

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт  
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите

Директор ВШТМиМФ,

д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН

\_\_\_\_\_ А. М. Кривцов

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г.

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

магистерская диссертация

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОДВЕСА В НЕФТЕГАЗОВОЙ ОТРАСЛИ**

по направлению подготовки

01.04.03 Механика и математическое моделирование

Профиль

01.04.03\_04 Математическое моделирование процессов нефтегазодобычи

Выполнил

студент гр. 5040103/20401

А.И. Иманов

Научный руководитель

доцент, ВШТМиМФ, к.т.н.

И.С. Каешков

Санкт-Петербург

2024

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**  
**Физико-механический институт**  
**Высшая школа теоретической механики и математической физики**

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

А. М. Кривцов

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ЗАДАНИЕ**

**на выполнение выпускной квалификационной работы**

студенту Иманову Альфреду Илнуровичу, гр. 5040103/20401

1. Тема работы: Математическое моделирование электромагнитного подвеса в нефтегазовой отрасли
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 30.05.2024
3. Исходные данные по работе: актуальные научные публикации по теме работы, уравнение магнитного потока, основные балансовые соотношения
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): Обзор технических решений в области магнитных подвесов; моделирование электромагнита и проведение анализа реакции на статические возмущения; моделирование системы электромагнитного подвеса ротора с ПИД регуляторами, способную удерживать ротор в допустимом зазоре при внешних возмущающих воздействиях с учётом допущений; разработка 3D модели вала ротора с гидродинамическими опорами, позволяющей оценить воздействие ротора на опору с учетом гироскопического эффекта.
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): не предусмотрено
6. Консультанты по работе: отсутствуют
7. Дата выдачи задания 26.02.2024

Руководитель ВКР \_\_\_\_\_ Каешков И.С. – доцент ВШТМиМФ, к.т.н.

Задание принял к исполнению 26.02.2024

Студент \_\_\_\_\_ Иманов А.И.

## РЕФЕРАТ

На 56 с., 29 рисунков, 2 таблиц.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ПАССИВНЫЙ МАГНИТНЫЙ ПОДВЕС, АКТИВНЫЙ МАГНИТНЫЙ ПОДВЕС, ЛЕВИТАЦИЯ, СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОДВЕСОМ, МАГИСТРАЛЬНЫЙ НАСОС, ОСЕВОЙ МАГНИТНЫЙ ПОДШИПНИК, РАДИАЛЬНЫЙ МАГНИТНЫЙ ПОДШИПНИК.

Объектом исследования магистерской диссертации является электропривод магистрального насоса.

Цель работы: построить модель электромагнита, изучить его свойства. Создать имитационную модель системы управления подвесом. Провести исследования реакции системы при статической и динамической нагрузке. Путем исследования получить результаты отработки при внешних возмущениях, в нашем случае подземного толчка магнитудой в 10 баллов.

Основными заказчиками могут быть нефтегазовые компании, которые перекачивают нефтепродукты и другие технические жидкости в больших объемах.

Работа выполнена с использованием пакета прикладных программ: Microsoft MatLab R2012b, Office 2016, Mathcad 14.

## **ABSTRACT**

56 p., 29 figures, 2 tables.

**KEYWORDS:** PASSIVE MAGNETIC SUSPENSION, ACTIVE MAGNETIC SUSPENSION, LEVITATION, ELECTROMAGNETIC SUSPENSION, AUTOMATIC CONTROL SYSTEM, MAIN PUMP, AXIAL MAGNETIC BEARING, RADIAL MAGNETIC BEARING.

The object of research of the master's thesis is the electric drive of the main pump.

The purpose of the work: to build a model of an electromagnet, to study its properties. Create a simulation model of the suspension control system. To conduct research on the reaction of the system under static and dynamic load. Through research, we obtain the results of working out with external disturbances, in our case, an earthquake with a magnitude of 10 points.

The main customers may be oil and gas companies that pump petroleum products and other technical liquids in large volumes.

The work was performed using the application software package: Microsoft MatLab R2012b, Office 2016, Mathcad 14.

## **Обозначения и сокращения**

МН - магистральный насос;

АМП - активный магнитный подвес;

ПМП - пассивный магнитный подшипник;

ВТСП - высокотемпературный сверхпроводник;

ПМ - постоянный магнит;

ЭМП - электромагнитный подвес;

СУ - система управления

ПК - персональный компьютер;

СИЗ - средства индивидуальной защиты;

ПУЭ - правила устройства электроустановок;

ПБ - правила безопасности;

НТИ - научно-техническое исследование;

НР - научный руководитель.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение .....</b>		<b>5</b>
<b>Глава 1. ОСНОВАПОЛАГАЮЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИНОГО ПОДВЕСА И МАГИСТРАЛЬНЫХ НАСОСОВ.....</b>		<b>7</b>
1.1 Обзор различных категорий насосов, их конструктивных характеристик и областей применения .....		7
1.2 Ключевые факторы, приводящие к сбоям в работе магистральных насосных систем .....		10
1.3 Описание особенностей пассивных магнитных подшипников		11
1.5 Конфигурация системы активного магнитного подвеса .....		20
1.6 Радиальное усилие.....		24
1.7 Итоги раздела.....		26
<b>Глава 2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ПОДВЕСНОЙ СИСТЕМЫ.....</b>		<b>27</b>
2.1 Электромагниты в системах магнитной левитации .....		27
2.2 Построение математической модели для описания электромагнитного устройства .....		34
2.3 Изучение характеристик вращения ротора при его поддержании с помощью электромагнитной левитации.....		50
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>		<b>56</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....</b>		<b>57</b>

## Введение

С самого зарождения цивилизации возможность поднимать предметы в воздух всегда волновала людей. Явление магнитной левитации было открыто много веков назад, и этот принцип уже применялся при проектировании подшипников в 20 веке. С тех пор технология, используемая для стабилизации магнитных объектов, претерпела значительные изменения. В настоящее время активные магнитные подшипники (Active Magnetic Bearings, AMB) продемонстрировали значительные технические преимущества по сравнению с традиционными подшипниками, и эти преимущества сделали их широко используемыми во многих отраслях промышленности. АМП увеличивает рабочую скорость вращающегося оборудования при одновременном уменьшении веса и объема оборудования, что, естественно, также приводит к снижению затрат. Такие подвесы применяются широко и с каждым годом их применение растет вместе с интересом к технологиям. Разработка АМП является важной задачей в научных исследованиях. Целью проведенного исследования является разработка электрического привода для основного насосного оборудования, работающего на основе системы электромагнитного подшипника. Магистральные насосы играют жизненно важную роль во многих отраслях промышленности, особенно в нефтегазовой отрасли, где они транспортируют жидкие углеводороды. Усовершенствование этих устройств с использованием технологии электромагнитной левитации не только продлевает срок их службы, но и позволяет добиться значительного снижения энергопотребления и затрат на техническое обслуживание. Такая оптимизация в конечном итоге приводит к снижению общих затрат.

Цель исследования:

- понять причины, из-за которых происходит отказ магистральных насосов.
- разработать методы, которые помогут увеличить эффективность насосных систем
- разобраться в существующих моделях электромагнитных подшипников.
- разработать модель электромагнитного подшипника, который будет применяться в насосе.
- оценить надежность.

Диссертация разделена на две части. В первой части мы анализируем конструкцию магистрального насоса и магнитного подвеса, далее разбираем типы насосов, где определяем преимущества и недостатки, которые могут привести к проблемам при эксплуатации и проводится классификация магнитных подшипников. Также описывается применение разных видов подшипников, их конструктивные особенности и ограничения. Во второй части мы работаем над математической моделью системы управления электромагнитным подвесом, анализируем характеристики, разработанной нами системы. Далее мы подбираем параметры электромагнита для стабилизации ротора насоса. В заключительной части приводятся результаты исследования и обсуждаются направления для будущих исследований.

## **Глава 1. ОСНОВАПОЛАГАЮЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИННОГО ПОДВЕСА И МАГИСТРАЛЬНЫХ НАСОСОВ**

В этом разделе рассматриваются магистральные насосы, а также детализируются их конструктивные типы. Определены ключевые слабые места стандартных конструкций таких насосов и проведен анализ причин, которые могут привести к их неисправности. Дополнительно, представлены стратегии для улучшения эксплуатационной надежности насосных установок и описаны свойства электромагнитных подшипников разных моделей.

### **1.1 Обзор различных категорий насосов, их конструктивных характеристик и областей применения**

Магистральные насосные системы представляют собой высокоспециализированные механизмы, разработанные для оптимизации перемещения жидкостей через обширные сети трубопроводов. Эти насосы разделяются на категории в соответствии с их способностью к перекачиванию жидкостей, что позволяет точно подобрать необходимое оборудование для конкретных задач транспортировки

- К первой категории относятся насосы с производительностью от 125 до 710 м<sup>3</sup>/ч.
- Ко второй категории относятся насосные системы, способные обеспечивать производительность от 1250 до 10 000 м<sup>3</sup>/ч.

В первой категории находятся многоступенчатые центробежные насосы, которые способствуют превосходной точности и управлению в процессе перекачивания жидкостей. Во второй группе ключевую роль играют одноступенчатые горизонтальные центробежные насосы, выделяющиеся своей эффективностью и производительностью. Их конструкция предназначена для эффективной перекачки значительных объемов жидкости, что делает их незаменимыми в масштабных промышленных объемах. Схематическое

изображение одноступенчатого насоса, представленное на рисунке 1.1, демонстрирует устройство и принцип работы данного типа насосов. [1]

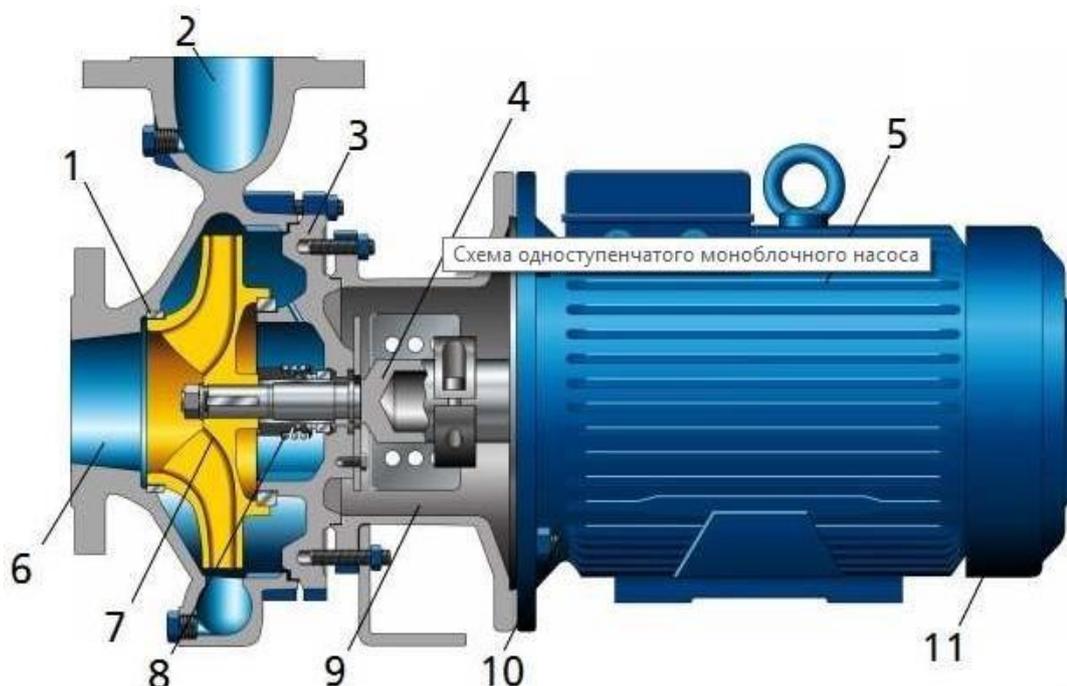


Рисунок 1.1 – Схематическое изображение одноступенчатого насоса

1. Дросселирующая щель;
2. Напорный патрубок;
3. Крышка корпуса;
4. Вал;
5. Корпус двигателя;
6. Всасывающий патрубок;
7. Рабочее колесо;
8. Уплотнение вала;
9. Поддон привода;
10. Подшипник качения.

Одноступенчатые магистральные насосы обладают рядом важных преимуществ, что делает их предпочтительным выбором для определенных применений.

- Стабильность подачи обеспечивает непрерывный поток воды с минимальными колебаниями.

- Простота конструкции. Создан для простоты обслуживания и ремонта.
- Более доступен по цене по сравнению с многоступенчатыми аналогами.
- КПД варьируется от 0,6 до 0,8 и является показателем эффективного использования энергии.
- Всасывание поднимает жидкости с большей глубины благодаря высокой мощности всасывания.
- Обеспечивает возможность автоматизации процесса откачки и упрощает управление насосом.

На рисунке 1.2 демонстрируется структура многоступенчатого секционного центробежного насоса, специально разработанная для обеспечения высокоэффективной транспортировки жидкостей и для оптимизации процесса транспортировки. Эта конструкция обеспечивает повышенную эффективность за счет использования нескольких ступеней, что позволяет насосу преодолевать значительные перепады давления и успешно перемещать жидкость на большие расстояния.

