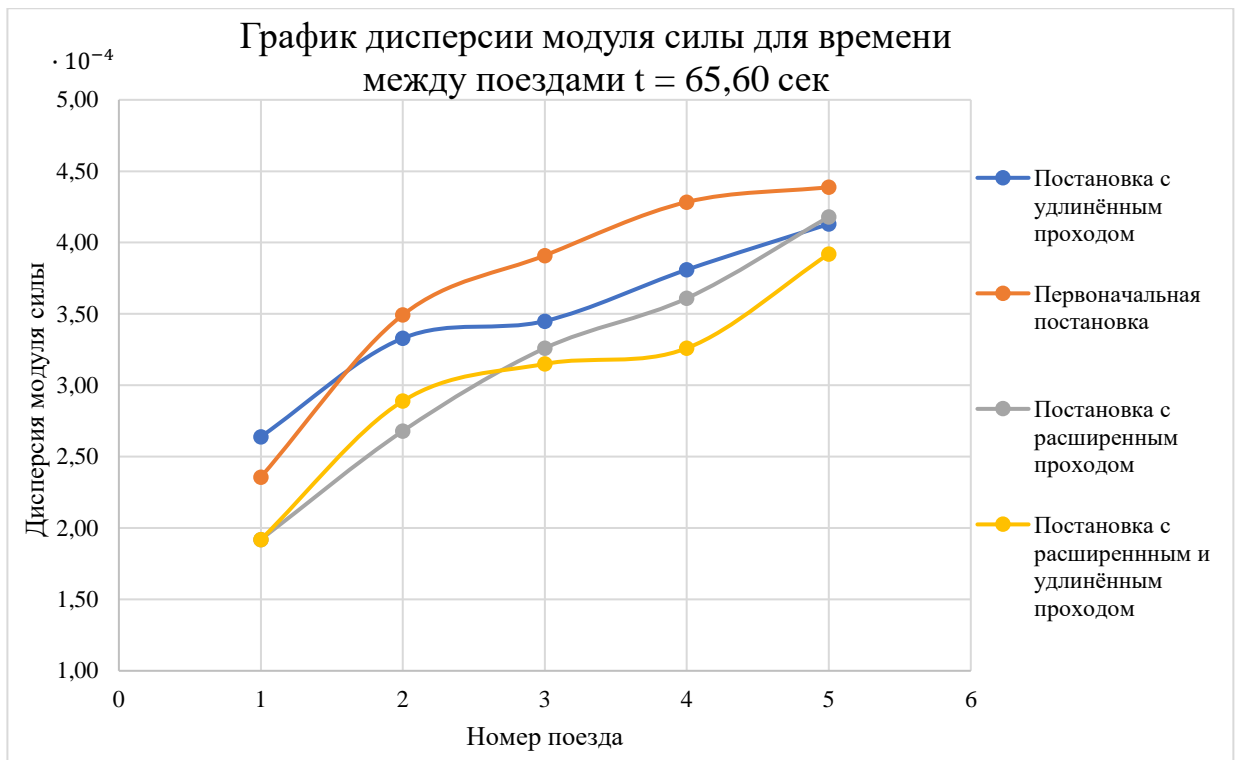


Рисунок 4.11 Сравнение результатов в разных постановках. Поезда с 2-мя вагонами.