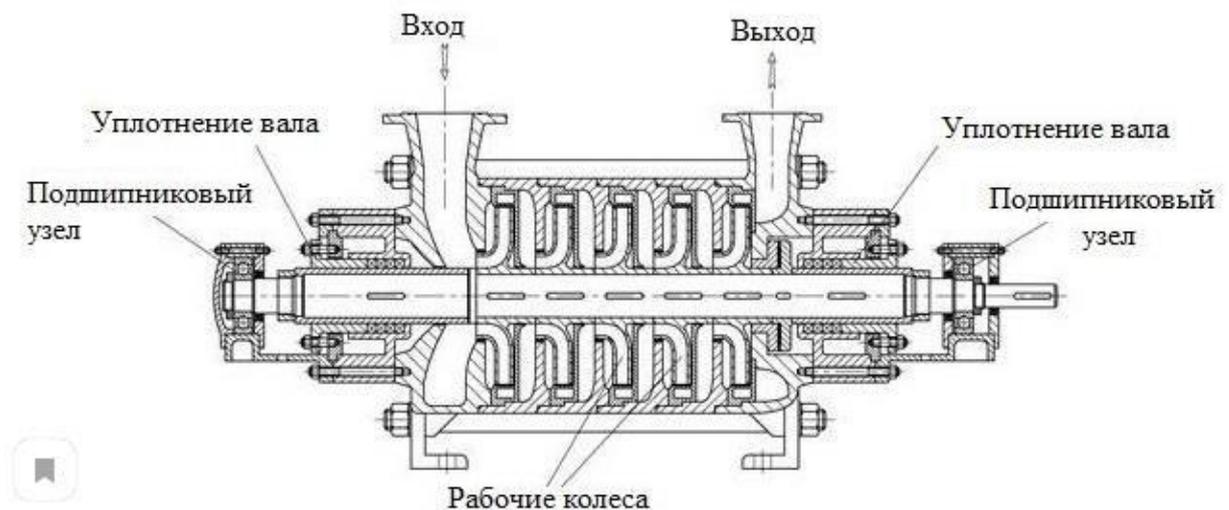


Рисунок 1.2 – Структура многоступенчатого секционного центробежного насоса

Многоступенчатые магистральные насосы действительно отличаются

высокой производительностью и номинальным давлением. Эти свойства делают его идеальным выбором для систем, требующих эффективной и надежной транспортировки жидкостей на большие расстояния. Высокая скорость потока обеспечивает быстрое перемещение больших объемов жидкости, а большое давление позволяет жидкости преодолевать сопротивление трубопровода и перепады высот. Эти характеристики делают одноступенчатые насосы незаменимыми во многих отраслях промышленности.

## **1.2 Ключевые факторы, приводящие к сбоям в работе магистральных насосных систем**

Опыт эксплуатации насосных агрегатов выявил ряд типичных неисправностей, которые можно классифицировать следующим образом:

- износ или поломка масляного насоса.
- если герметичность недостаточна, масло будет вытекать из подшипника.
- грязные фильтры снижают давление масла и ускоряют износ подшипников.

Механические проблемы:

- ошибки при изготовлении, сборке или установке насоса.
- КПД насоса снижается из-за износа подшипников и рабочего колеса.
- уплотнения и резиновые детали могут быть повреждены, что может повлиять на работу муфты.

Электрические проблемы:

- проблемы статора и обмотки ротора, вызванные вибрацией.
- износ подшипников.
- внутри двигателя возникают межвитковые короткие замыкания, ускоряющие износ изоляции.

Последствия этих неудач могут быть значительными.

- Проблемы с системой смазки приводят к быстрому износу

подшипников.

- Механические неисправности увеличивают вибрацию, деформируют ротор и снижают производительность насоса. [2]
- Электрическая проблема может привести к выходу из строя двигателя и прекращению работы насоса.

### **1.3 Описание особенностей пассивных магнитных подшипников**

Являясь усовершенствованной системой поддержки, магнитные подшипники обеспечивают бесконтактную работу между валами и подшипниками за счет магнитной силы. Эта технология не только снижает износ движущихся частей и продлевает срок службы оборудования, но также значительно снижает уровень шума и повышает эффективность работы вращающегося оборудования. Применение магнитных подшипников, особенно в высокоскоростном вращающемся оборудовании, принесло революционные улучшения в промышленную сферу. Они подразделяются на активные подшипники и пассивные.

Активные магнитные подшипники применяют электромагнитную технологию и систему регулирования для поддержания положения ротора. Для обеспечения стабильности и точности положения ротора необходим постоянный контроль и регулировка магнитного поля. АМП обеспечивает высокую точность позиционирования и может компенсировать динамические нагрузки, что делает его идеальным для использования в высокоскоростном прецизионном оборудовании.

Пассивные магнитные подшипники (ПМП), в отличие от активных магнитных подшипников, не требуют внешнего источника питания или системы управления. Они работают на основе постоянных магнитов (рис. 1.3), которые генерируют стабильное магнитное поле, удерживающее ротор во взвешенном состоянии. Хотя ПМП проще в эксплуатации и менее подвержены отказам, они имеют меньшую точность позиционирования, чем АМП, и имеют ограниченную способность компенсировать динамические нагрузки. [3-4]

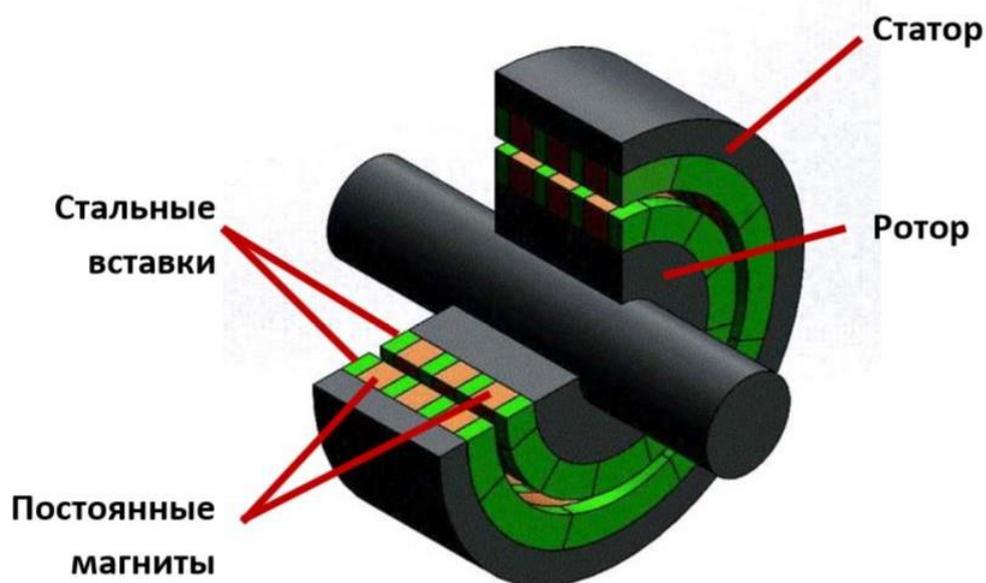
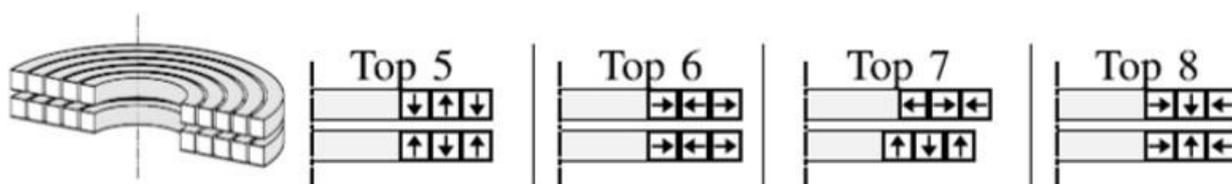


Рисунок 1.3. – Пассивный магнитный подшипник

Современные магниты с высоким уровнем энергии, например, из сплава NdFeB, отличаются значительной магнитной прочностью. Различные виды конструкций магнитных систем, различаются по ориентации и расположению намагниченности роторных и статорных магнитов, которые дают стабилизацию вала в радиальной и осевых направлениях. Рисунок 1.4 иллюстрирует осевые магнитные подшипники с металлическими элементами в статоре и роторе. Представлены разные варианты систем магнита. Элементы подшипника усиливают магнитный поток, снижают неоднородность поля и способствуют созданию идеального распределения магнитного поля в зазоре.

А)



б)

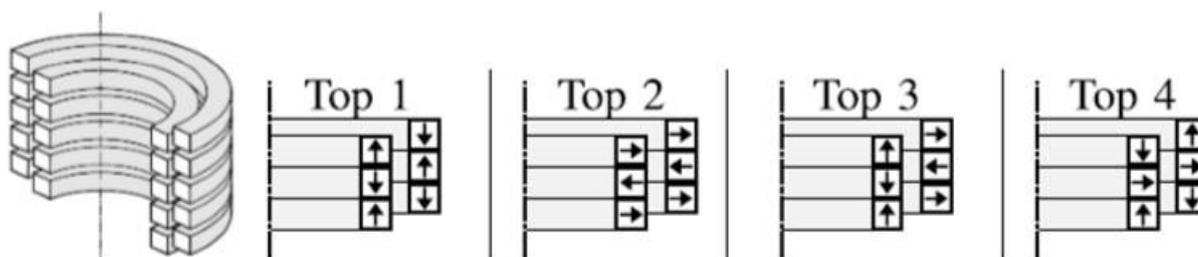


Рисунок 1.4. – Осевые магнитные подшипники б) расположение магнитов цилиндрическое а) с дисковым размещением магнитов

Теорема Эрншоу устанавливает, что создание совершенного магнитного подвеса с использованием исключительно постоянных магнитов невозможно из-за существующих ограничений. В результате, системы, основанные на постоянных магнитах, неизбежно должны обеспечивать наличие по меньшей мере одной незафиксированной степени свободы и включать дополнительные опорные элементы. В результате магнитные подшипники, включающие в себя постоянные магниты, часто служат вспомогательными устройствами, снижающими нагрузку на основную систему или повышающими жесткость дополнительным магнитным полем.

Пассивные электродинамические подшипники функционируют благодаря тому, что стабильное магнитное поле и индуцированный электрический ток, возникающий в проводнике при перемещении сквозь магнитное поле, взаимодействуют как показано на иллюстрациях 1.5а и 1.5б. В результате этого процесса генерируется сила, способная поддерживать ротор в подвешенном состоянии, что особенно эффективно при высоких оборотах.

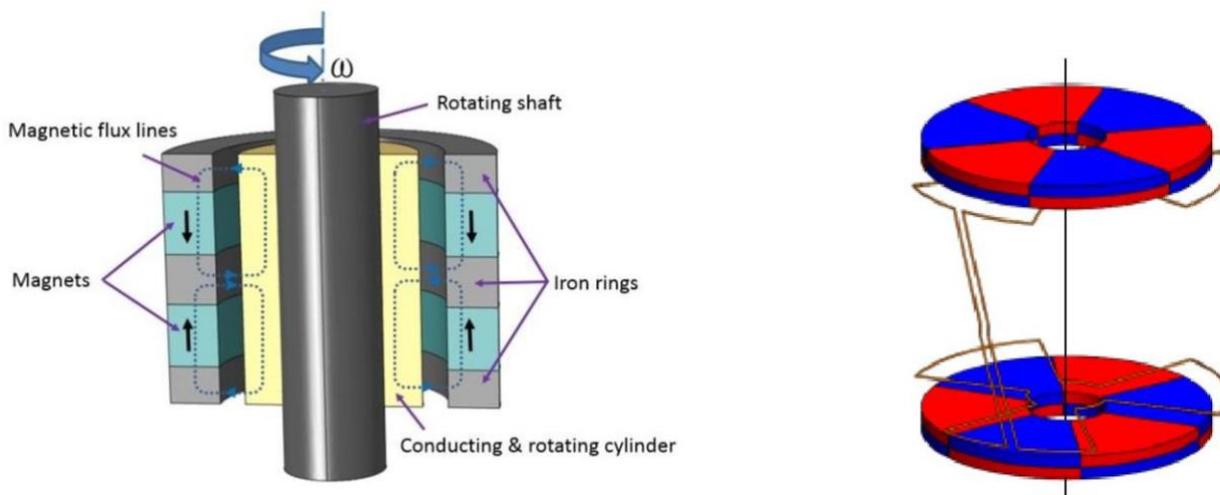


Рисунок 1.5 – Структура и механизм действия электродинамического магнитного подшипника

Электромагнитные подшипники используют объемный эффект проводящего материала для создания магнитного поля, которое взаимодействует с а) индуцированными токами, генерируемыми внутри материала. Это взаимодействие создает силу, которая поднимает подшипник в воздух и заставляет его вращаться без физического контакта, уменьшая трение и износ, а также повышая эффективность и долговечность оборудования. Это взаимодействие приводит к возникновению силы, способной уравновесить и стабилизировать положение ротора. б) Применение короткозамкнутой обмотки, состоящей из одного витка, также создает магнитное поле. Когда ротор движется относительно этой обмотки, в ней индуцируются токи, которые взаимодействуют с магнитным полем, создавая подъемную силу, поддерживающую ротор в воздухе.

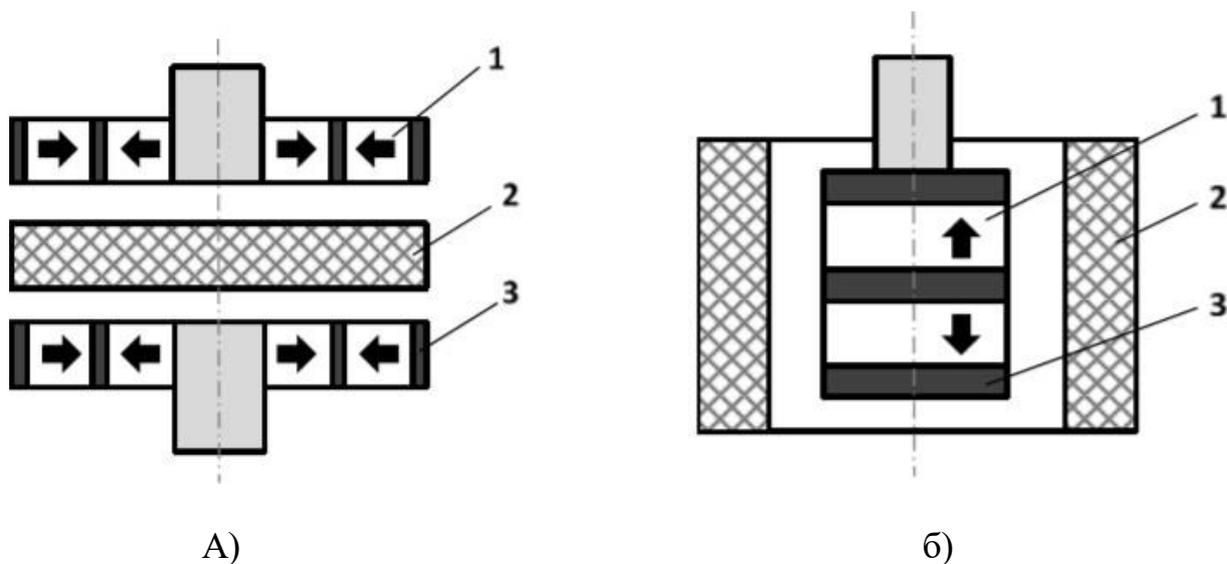
Оба метода используют принципы электромагнетизма для достижения бесконтактной поддержки ротора, что уменьшает механическое трение и износ, повышая тем самым эффективность и надежность системы.

В последние годы возрос интерес к электродинамическим подшипникам, что нашло отражение в увеличении количества исследований, направленных на улучшение их стабильности и жесткости. Эти подшипники привлекают

возможностью обеспечения стабильного подвешивания без активного управления. Однако их эффективность ограничивается необходимостью высоких скоростей вращения для генерации адекватного индуцированного тока. Скорость вращения также влияет на жесткость системы, но основными недостатками являются теплотери и нагрев проводника из-за наведенных токов.

Подшипники, содержащие элементы из объемного высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП), представляют собой третий тип пассивных магнитных подшипников. Диамагнитные свойства материала ВТСП используются для трехмерной стабилизации вала и достижения идеальной левитации. Эти подшипники с охлаждением жидким азотом характеризуются высокой жесткостью в зависимости от качества используемых материалов [5-7]. ВТСП-подшипники работают как электрические системы подвеса. Отличаются они только тем, что в охлаждаемых сверхпроводниках электрическое сопротивление отсутствует что ведет к отсутствию энергетических потерь. Минусами использования ВТСП-подшипников можно назвать сложность при применении вакуумной изоляции и систем азотного охлаждения.

Конструктивные решения подшипников на основе высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) разнообразны. Их классифицируют по составу постоянного магнита и сверхпроводящего элемента. Таким образом, мы имеем дисковую структуру, в которой магнит и сверхпроводник расположены параллельно друг другу (рис. 1.6а), и цилиндрическую структуру, в которой эти элементы расположены вдоль общей оси (рис. 1.6б).



На рисунке 1.6 представлены конструкции двух типов ВТСП-подшипников: дискового (а) и цилиндрического (б). 1 – Постоянный магнит. 2 – ВТСП-элемент. 3 – Стальная вставка

Обычно конструкция диска основана на предположении, что его состояние состоит из ряда плоских сверхпроводящих элементов, организованных в виде диска. Расположены фигурно или сплошным слоем. Эти элементы из высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) размещены в изолированном пространстве и охлаждаются жидким азотом для поддержания необходимой низкотемпературной среды. Что касается ротора, то он состоит из комбинации кольцеобразных постоянных магнитов и магнитных подшипников. Эта конструкция позволяет ротору вращаться без физического контакта. Это все усиливается стальными вставками, что повышает магнитную индукцию. В зависимости от направления намагничивания ротора радиальное или осевое, будет изменяться его жесткость. Как показывают исследования, магниты, которые направлены в осевом направлении, имеют жесткость ниже, чем магниты, направленные радиально.

Цилиндрические магнитные системы ротора интегрируют стальные компоненты, схожие с теми, что применяются в магнитных подшипниках, с аксиально намагниченными кольцевыми магнитами и встроенными в вал постоянными магнитами. Статоры выглядят как полые цилиндры. Так же

существуют цилиндрические сверхпроводящие подшипники. Конструкция таких подшипников размещает статор внутри ротора с вращающимися магнитами.

Охлаждение сверхпроводника происходит после сборки, что позволяет материалу перейти в сверхпроводящее состояние под воздействием магнитного поля, которое создается постоянными магнитами ротора — это режим полевого охлаждения (FC). Однако ведутся разработки методов охлаждения сверхпроводящих подшипников без воздействия магнитного поля, что дает возможность сверхпроводнику переходить в сверхпроводящее состояние без предварительного намагничивания — это режим нулевого поля (ZFC). Пример такой конструкции можно увидеть на рисунке 1.7

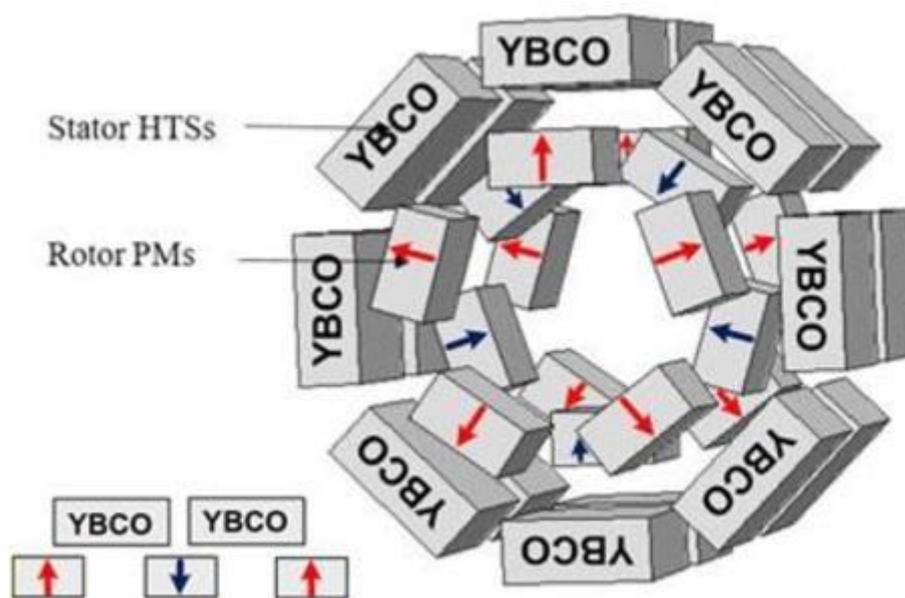


Рисунок 1.7 – Модель сверхпроводящего подшипника, совмещённого с охлаждающей системой, функционирующей по принципу нулевого магнитного поля (ZFC).

Применение высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) дает нам повод разрабатывать пассивные магнитные подвесы. В этой системе потери энергии значительно сокращаются благодаря эффективной конструкции.

Однако для подавления вибраций, которые могут возникнуть во время работы, может потребоваться установка специального антивибрационного оборудования. Обычно это достигается с помощью амортизаторов или систем активного управления, обеспечивающих плавную работу системы. В то же время маломощные активные подшипники могут использоваться в качестве виброгасящих элементов, уменьшая общий размер и стоимость системы, делая ее более экономичной и надежной по сравнению с традиционными электромагнитными подвесами.

Подшипники из высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) привлекли внимание благодаря своей способности обеспечивать высокую стабильность и жесткость систем пассивной магнитной подвески, устраняя необходимость в активных магнитных подшипниках. В этой области ведутся активные исследования, направленные на улучшение свойств ВТСП-материалов и расширение области их применения. ВТСП-подшипники уже применяются в зарубежных разработках, таких как накопители энергии маховиков, электродвигатели, центрифуги, подвесные транспортные системы и рулевые устройства самолетов, среди которых выделяются достижения немецкого технологического центра ATZ Masu.

Международные производители, такие как Beacon Power, Active Power, Socomec UPS и PowerThru, также активно внедряют технологию HTS в свои устройства хранения кинетической энергии. В последнее десятилетие в России наблюдается значительный прогресс в области исследований и производства высокотемпературных сверхпроводников. Отечественные разработки не уступают иностранным аналогам по качеству, при этом предлагаются по конкурентоспособным ценам. Это способствует стимулированию создания и внедрения в производство новых типов ВТСП подшипников на базе российских технологий.

Интенсивные исследования в области ВТСП материалов и приборов, основанных на них, ведутся в ведущих научных и образовательных центрах России. К числу таких учреждений относятся Московский авиационный

институт, Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Московский энергетический институт, а также Курчатовский институт, Институт общей физики Российской академии наук и Всероссийский электротехнический институт.

#### **1.4 Ключевые характеристики активных магнитных подшипников**

В современных электромеханических системах важную роль играют активные магнитные подшипники (АМП). Они используют технологию магнитной левитации для достижения стабильной работы ротора. Суть этой технологии заключается в использовании силы магнитного поля, позволяющей ротору вращаться в полностью бесконтактном состоянии, что принципиально устраняет проблемы, вызванные трением и износом. Поскольку система АМП не использует смазочные материалы, она особенно подходит для тех особых условий, где традиционные системы подшипников с трудом соответствуют требованиям к производительности. По сравнению с традиционными подшипниками преимущество системы АМП заключается в том, что она не требует смазки, снижает требования к техническому обслуживанию и увеличивает надежность и срок службы системы:

- экстремально высокие пределы угловой скорости вращения ротора.
- способность к активному регулированию движения ротора.
- по сравнению с гидродинамическими подшипниками превосходная виброизоляция и снижение потерь энергии помогают повысить общую эффективность устройства [19].

Активные магнитные подшипники (АМП) имеют потенциальное применение в широком спектре отраслей промышленности благодаря своим уникальным преимуществам. К ним относятся:

- медицинские и фармацевтические устройства, требующие высокой точности и частых условий эксплуатации.
- космические технологии должны функционировать в условиях отсутствия гравитации и вакуума.

- оборудование работает в средах с высоким уровнем радиации и токсичных веществ, где традиционные подшипники быстро выходят из строя.
- электропривод. Подходит для использования в вакууме, где важно предотвратить загрязнение.

Хотя применение активных магнитных подшипников (АМП) в электромеханических системах дает значительные преимущества, по данным литературы [19-22], они также имеют некоторые ограничения, которые нельзя игнорировать. Зависимости целостности системы. Выход из строя ключевого компонента АМП может привести к выходу из строя всего оборудования. Также требуется профессиональное обслуживание. Обслуживание и эксплуатация систем АМП требуют специальных знаний и навыков.

### **1.5 Конфигурация системы активного магнитного подвеса**

Активные магнитные подшипники представляют собой сложные мехатронные устройства, механические и электронные компоненты которых тесно интегрированы и контролируются с помощью современного программного обеспечения. Эта интеграция позволяет системам АМП генерировать соответствующие силы и движения в ответ на входные сигналы, обеспечивая высокоэффективный и точный контроль динамических процессов.

В основе систем с активными магнитными подшипниками лежат несколько ключевых компонентов: сам подшипник, блок управления и защитное устройство. Уникальной конструкцией системы этого типа являются пять степеней свободы движения, которые состоят из набора радиальных магнитных подшипников и осевого магнитного подшипника, которые работают вместе для поддержания магнитной левитации ротора. Эти радиальные магнитные подшипники обеспечивают поддержку в горизонтальном направлении, а осевые магнитные подшипники функционируют в вертикальном направлении. Защитная конструкция этих подшипников имеет решающее

значение, гарантируя, что ротор не столкнется физически в случае высоких нагрузок или отказа системы.

На рисунке 1.8 показана сложная система электромагнитной левитации, оснащенная активными магнитными подшипниками и пятью степенями свободы. В таких системах ротор часто проектируется как многослойная конструкция, содержащая несколько компонентов, обеспечивающих точное управление подвесом.

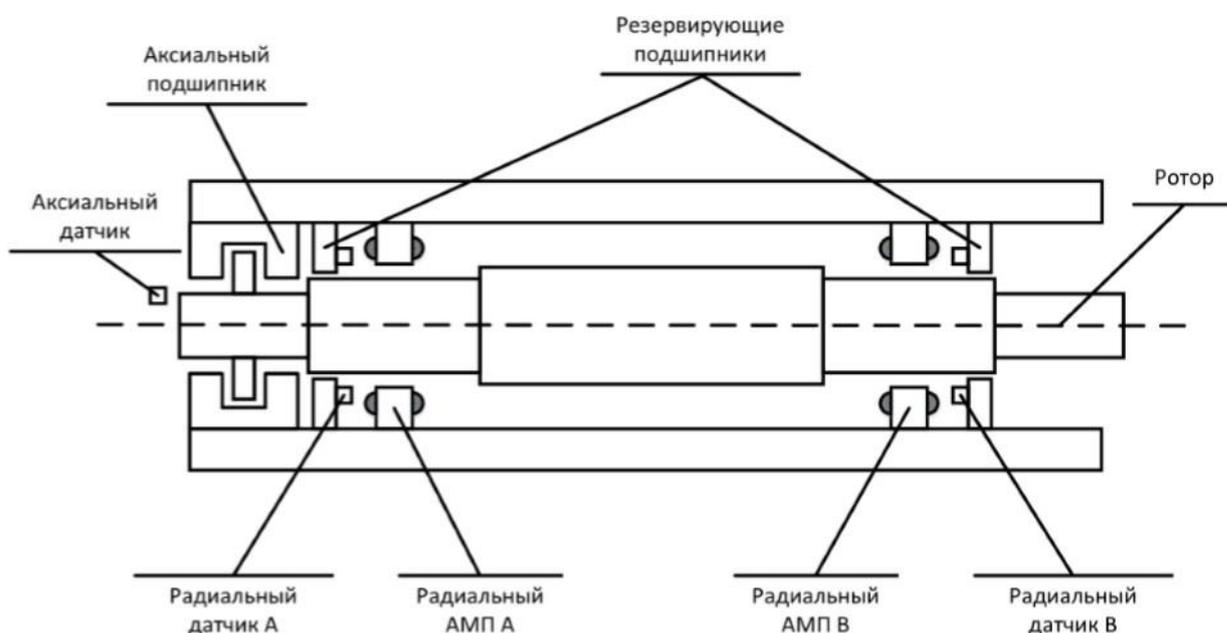


Рисунок 1.8 – АМП система с 5 степенями свобод

Использование пластин позволяет снизить потери, вызванные вихревыми токами, и улучшить магнитные свойства материала. В конструкции ротора используются цельные стальные диски, выполняющие роль элементов осевого активного магнитного подшипника (АМП). Статор осевого усилителя предназначен для установки двунаправленного осевого усилителя. Центральным элементом этой конструкции является возможность точного управления диапазоном движения ротора, который ограничен размером воздушного зазора между ротором и его защитными магнитными подшипниками. Определение этого рабочего диапазона может быть

охарактеризовано рядом переменных, обеспечивающих точность и надежность системы  $x_{тах}$  и  $u_{тах}$  и определяет максимально допустимое отклонение ротора в соответствующем направлении.

Для обеспечения правильной работы ротора его положение должно строго соответствовать установленному рабочему диапазону. Его перемещения отслеживаются с помощью специальных датчиков положения. К основным характеристикам этих датчиков относятся возможность работы без физического контакта, высокая точность реагирования на изменение диапазона измерения и невосприимчивость к внешним помехам. В ссылке [24] исследование подчеркнуло эффективность индуктивных датчиков, использующих принцип тока Фуко для высокоточных измерений в закрытых средах. Хотя стоимость такого типа датчика выше, его применение считается оправданным, поскольку он соответствует определенным высоким стандартам. На рис. 1.9 показано графическое представление такого индуктивного датчика, основанного на эффекте тока Фуко.