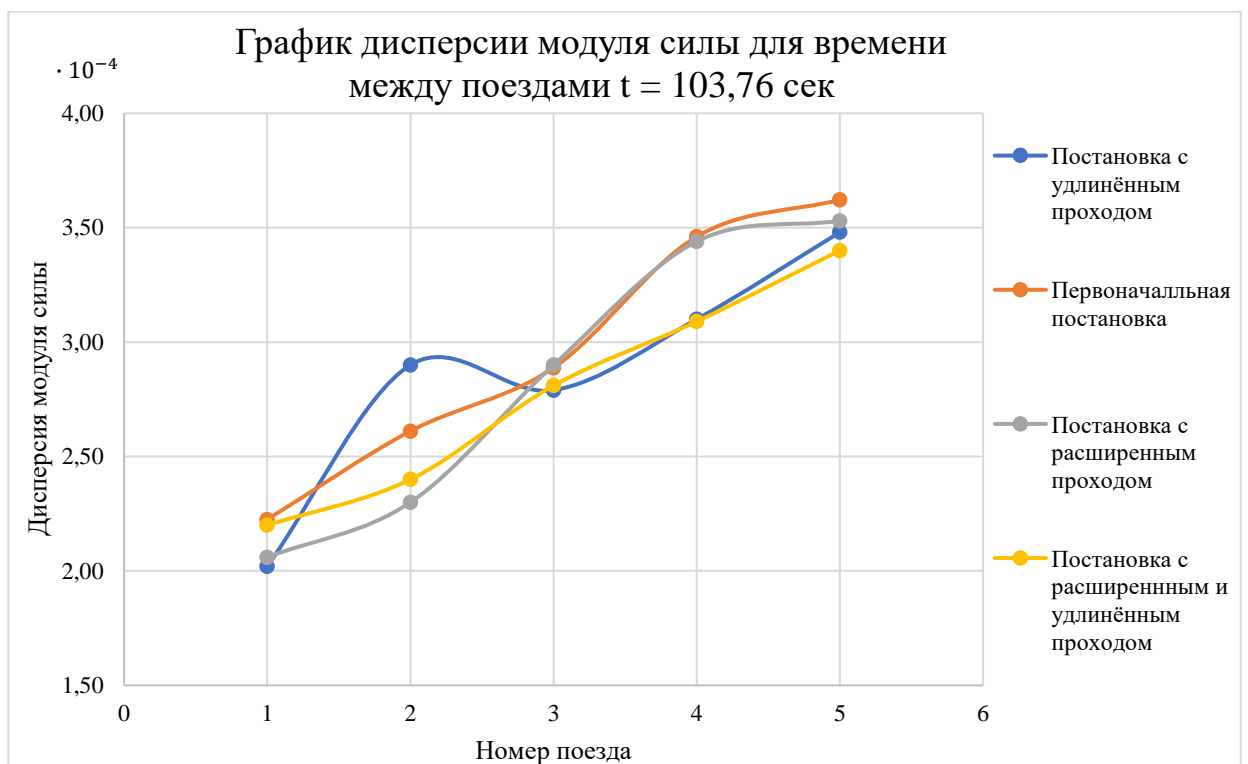


Рисунок 4.12 Сравнение результатов в разных постановках. Поезда с 3-мя вагонами.