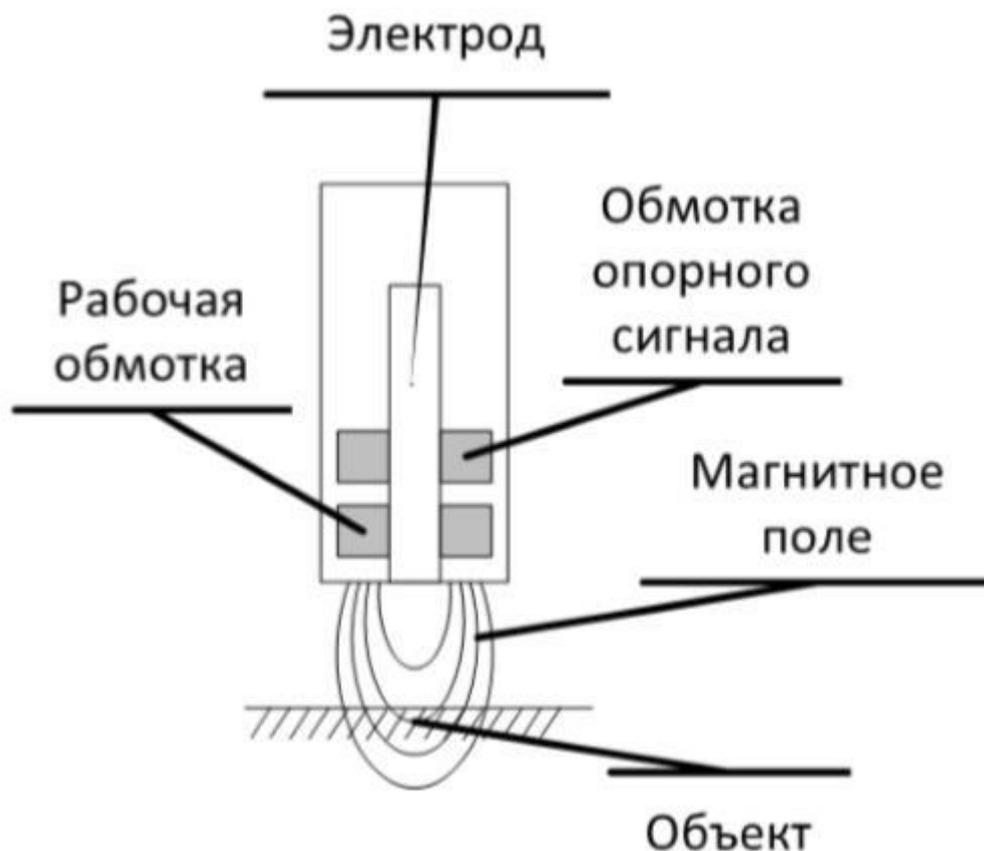


Рисунок 1.9 – Индуктивный датчик

В рабочих обмотках датчика генерируется переменный ток, создающий высокочастотное магнитное поле. При изменении магнитного потока в соответствии с законом электромагнитной индукции Фарадея на проводящей поверхности объекта возникает вращающееся электрическое поле. Магнитное поле вызывает возникновение вихревых токов, которые поглощают энергию, в результате чего уменьшается интенсивность магнитного потока. Энергия, поглощаемая системой, а также амплитуда и фаза измеряемого тока изменяются в зависимости от расстояния между датчиком и объектом исследования. Измеренный ток затем подвергается ряду преобразований, в результате которых он преобразуется в напряжение, которое является выходным сигналом устройства. В процессе стабилизации этого сигнала и компенсации изменений температуры активно используются специальные обмотки с опорным сигналом.

## 1.6 Радиальное усилие

На рис. 1.10 показан механизм, создающий радиальную силу, действующую на ротор в системе активных магнитных подшипников. Статор с сердечником расположен вокруг оси вращения, создавая магнитное поле вокруг самого статора. Формирование магнитного поля вызывается набором чередующихся магнитных полюсов (южного и северного полюсов), которые создают магнитную силу между статором и ротором. Эта сила не только притягивает, но и обеспечивает радиальную поддержку, необходимую ротору, чтобы позволить ему вращаться без физического контакта с какой-либо другой частью подшипника.

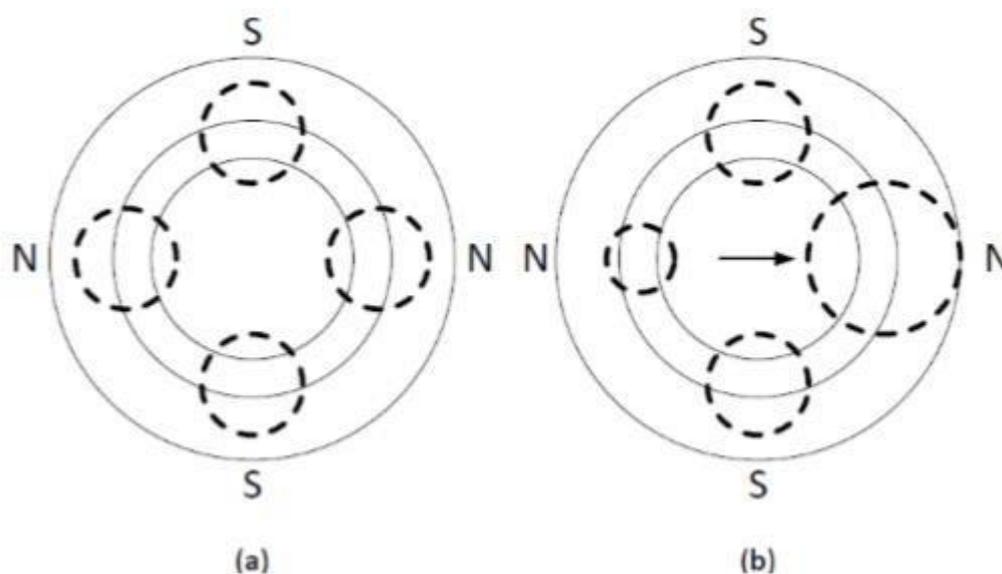


Рисунок 1.10 – Генерация радиальной силы: а) Сбалансированная плотность магнитного потока в воздушном зазоре. б) Несбалансированная плотность магнитного потока в воздушном зазоре

При анализе того, как магнитный поток генерирует радиальную силу в магнитном подшипнике, равномерное распределение магнитного потока является ключевым фактором в поддержании баланса сил между магнитными полюсами. Например, на рисунке 1.10 б, если плотность магнитного потока северного полюса справа увеличится по сравнению с другими магнитными полюсами, это вызовет дисбаланс сил. Этот дисбаланс приведет к тому, что ротор будет подвергаться неравномерным радиальным силам, как показано

черной стрелкой.

Благодаря определенной конфигурации тока каждый электромагнит можно точно контролировать. Конфигурация этих токов, включая ток смещения и ток управления, определяется исходя из положения электромагнита в системе. Основная функция тока смещения — создание магнитного взаимодействия между двумя электромагнитами, обращенными друг к другу по прямой линии, что достигается за счет их относительных магнитных полюсов.

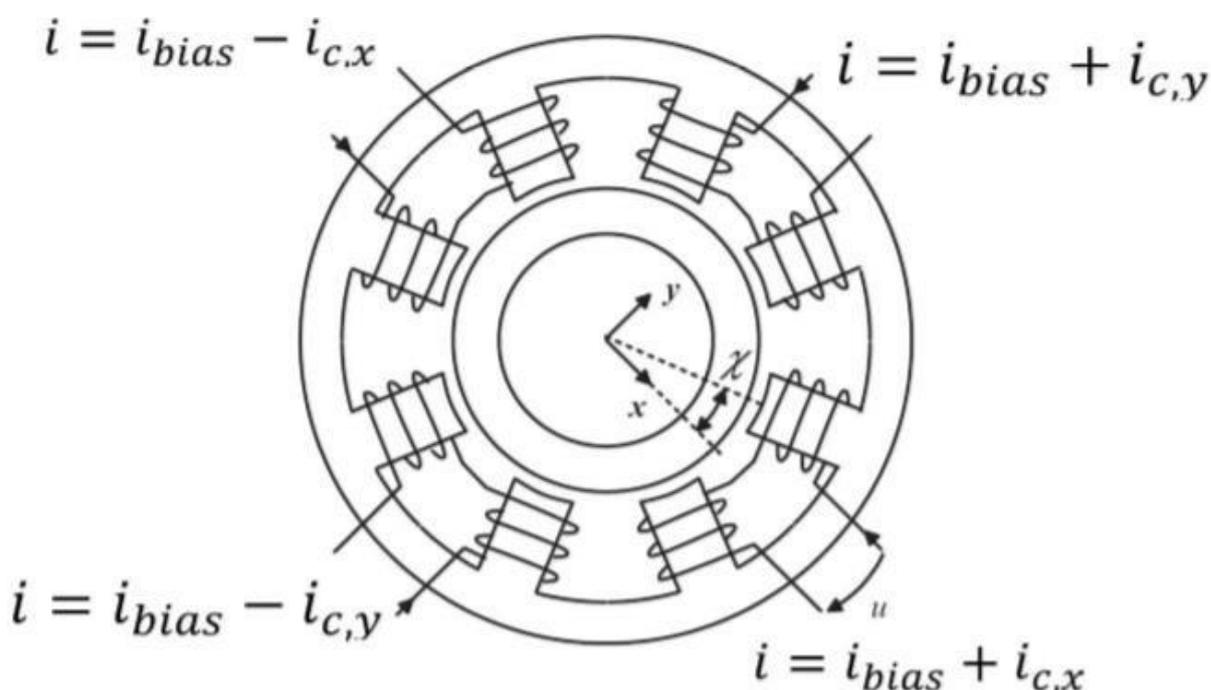


Рисунок 1.11 – Радиальная структура АМП

В конструкции активных магнитных подшипников (АМП), демонстрируемой на иллюстрации 1.11, регулирование магнитной силы достигается за счёт введения двух управляющих токов:  $i_{c,x}$  и  $i_{c,y}$ . Эти токи позволяют точно настраивать магнитное поле, необходимое для стабилизации и поддержания вала в подвешенном состоянии без физического контакта.

Демонстрация на рисунке 1.11 представлена схема радиального активного магнитного подшипника. В данной схеме расчета путем введения двух токов управления, а именно  $i_{c,x}$  и  $i_{c,y}$ , чтобы отрегулировать магнетизм. При этом ток

смещения  $i_{bias}$  используется для создания стабильного магнитного поля. Эта конфигурация была выбрана потому, что она позволяет оператору нелинейно управлять магнитной силой в зависимости от силы тока и положения ротора, обеспечивая точное регулирование.

### 1.7 Итоги раздела

В этом исследовании проанализировано современное состояние технологии магнитного подвеса, включая как пассивные, так и активные системы. Изучив важные аспекты и тонкости конструкции электромагнитных подвесов, удалось выявить ее основные характеристики. В ходе работы были оценены и сравнены различные модели подшипников по критерию эффективности управления положением ротора проектируемого устройства.

На основании полученных данных был сделан вывод о предпочтительности использования полностью активной электромагнитной подвески с регулируемым положением вала. Альтернативой является комбинированная система с использованием постоянных магнитов, которая уменьшает размер, вес и энергопотребление.

Насосный агрегат должен быть обеспечен комплексной защитой, включая радиальные подшипники, осевые подшипники и предохранительные подшипники. Это обеспечивает надежную работу и безопасность нашего оборудования даже в случае непредвиденных отключений электроэнергии.

## Глава 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ПОДВЕСНОЙ СИСТЕМЫ

### 2.1 Электромагниты в системах магнитной левитации

Стандартная конфигурация системы магнитов с одной степенью свободы включает в себя электромагнит с последовательной катушкой и контроллер тока. Контроллер управляет током базы, который модулирует магнитное поле и генерирует силу притяжения.

Магнитное поле дважды проходит через воздушный зазор в направлении оси X, чтобы достичь подвешенного состояния объекта, которое должно создавать магнитную силу, противоположную направлению силы тяжести. Это достигается путем регулирования величины тока, протекающего через катушку, поскольку изменения тока приводят к изменениям магнитного поля, что, в свою очередь, влияет на величину и направление магнитной силы.

Регулятор тока играет жизненно важную роль в этой системе. Он не только обеспечивает стабильность подвешенного состояния, но и точно контролирует магнитную силу, действующую на подвешенный объект. На рисунке 2.1 наглядно показан принцип работы системы магнитной левитации. Чтобы объекты могли устойчиво подвешиваться в воздухе, создаваемая магнитная сила должна эффективно уравновешивать гравитацию.

$$F_m = -F_g = -(m \cdot g_a) = m \cdot g, \quad (2.1)$$

где магнитной левитационной системе, силы магнитного притяжения  $F_m$  и гравитации  $F_g$ , а также гравитационное ускорение  $g_a$ , играют ключевую роль в определении радиальной силы  $F_x$ . Эта сила может быть выражена через формулу, которая учитывает все эти факторы для точного описания взаимодействий в системе

Для описания радиальной силы  $F_x$ , действующей на систему магнитной левитации, мы можем использовать следующую формулу:

$$F_x = ma = m\ddot{x} = Ki i_c + K_x x, \quad (2.2)$$

где  $Ki$  — коэффициент привода (жесткость тока), который определяет, как изменяется сила при изменении тока.  $K_x$  — это жесткость положения объекта, которая определяет, как изменяется сила при изменении положения объекта.  $i_c$  — опорный ток управления и входной параметр для создания магнитного поля.  $x$  — радиальное смещение вдоль оси  $x$ .