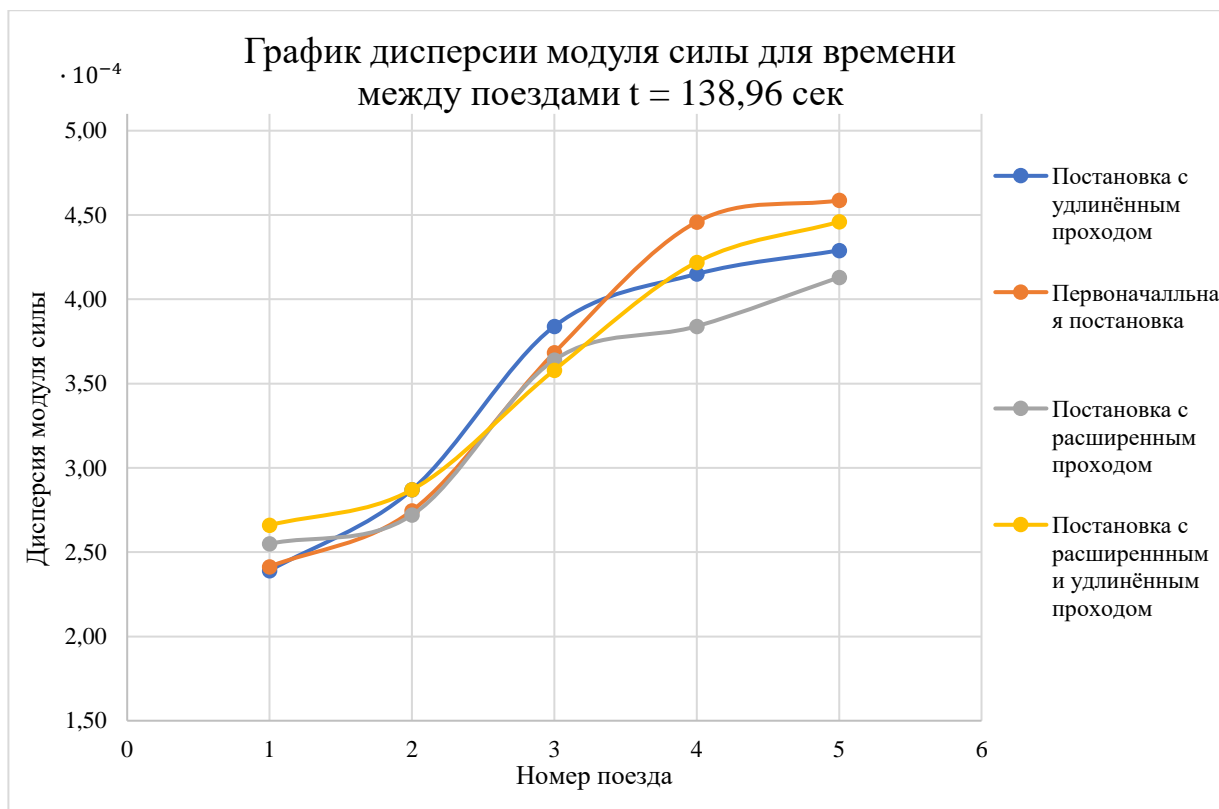


Рисунок 4.13 Сравнение результатов в разных постановках. Поезда с 4-мя вагонами.

Анализируя полученные результаты моделирования четырех различных постановок для поездов с разным числом вагонов, можно сделать следующие наблюдения:

1. В первоначальной постановке средняя дисперсия модуля силы для моделирований поездов с одним вагоном *больше* в среднем на 21.57 %, для поездов с двумя вагонами *больше* на 13 %, для поездов с тремя вагонами *больше* на 4.41 %, а для поездов с четырьмя вагонами *больше* на 2.7 %, чем в новых постановках. Это может указывать на более плавное движение пассажиров и лучшую пропускную способность в новых моделях, чем в первоначальной модели.
2. По результатам моделирований можно сделать вывод, что удлинение, расширение, и одновременное удлинение и расширение прохода к эскалаторам в постановках с разным числом вагонов приводит к снижению средней дисперсии модуля силы. Это может быть связано с тем, что более длинный и более широкий проходы

обеспечивают больше места для прохождения пассажиров и снижают вероятность столкновений и конфликтов.

Из анализа результатов можно заключить, что модификации прохода к эскалаторам, такие как удлинение и расширение, могут способствовать более плавному и эффективному движению пассажиров, что может способствовать повышению эффективности и пропускной способности системы метро.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было исследовано влияние различных факторов на безопасность и эффективность движения пассажиров в модели подземной части метрополитена. Были проведены моделирования с различными вариантами числа вагонов, числа пассажиров и структуры платформы, а также анализировались дисперсия модуля силы и время прохода пассажиров.

В начале работы было установлено, что увеличение числа выходящих пассажиров из поезда приводит к увеличению дисперсии модуля силы, что свидетельствует о более интенсивных взаимодействиях и столкновениях между пассажирами в плотной толпе. Это позволило определить этап, на котором необходимо включение дополнительного эскалатора для обеспечения безопасного и эффективного движения.

Далее были рассмотрены различные варианты моделирования структуры платформы с удлиненным и расширенным проходом к эскалаторам. Результаты показали, что такие модификации способствуют снижению дисперсии модуля силы и лучшему распределению нагрузки между пассажирами. Более длинные и широкие проходы обеспечивают больше места для прохождения пассажиров и снижают вероятность столкновений и конфликтов.