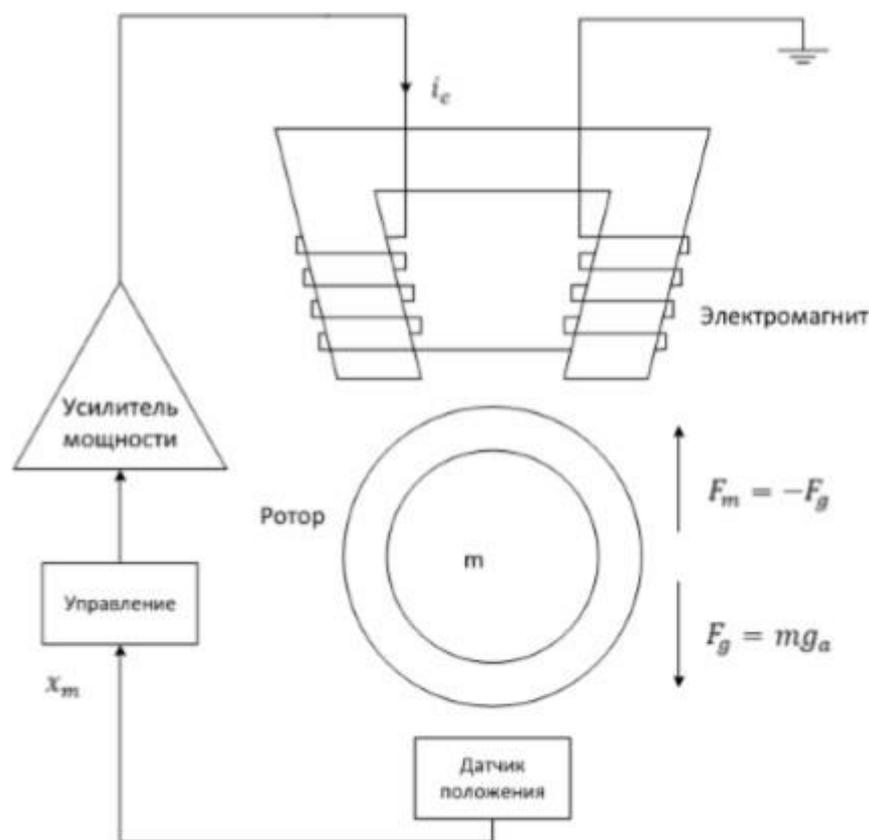


Рисунок 2.1 – Система магнитной левитации

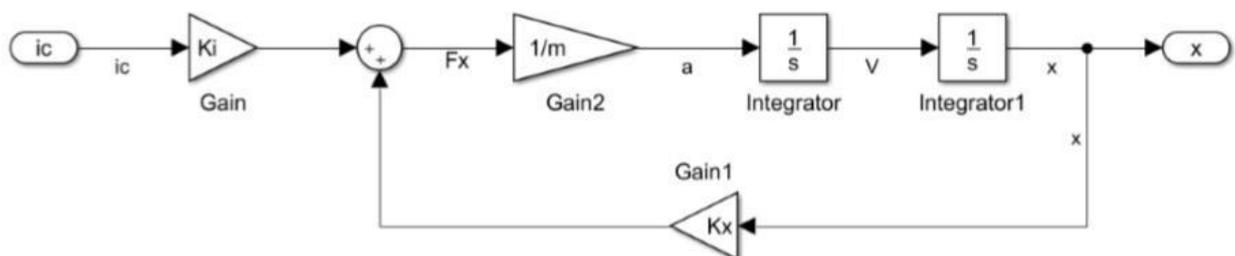


Рисунок 2.2 – Структурная схема магнитной левитации

На рисунке 2.2 показана блок-схема уравнения (2.1). На вход системы подается ток, электромагнит в этой цепи представлен коэффициентом  $K_i$ , и ток линейно преобразуется в магнитную силу. В модуле  $1/m$  происходит трансформация приложенной силы в ускорение ротора. Путем двойного интегрирования ускорения мы получаем переменные, отражающие перемещение вдоль осей  $X$  и  $Y$ . Этот процесс преобразует ускорение в радиальное расстояние, с оператором Лапласа обеспечивая точность. Передаточная функция, отраженная в уравнении (2.3), демонстрирует эту зависимость.

На рисунке 2.2 показана блок-схема, соответствующая уравнению (2.1). В этой системе входной ток является исходным элементом и по коэффициенту  $C_i$  преобразуется в магнитную силу. Этот процесс прост и приводит к линейной зависимости между силой и током. Магнитная сила затем преобразуется в ускорение ротора в модуле  $1/m$ . Это ускорение интегрируется дважды, в результате чего определяется радиальное смещение вала по оси  $X$ . По аналогии мы можем создать аналогичную блок-схему для движения по оси  $Y$ . Радиальное смещение  $x$  рассчитывается путем двукратного интегрирования ускорения  $a$  с использованием оператора Лапласа  $1/s^2$ . Согласно структурной схеме, передаточная функция системы определяется уравнением (2.3).

$$G(s) = \frac{K_i}{ms^2 - K_x}, \quad (2.3)$$

Полюса передаточной функции:

$$S = \pm \sqrt{\frac{K_x}{m}}. \quad (2.4)$$

Когда характеристическое уравнение системы управления имеет хотя бы один полюс в правой половине комплексной области, это обычно означает, что система может быть неустойчивой. Для исправления этой ситуации часто вводят механизм отрицательной обратной связи. Этот механизм регулирует параметры системы, чтобы противодействовать любым возмущениям, которые могут привести к отклонению системы от стабильного состояния. В этом случае коэффициент  $K_x$  и  $K_i$  являются ключевыми параметрами, их необходимо линейно аппроксимировать и корректировать в соответствии с рабочей точкой системы, чтобы обеспечить стабильность и оперативность системы.

Оптимальные значения этих коэффициентов можно определить, проведя линеаризованный анализ поведения системы вблизи рабочей точки. Такой анализ позволяет оптимизировать стабильность системы и точность управления без ущерба для производительности системы.

$$K_x = \frac{\mu_0 N^2 S_{air} i_{bias}^2 \cos \chi}{l_0^3}, \quad (2,5)$$

$$K_i = \frac{\mu_0 N^2 S_{air} i_{bias}^2 \cos \chi}{l_0^2}. \quad (2,6)$$

где  $\mu_0$  – указывает на вакуумную проницаемость.  $N$  – количество витков катушки.  $S_{air}$  – минимальная площадь поперечного сечения магнитопровода,  $i_{bias}$  – ток смещения,  $\chi$  – угол приложения силы ( $\pi/8$ ).

На рисунке 2.3 показана эквивалентная электрическая схема цепи электромагнита.

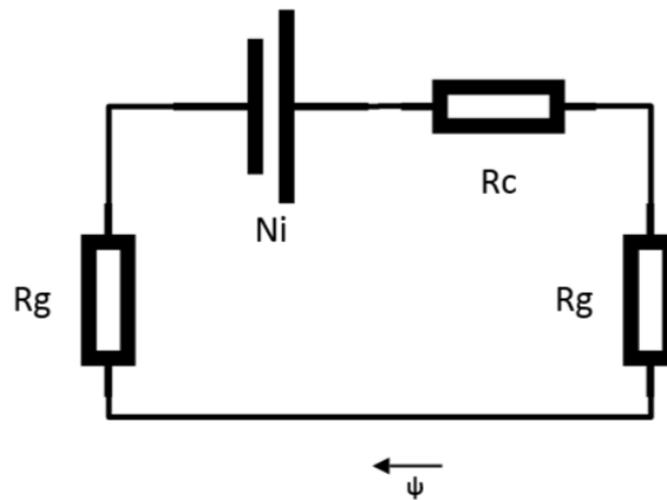


Рисунок 2.3 – Эквивалентная электрическая схема

Используя напряжение  $N_i$ , мы генерируем электромагнитную силу через ток в катушке. Сопротивление, обусловленное воздушным зазором и электромагнитом, определяется через уникальные вычисления для  $R_g$  и  $R_c$ .

$$R_g = \frac{l_{air}}{\mu_0 w l} , \quad (2,7)$$

$$R_c = \frac{l_{flux}}{\mu_0 \mu_r w l} . \quad (2,8)$$

магнитный поток  $\psi$  можно получить следующим образом:

$$\psi \psi = \frac{N_i}{2R_g} = \frac{N_i \mu_0 w l}{2l_{air}} . \quad (2,9)$$

Используя уравнение магнитного потока, мы можем определить плотность магнитного потока внутри воздушного зазора. Это делается путем применения соответствующих математических преобразований и формул.

$$B = \frac{\psi}{wl} = \frac{N_i \mu_0}{2l_{air}}. \quad (2.10)$$

Энергия магнитного поля, сосредоточенного в воздушном зазоре, может быть представлена через плотность магнитного потока  $B$ .

В линейных магнитных системах, энергетический потенциал магнита, обозначаемый как  $W_{fe}$ , и его коэнергетический аналог  $W_{ce}$  являются взаимозаменяемыми. Рассматривая электромагнит на рисунке 2.1, можно выразить коэнергетический потенциал воздушного зазора через специфическую формулу.

$$W_{ce} = \iint_V^H B dH dV = \iint_V^H H dB dV = \frac{1}{2\mu_0} \int_V B^2 dV = \frac{1}{2\mu_0} B^2 S_{air} 2l_{air}. \quad (2.11)$$

В рамках электромагнетизма силу электромагнита можно определить по скорости изменения его магнитной потенциальной энергии  $W_{ce}$ . В частности, когда электромагнит смещается относительно контрольной точки  $x$ , сила его силы может быть определена скоростью изменения магнитной потенциальной энергии относительно величины смещения. Этот процесс включает в себя дифференцирование функции магнитной потенциальной энергии для расчета силы  $W_{ce}$ , действующей на электромагнит вдоль направления вектора смещения  $x$ . [4]

$$\frac{\delta W_{ce}}{\delta x} = \frac{B^2 S_{air} \cos x}{\mu_0}. \quad (2.12)$$

Электромагниты создают силу притяжения. Ее можно рассчитать по следующей формуле:

$$f = \frac{\mu_0 N^2 i^2 S_{air} \cos x}{4 l_{air}^2}. \quad (2.13)$$

Если два электромагнита расположены вдоль одной линии, их совокупный эффект определяется как разница в силе, которую каждый из них создает.

$$f = f_{x,1} - f_{x,2} = \frac{\mu_0 N^2 i^2 S_{air} \cos x}{4} \left( \frac{i_{x,1}^2}{(l_0 - x)^2} - \frac{i_{x,2}^2}{(l_0 + x)^2} \right). \quad (2.14)$$

Для упрощения расчетов ограничьте ток обмотки  $i_{x,1}$  и  $i_{x,2}$ , а затем добавьте ток смещения  $i_{bias}$ . Для электромагнита, движущегося вдоль оси X, сила определяется как:

$$i_{x,1} = \max(i_{bias} + i_c, 0)$$

$$i_{x,2} = \max(i_{bias} - i_c, 0)$$

$$f_x = \frac{\mu_0 N^2 i^2 S_{air} \cos x}{4} \left( \frac{(i_{bias} + i_c)^2}{(l_0 - x)^2} - \frac{(i_{bias} - i_c)^2}{(l_0 + x)^2} \right). \quad (2.15)$$

Чтобы получить текущее значение твердости  $k_i$  и твердость позиции  $k_x$ , нам нужно дифференцировать уравнение силы.

$$k_i = \frac{\delta f}{\delta i_c} = \frac{0.00002354x^2 + 5,886e - 9xi_c + 2.3544e - 11}{-0.000002x^2 + x^4 + 10^{-12}}$$

$$k_i = \frac{\delta f}{\delta x} = \frac{2.943 \cdot 10^{-9} i_c^2 + 4.7088 \cdot 10^{-5} x i_c + 1.88352 + 10^7}{-0.000002x^2 + x^4 + 10^{-12}} - \frac{(4x^3 - 0.4 \cdot 10^{-5}x)}{(-0.000002x^2 + x^4 + 10^{-12})} * \frac{1.88 \cdot 10^7 x + 2.3544 \cdot 10^{-11} i_c + 0.000023544x^2 i_c + 2.943 \cdot 10^{-9} x i}{(-0.000002x^2 + x^4 + 10^{-12})}. \quad (2.16)$$

Предполагая, что значения тока управления и радиального отклонения равны нулю, значения коэффициентов можно использовать для получения соответствующих коэффициентов  $k_i = 23,544$ ;  $k_x = 1,884 \cdot 10^5$ . [25]

## 2.2 Построение математической модели для описания электромагнитного устройства

Изучая механизм преобразования энергии радиального магнитного подшипника (РМП), можно предположить, что энергетический потенциал однонаправленно действующей магнитной системы представлен определенным математическим выражением.

$$W = \frac{1}{2} LI^2 \quad (2.17)$$

где  $L$  — электромагнитная индуктивность, отражающая магнитный поток через воздушный зазор.  $I$  — Ток витка обмотки. Связь с положением ротора можно оценить с помощью метода аппроксимации первого порядка.

$$L = \frac{L_0}{1 - y/a}. \quad (2.18)$$

Индуктивность  $L_0$  отражает магнитный поток в зазоре при центрированном роторе. Размер зазора  $a$  и смещение  $y$  измеряются относительно этой нейтральной точки.

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{1}{2} \frac{dL}{dy} I^2 = Q, \quad (2.19)$$

$$U = \frac{d(LI)}{dt} + L_1 \frac{dI}{dt} + IR. \quad (2.20)$$

где  $Q$  — внешняя сила, влияющая на положение ротора.  $U$  — указывает напряжение, подаваемое на электромагнитную катушку.  $L_1$  — представляет

собой индуктивность катушки, связанную с потоком рассеяния.  $R$  – омическое сопротивление катушки. Уравнение (2.21) представляет собой баланс между силой инерции ротора и его магнитной опорой, позволяющий преобразовать магнитную энергию в кинетическую энергию ротора.

$$F = \frac{1}{2} \frac{dL}{dy} I^2. \quad (2.21)$$

Формула (2.20) демонстрирует механизм трансформации электроэнергии, получаемой из сети, в магнитную энергию, которая обеспечивает функционирование ротора. Данная формула представляет собой электрическую эквивалентность в рамках электромагнитной системы. Обычно, при условии, что магнитная система не достигает точки насыщения, зависимость между магнитным потоком и электрическим током в катушке электромагнита предполагается линейной, что значительно упрощает первичный анализ.

$$\psi = LI. \quad (2.22)$$

Уравнение (2.22) представляет собой уравнение равновесия магнитной цепи опоры.

На основе уравнения баланса контура магнитной опоры (2.22) и уравнения баланса сил инерции ротора (2.21) электромеханическое преобразование в системе можно выразить связью между этими двумя состояниями. Это позволяет объяснить процесс преобразования электрической энергии в механическую силу, удерживающую ротор на плаву.

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + F + Q, \quad (2.23)$$

$$U = \frac{d\Psi}{dt} + L_1 \frac{dI}{dt} + IR, \quad (2.24)$$

$$F = \frac{\Psi^2}{2aL_0}, \quad (2,25)$$

$$I = \frac{(1-\frac{y}{a})\Psi}{L_0}. \quad (2,26)$$

Здесь  $\psi$  – указывает на потокосцепление. Это величина, характеризующая магнитный поток, связанный с обмотками электромагнита.

Модель активной магнитной опоры описывается уравнениями (2.24), (2.25) и (2.26). Модель рассматривает осевое положение ротора, обозначенное  $y$ , и напряжение, приложенное к обмоткам, в качестве основных входных параметров. Из-за ограничений, налагаемых предохранительными подшипниками, максимальное отклонение ротора фиксируется на  $|y| \leq b$ . Результатом работы системы является магнитная сила  $F$  и ток  $I$  в обмотке. Максимальное значение магнитной силы в этом случае равно  $F_m$ .

$$\Psi_m^2 = 2aL_0F_m. \quad (2,27)$$

Связь между максимальным потокосцеплением и магнитным током  $I_m$  может быть выражено как:

$$I_m = \frac{(1-\frac{y}{a})\Psi_m}{L_0}. \quad (2,28)$$

Если ротор находится в центральном положении, т.е. ( $y = 0$ ), уравнения, описывающие систему, упрощаются до:

$$I_{m0} = \frac{\Psi_m}{L_0}. \quad (2,29)$$

$Q_m$  и  $U_m$ — соответственно максимальное значение мощности помех источника.

При протекании тока  $I_{m0}$  через катушку, электромагнит генерирует силу  $F_m$ , достигая максимума при заданном напряжении системы.

$$U_{m0} = I_{m0}R. \quad (2.30)$$

Затем анализ переходит к изучению переменных, связанных с ранее определенными базовыми значениями параметров модели.

$$y' = \frac{y}{a}; \quad F' = \frac{F}{F_m}; \quad \Psi' = \frac{\Psi}{\Psi_m};$$

$$U' = \frac{U}{U_{m0}}; \quad I' = \frac{I}{I_{m0}}; \quad Q' = \frac{Q}{Q_m};$$

Для упрощения уравнения электромагнитного преобразования можно применить множество математических преобразований с помощью дифференциального оператора  $s$ . В результате уравнения можно выразить в более компактной форме, что упрощает их анализ и решение.

$$s^2 y' = \frac{F_m}{ma} (F' + Q'), \quad (2.31)$$

$$s\Psi' = \frac{U_m}{\Psi_m} U - \frac{R}{L_0} (T_1 s + 1) I', \quad (2.32)$$

$$sF' = (\Psi')^2, \quad (2.33)$$

$$I' = (1 - y')\Psi'. \quad (2.34)$$

где  $T_1 = L_1/R$  – постоянная времени, соответствующая индуктивности рассеяния.

Чтобы учесть насыщение магнитопровода, в модель вводится модифицированное уравнение с функцией потокосцепления в степенной форме, что позволяет точно отразить зависимость магнитных свойств от индукции.

$$I' = (1 - y')[1 + \varrho(\Psi')^n]\Psi' / . \quad (2,35)$$

Коэффициент насыщения  $g$  и индекс  $n$  можно рассчитать исходя из токовых характеристик магнитного носителя.

Для адаптации математической модели в соответствии с заданными уравнениями (2.32)–(2.34), был использован программный комплекс MATLAB Simulink. Визуализация адаптированной модели представлена на диаграмме 2.4.

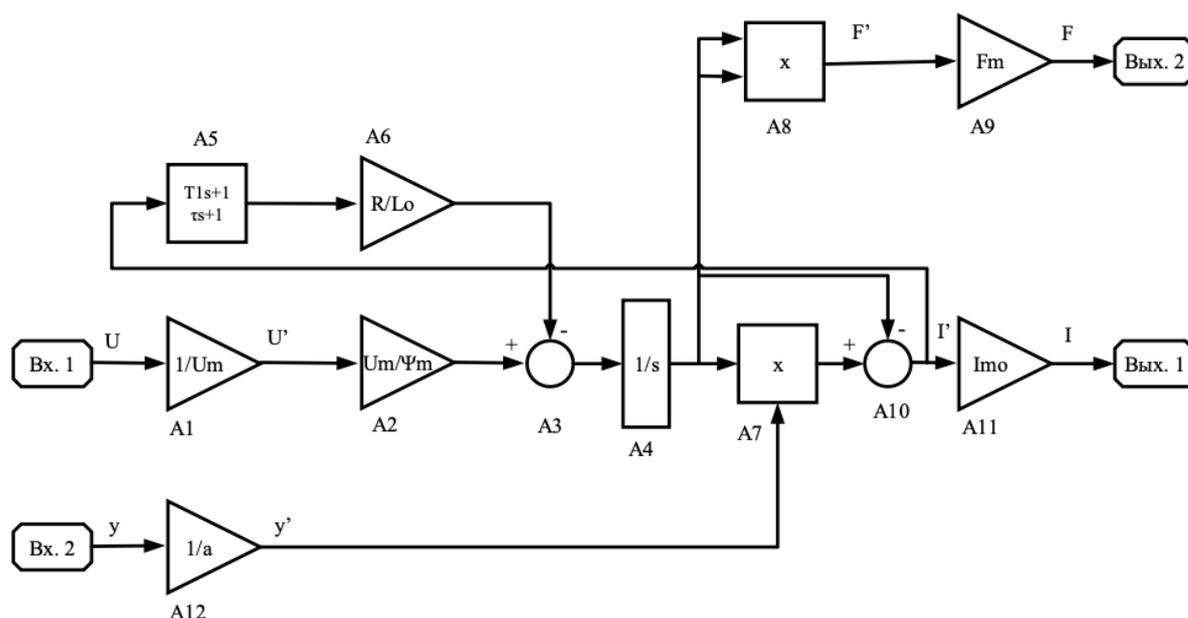


Рисунок 2.4. – Имитационная модель

Когда мы анализируем уровень напряжения катушек электромагнита  $u$  и отклонение ротора от центрального положения  $y$ , эти входные сигналы подаются на первичный и вторичный входы системы. В блоках A1 и A12 сигналы преобразуются в стандартизированные показатели  $U'$  и  $y'$ . Масштабирование выходных данных достигается с использованием

коэффициентов масштабирования  $1v/V$  и  $1mm/V$ , а коэффициенты усиления устанавливаются на уровне  $1Um_0$  и  $1a$ . Согласно формуле (8), сигнал  $U'$  усиливается усилителем  $A_2$  с коэффициентом  $1Um_0$  и  $1a$ . Операционный усилитель  $A_3$  вычитает из  $U'$  компоненты, соответствующие падению напряжения на резистивных и индуктивных элементах катушки. Затем модифицированный сигнал поступает в интегрирующий блок  $A_4$ . Блок  $A_5$  формирует передаточную функцию вида  $T1s+1/\tau s+1$ , где  $\tau$  — постоянная времени. Электронная система принимает данные в виде напряжения на электромагнитной обмотке  $U$  и смещения ротора  $u$  от его стандартного положения. В блоках  $A_1$  и  $A_{12}$  эти данные преобразуются в эквивалентные значения  $u'$  и  $u''$ . Коррекция масштаба выходного сигнала осуществляется с помощью коэффициентов  $1V/V$  и  $1mm/V$ , а усиление сигнала достигается за счет коэффициентов  $1/Um_0$  и  $1/a$ . Согласно формуле (8), значение  $U'$  корректируется на величину  $Um_0/\psi m$  с помощью усилителя  $A_2$ . Затем операционный усилитель  $A_3$  уменьшает значение  $U'$  на величину, соответствующую падению напряжения на катушке из-за её активного и индуктивного сопротивлений. Полученный сигнал отправляется на интегратор  $A_4$ . Блок  $A_5$  формирует передаточную функцию вида  $T1s+1/\tau s+1$  с постоянной времени системы в знаменателе.

$$\tau = 0,1T_1$$

Константа  $\tau$  введена для предотвращения включения цепи обратной связи блока интегрирования  $A_4$ . Это исключает ненужные колебания, которые могут возникнуть из-за мгновенной реакции на изменение сигнала, и обеспечивает стабильность системы.

Для определения величины тока  $I'$  в катушке электромагнита, соответствующего уравнению (2.35), требуется вычисление произведения с использованием коэффициента  $A_7$ . Переменные  $u'$  и  $\psi'$  участвуют в этом

процессе, что дает возможность интегратору A10 внедрить полученный результат в общую систему регулирования.

В соответствии с уравнением (2.34), представленная модель рассчитывает величину момента силы  $F'$ , генерируемого электромагнитным устройством. Для этого используется блок умножения A8, который определяет указанное значение, исходя из установленных параметров.

Для уточнения и облегчения интерпретации результатов блоки A11 и A9, отображающие значения  $I$  и  $F$ , снабжены коэффициентами пересчета  $Um_0(A/V)$  и  $Fm(kH/V)$  соответственно. В качестве примера рассмотрим математическую модель экспериментального электромагнита с определенными свойствами.

$$R = 1 \text{ Ом}; \quad L_0 = 0,1 \text{ часа.} \quad L_1 = 0,01 \text{ H};$$

$$a = 1 \text{ мм} \quad Fm = 10 \text{ кН}$$

Эти параметры будут способствовать определению ключевых метрик для максимального уровня магнитной индукции.

$$\psi_m = \sqrt{2aL_0Fm} = 1,41 \text{ Вб}$$

Это утверждение также справедливо, когда ротор находится в центральном положении, что соответствует моменту, когда ток в катушке электромагнита достигает максимального значения.

Базовое напряжение, которое соответствует пику тока в катушке обмотки,

$$U_{m0} = I_{m0}R = 14,1 \text{ В.}$$

В рамках своего исследования я использовал блок-схему электромагнита в MATLAB Simulink, чтобы создать модель, имитирующую работу электромагнита. Это позволило проанализировать его характеристики и определить уровень потребления тока магнитным подвесом. В модели, которую

мы создали, архитектура демонстрируется на иллюстрации 2.5, используя программное обеспечение MATLAB для визуализации.

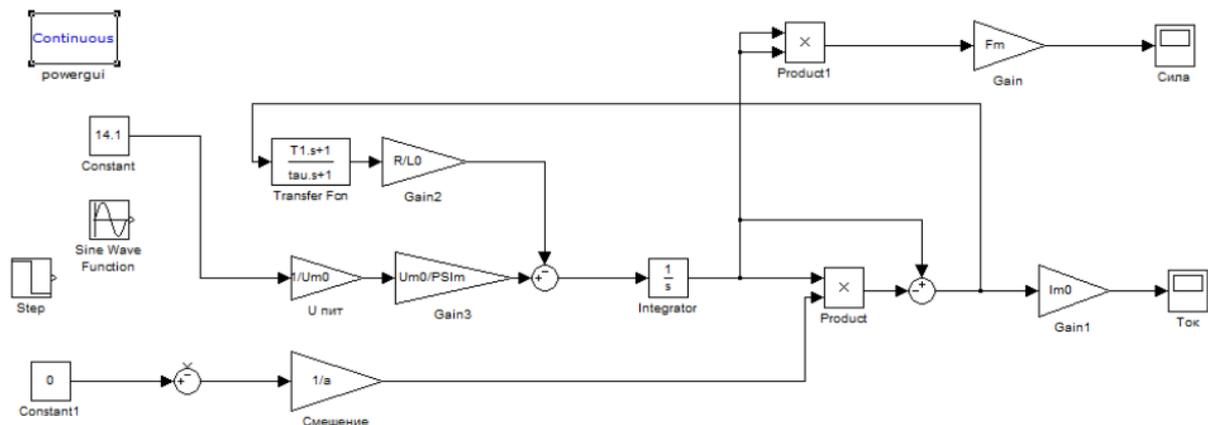


Рисунок 2.5. Модель для имитации работы электромагнитного устройства

На иллюстрации 2.7 демонстрируются данные, выведенные на основе математической модели, иллюстрирующей характеристики тока, протекающего в обмотках электромагнита, работающего с указанными выше параметрами. Эти данные позволяют лучше понять поведение электромагнитной подвески и ее влияние на общую эффективность системы.

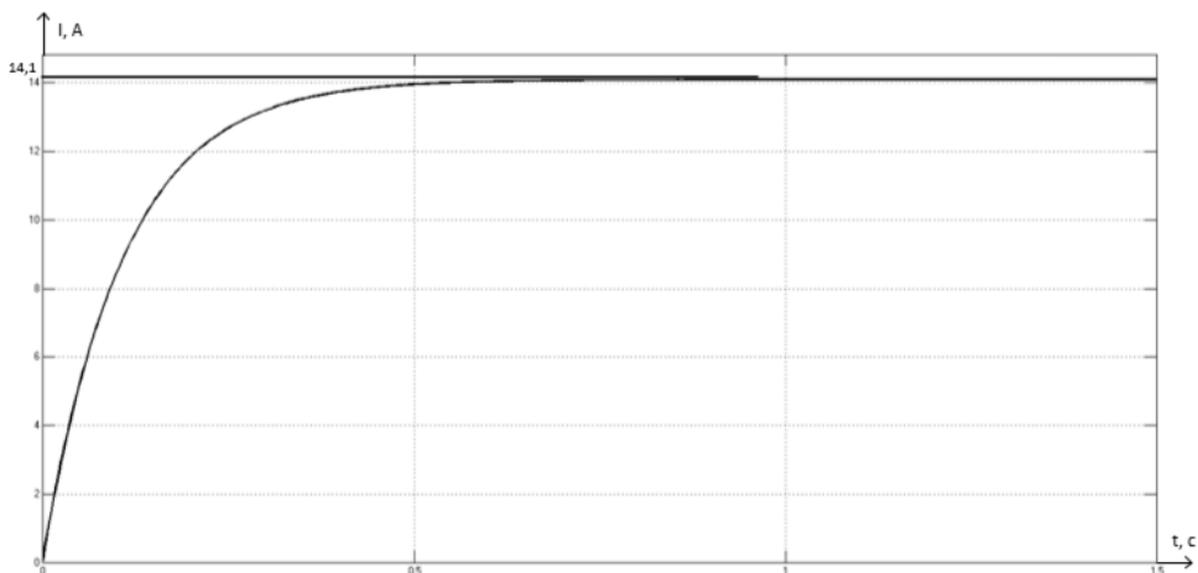


Рисунок 2.7. Электромагнитный ток

Электромагнитные модели точно отражают поведение в реальном мире. Такое согласие моделирования и аналитических расчетов указывает на надежность

модели и ее пригодность для прогнозирования производительности системы в различных условиях.