Таким образом, на основе проведенных исследований и анализа результатов можно сделать следующие заключения:

1. Увеличение числа выходящих из поезда пассажиров приводит к увеличению дисперсии модуля силы, что требует включения дополнительных эскалаторов для снижения нагрузки.
2. Модификации структуры платформы, такие как удлинение и расширение проходов к эскалаторам, способствуют снижению дисперсии модуля силы, более гармоничному движению пассажиров и повышению общей эффективности системы метро.

Результаты данной работы могут быть использованы для оптимизации структуры и работы метрополитена с целью обеспечения безопасности, комфорта и эффективности перемещения пассажиров. Дальнейшие исследования могут быть направлены на изучение других факторов, влияющих на пропускную способность и безопасность метро, а также на разработку и внедрение инновационных решений для оптимизации работы системы метрополитена.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боресков, Алексей Расширения OpenGL / Алексей Боресков. – М.: БХВ-Петербург, 2017. – 690 с.
2. Грищук, С. В., Данко, А. С., & Муравей, Л. А.. "Численные методы." Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 376 с.
3. Девис, Т. OpenGL. Руководство по программированию / Т. Девис, Д. Шрайнер, Дж. Нейдер, и др. - М.: СПб: Питер, 2006. - 624 с.
4. Кривцов, А.М. Деформирование и разрушение твердых тел с микроструктурой – М.: Физматлит, 2007. – 304 с.
5. Кузнецов, С.Д. Основы баз данных / С.Д. Кузнецов. - М.: Бином, 2016. - 484 с.
6. Ортега, Дж. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений / Дж. Ортега, У. Пул. - М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства "Наука", 1986. - 288 с.
7. Панов, Д. Ю. Справочник по численному решению дифференциальных уравнений в частных производных / Д.Ю. Панов. - М.: Гостехиздат, 2007. - 184с.
8. Переломов, А.М. Интегрируемые системы классической механики и алгебры Ли / А.М. Переломов. - М.: [не указано], 1990. - 666 с.
9. Полунина, Е. А., & Сурдин, В. Г., "Численные методы математической физики." Москва: Издательство Московского университета, 2012. - 384 с.
10. Frenkel, D., & Smit, B. "Understanding Molecular Simulation: From Algorithms to Applications." San Diego, CA: Academic Press, 2002. - 664 p.
11. Haile, J. M. "Molecular Dynamics Simulation: Elementary Methods." New York, NY: Wiley, 1997. - 512 p.
12. Price, M. J. "C# 9 and .NET 5 – Modern Cross-Platform Development." Birmingham, UK: Packt Publishing, 2021. - 550 p.
13. Гидродинамика человеческой толпы // Livejournal: сайт. – URL: <https://otrageniya.livejournal.com/1355221.html?ysclid=lgj9j02f6r552513868> (дата обращения: 25.04.2023).

14. Моделирование динамики толпы в областях со сложной геометрией: сайт.— URL:[http://tm.spbstu.ru/Моделирование\\_динамики\\_толпы\\_в\\_областях\\_со\\_сложной\\_геометрией](http://tm.spbstu.ru/Моделирование_динамики_толпы_в_областях_со_сложной_геометрией) (дата обращения: 05.04.2023).
15. Потенциал Леннард-Джонса: сайт. – URL: [http://tm.spbstu.ru/Потенциал\\_Леннард-Джонса](http://tm.spbstu.ru/Потенциал_Леннард-Джонса) (дата обращения: 25.04.2023).
16. Трагедия на «Немиге»: портал Википедия. – URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Трагедия\\_на\\_«Немиге»](https://ru.wikipedia.org/wiki/Трагедия_на_«Немиге») (дата обращения: 21.05.2023)

## Приложение 1. Сравнение распределения средней дисперсии модуля силы в разных моделях метро

Результаты представлены при моделировании движения поездов с такой временной задержкой, когда каждый человек успевает дойти до эскалатора до приезда следующего поезда.