На графике, представленном на рисунке 2.6, показана зависимость силы тяги от положения ротора внутри электромагнита, когда ротор находится в центре:

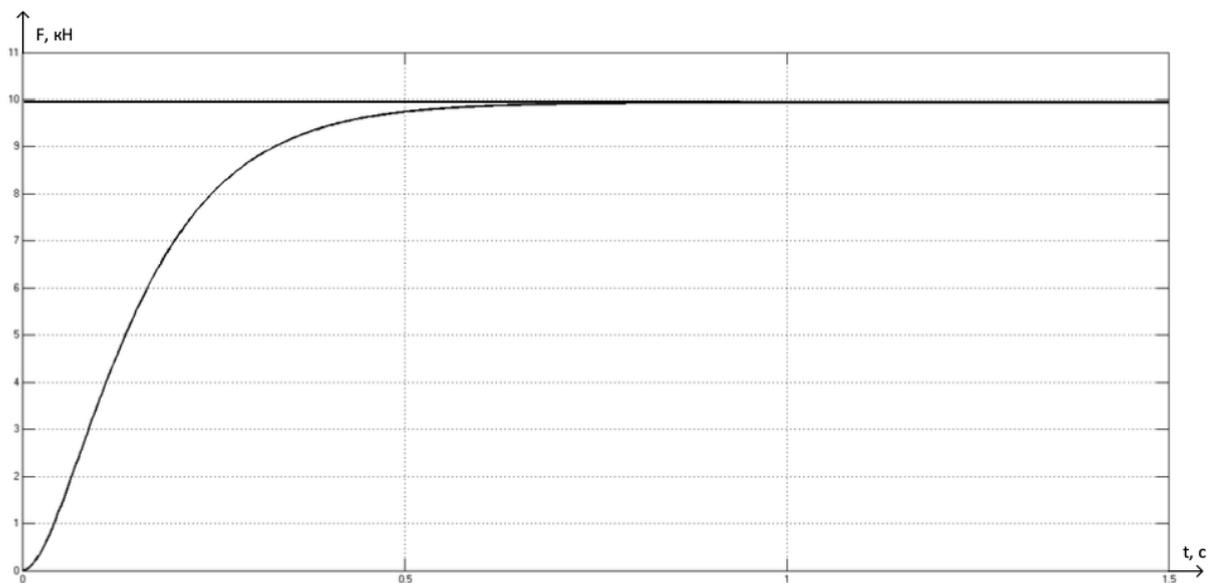


Рисунок 2.6. Электромагнитная сила

Чтобы найти лучший способ подачи питания на электромагнит, мы решили проанализировать его рабочие характеристики. Моделирование проводилось с использованием переменного напряжения, частота напряжения равнялась 50 Гц. Результаты, отражающие изменение тяги при использовании переменного тока, показаны на рисунке № 2.8, из них видно, что значение напряжения составляет примерно 14,1 В.

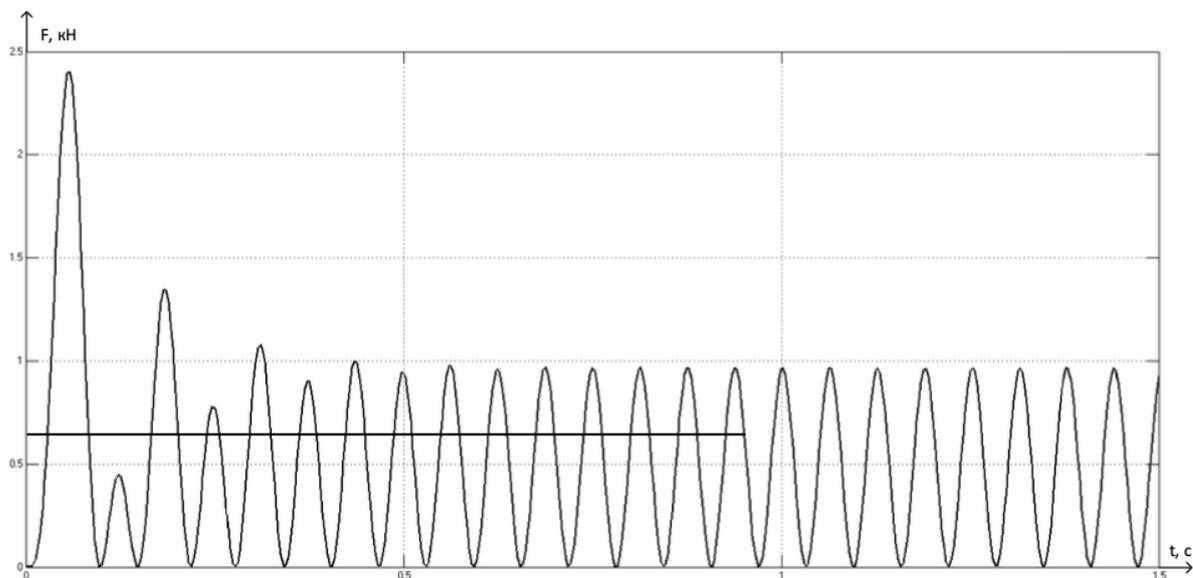


Рисунок 2.8. График, отображающий величину тягового момента при использовании переменного электрического тока

Колебания силы тяги, наблюдаемые при работе электромагнита на переменном токе, свидетельствуют о пульсирующих характеристиках электромагнита, что отрицательно влияет на свойства магнитного подвеса. По сравнению с постоянным током среднее значение силы тяги оказалось значительно ниже, более чем в 10 раз. Это поддерживает решение о переключении питания электромагнитов на постоянный ток в будущем.

Помимо этого, было выполнено моделирование реакции электромагнитов на изменение воздушного зазора, т.е. смещение ротора от центрального положения. На рисунке 2.9 показаны результаты, показывающие изменение силы тяги при увеличении зазора на 0,1 мм и установке максимально допустимого смещения на 0,5 мм.

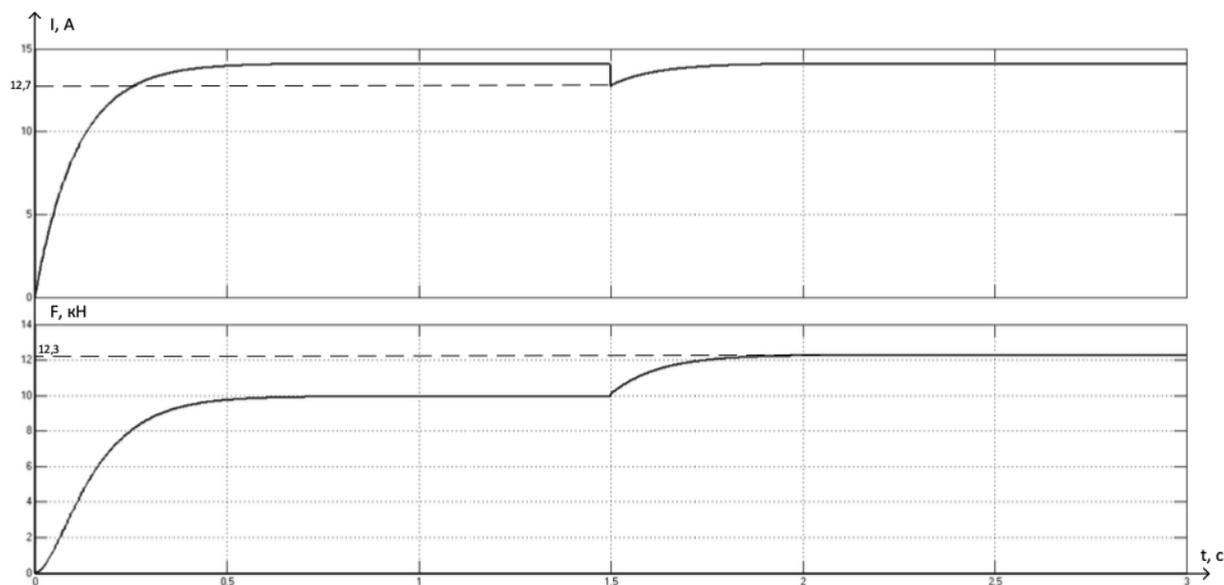


Рисунок 2.9. – Изменение тяговой силы и скачков тока при перемещении ротора

На рисунке 2.10 показано изменение силы притяжения и скачка тока, если увеличить величину зазора на  $-0,1$  мм.

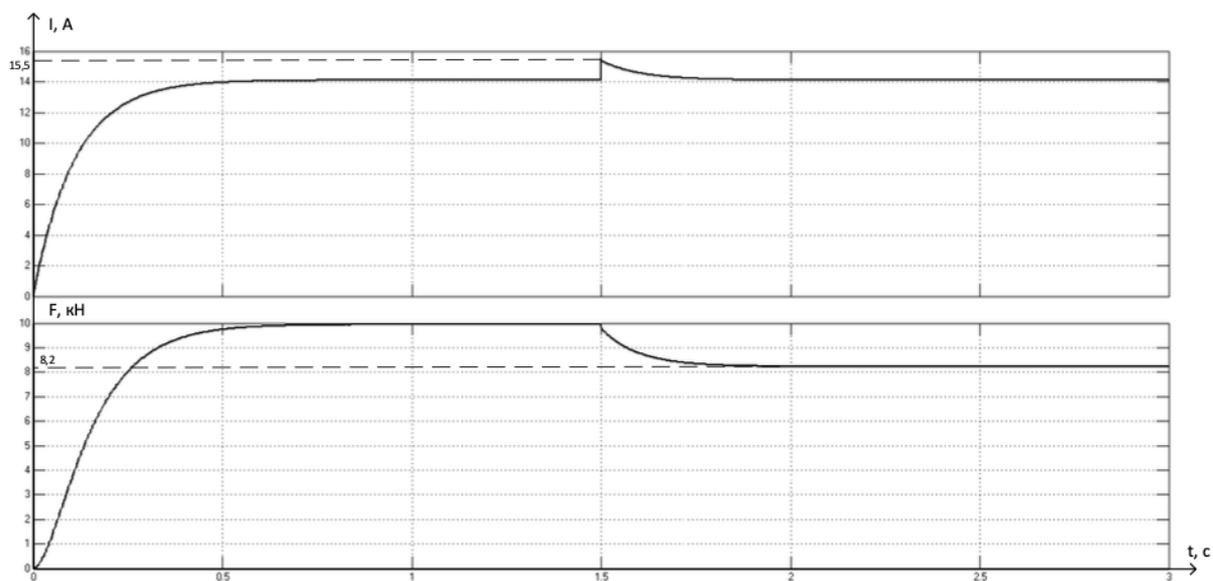


Рисунок 2.10. Переходный процесс силы тяги и тока электромагнита

Данные графика показывают, что ток быстро меняется из-за смещения ротора, что влияет на магнитную силу. Это изменение зависит от того, увеличивается или уменьшается разрыв. Было обнаружено, что по мере увеличения зазора сила тяги увеличивается, тем самым способствуя самостабилизации системы.

На рисунке 2.11 показаны изменения тяговой силы и импульсного тока якоря на 0,5 мм.

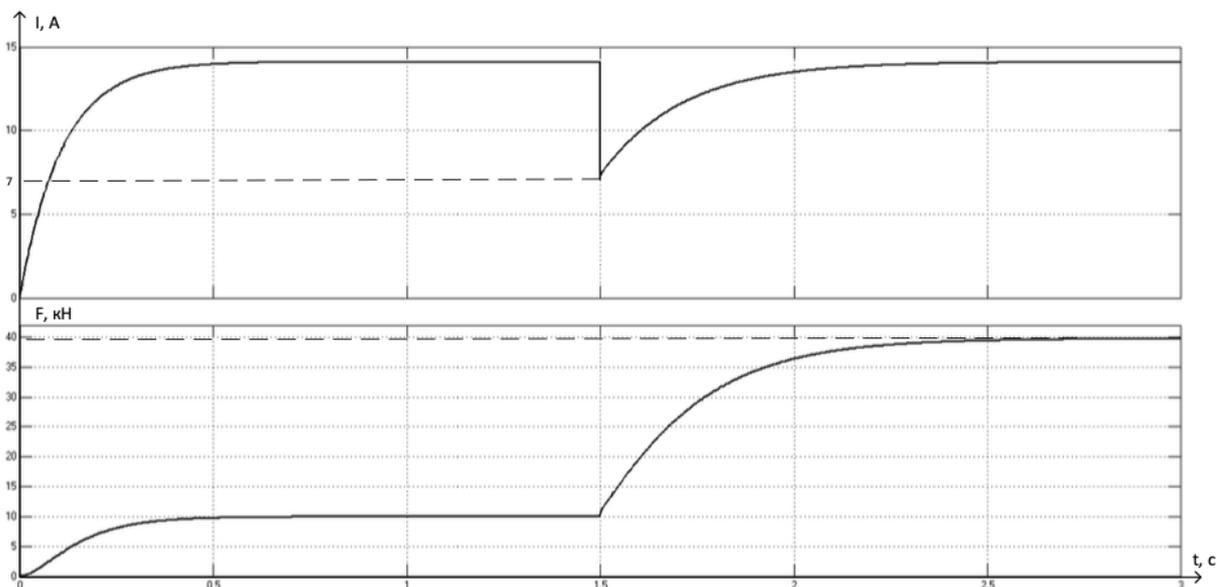


Рисунок 2.11 – Силовые и токовые переходные процессы при перемещении ротора

Анализ силового графика показывает, что с перемещением сила увеличивается с 10 кН до 40 кН, что указывает на значительную отрицательную жесткость положения электромагнита. Это увеличивает время временной обработки до 0,8 секунды.

На рисунке 2.12 показан график, показывающий переходные процессы силы и тока при отрицательном смещении ротора.

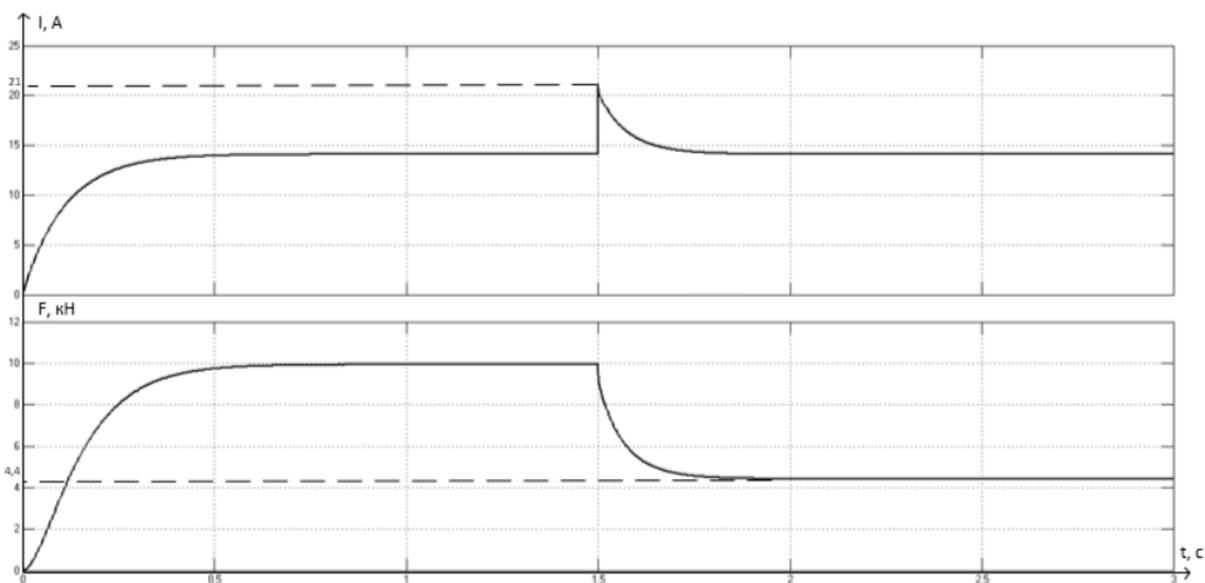


Рисунок 2.12 – Отрицательная сила и переходный процесс тока  
перемещение

Основная цель этого исследовательского проекта — разработать систему управления электромагнитами, удерживающими ротор во взвешенном состоянии. Особое внимание уделено способности системы адаптироваться к внешним возмущениям. Меры по компенсации включают поэтапное приложение сил вдоль оси  $X$  и реагирование на отдельные сейсмические толчки, эквивалентные землетрясению силой 6 баллов.

С помощью MATLAB Simulink вы создали модель, включающую вал определенной массы, два магнита, установленных друг напротив друга по оси  $X$ , и систему управления для отслеживания движения вала. Два ПИД-регулятора подают на электромагнит управляющий ток, который в сочетании с основным током электромагнита компенсирует отклонение вала от нейтральной точки. Зазор 1 мм между ротором и датчиком определяет центральное положение ротора, при этом допустимая вибрация ротора по оси  $X$  составляет  $\pm 0,5$  мм.

Визуализация имитационной модели системы подвески несущего винта по вертикальной оси представлена на рисунке 2.13.

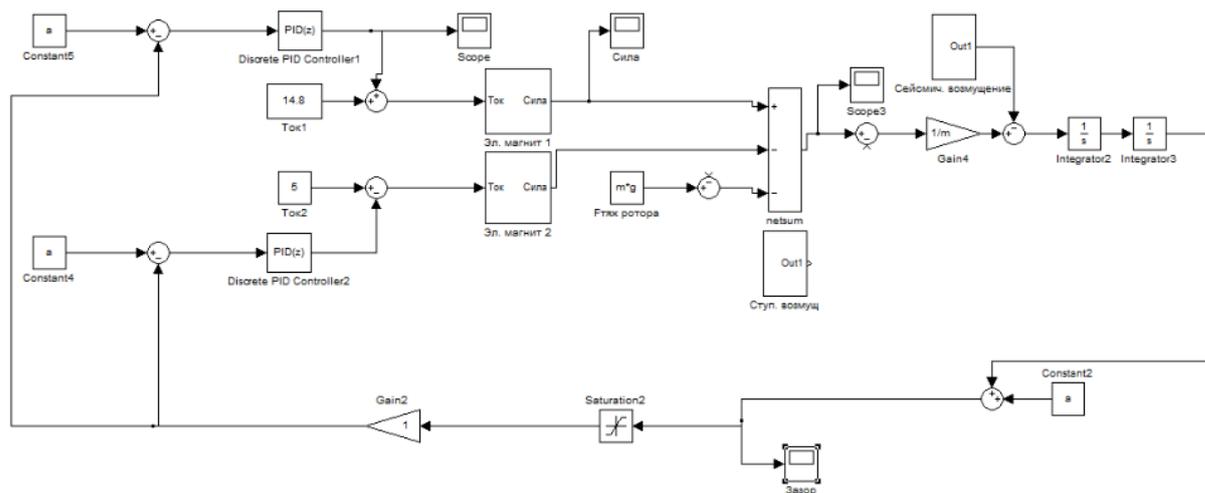


Рисунок 2.13 – Имитационная модель электромагнитного подвеса

В нашей системе ротор уравновешен и стабилен, находясь в центре между магнитами. Это положение сохраняется постоянно, кроме момента, когда ротор переходит в режим левитации.

На рис. 2.14 показан профиль ступенчатого возмущения и реакция системы на него. Все данные для наглядности сведены в едином временном масштабе.

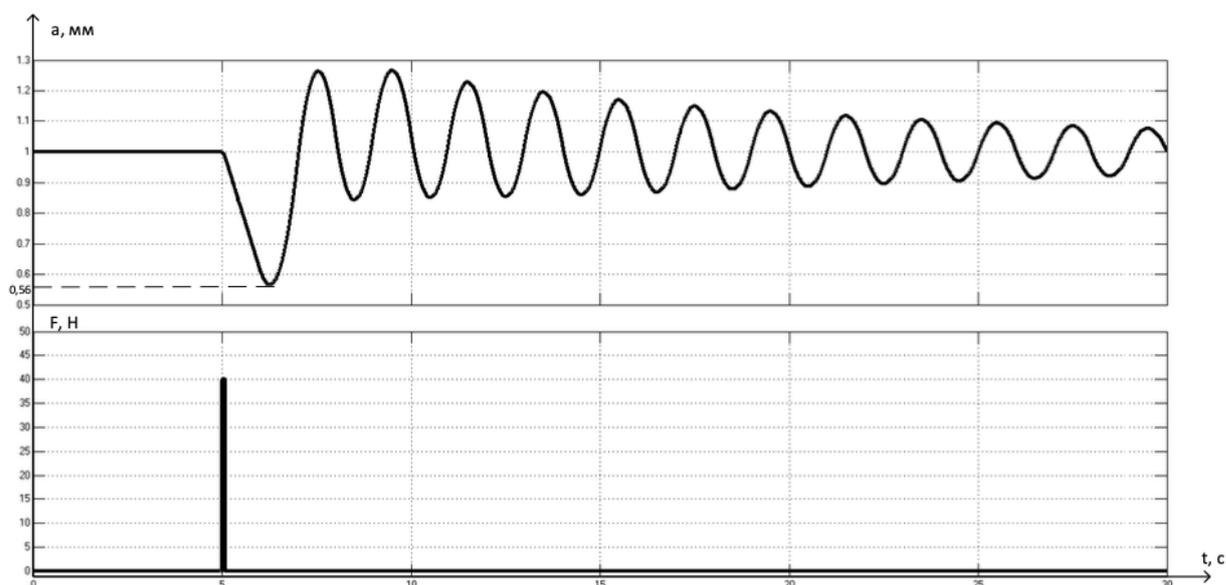


Рисунок 2.14 – График возмущающего сигнала

На этом графике видно, что постепенное воздействие на вал длительностью 0,1 секунды и силой 40 Н приводит к максимальному отклонению вала 0,44 мм, что находится в пределах максимально допустимого

отклонения 0,5 мм. Через пятнадцать секунд после удара система возвращается к почти равновесным колебаниям с амплитудой менее 0,1 мм.

Экспериментальные данные подтверждают, что сейсмическая коррекция является важным аспектом работы системы. По сравнению со временем реакции подшипника вала вибрация представляет собой полусинусоидальную волну с очень коротким периодом 100 мс. Это показывает, что система восстанавливает стабильность через 20 секунд после землетрясения магнитудой 10, а колебания уменьшаются до менее 0,1 мм.

Иллюстрация 2.15 демонстрирует кривую, отражающую колебания ускорения с максимальной амплитудой в  $9,8 \text{ м/с}^2$ . Профиль этого сигнала соответствует форме полуволны синусоиды, повторяющейся каждые 100 миллисекунд.

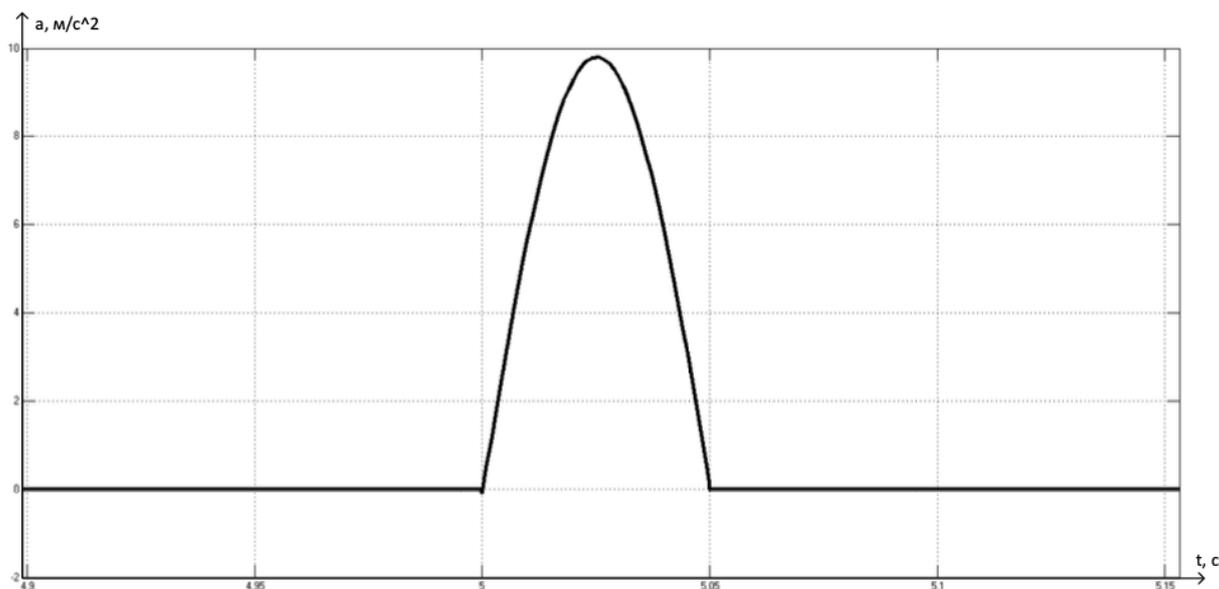


Рисунок 2.15 – График возмущающего воздействия

На иллюстрации 2.16 представлен график изменения интервала между элементами конструкции в реакции на сейсмические колебания.

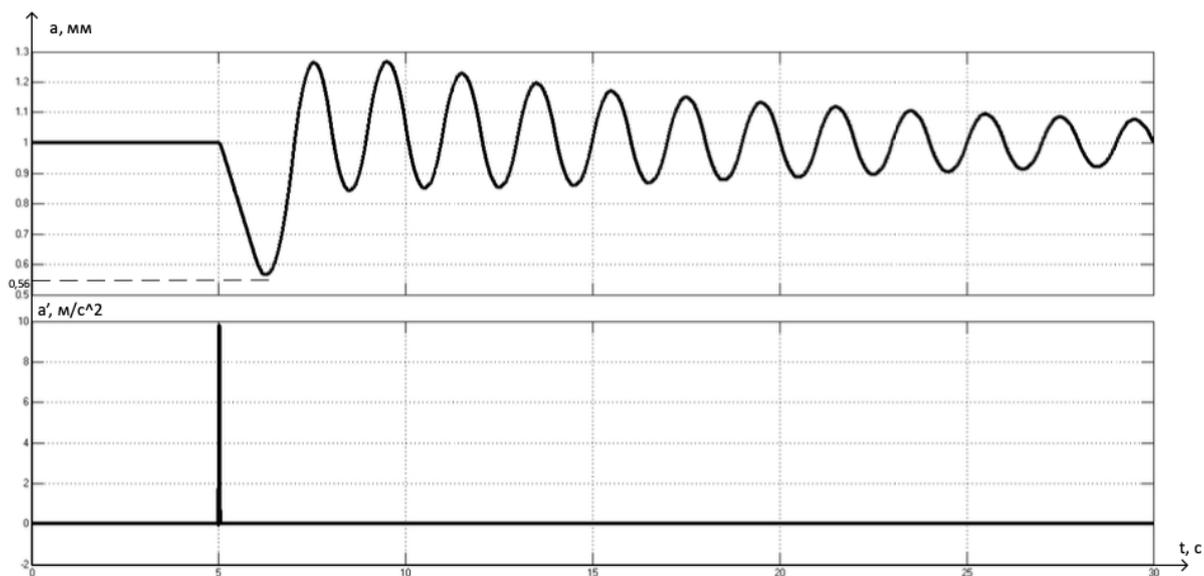


Рисунок 2.16 – График реакции системы на возмущение

В ходе тестирования система показала устойчивость к землетрясениям магнитудой в 10 баллов по шкале Рихтера. Во время испытаний было зафиксировано, что колебания ротора достигали пика в 0,44 миллиметра. Интересно отметить, что разработанное нами устройство способно поддерживать вал массой 10 кг в устойчивом состоянии даже под воздействием столь сильных землетрясений. Амплитуда импульсного тока в таких условиях достигает 16,5А.

Используя определенные через математическую модель свойства электромагнита, были вычислены реальные параметры магнита и характеристики его катушек. Для этого применялось специализированное программное обеспечение для разработки электромагнитных систем, доступное онлайн. Основными переменными в расчетах служили: сила тока  $I$  в катушке, величина силы электромагнитного притяжения  $F_{em}$  и расстояние воздушного зазора  $L$  между соленоидом и металлическим предметом. Подробные данные расчетов были отображены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Характеристики электромагнитного устройства

Параметры электромагнита	Значение	Единица
Ток обмотки	Десять	а

Площадь поперечного сечения проводника	1,5	мм <sup>2</sup>
Площадь	0,0012	метры <sup>2</sup>
Количество витков	50	-
Размер зазора	0,001	метры
Электромагнитная сила	100	Н

### 2.3 Изучение характеристик вращения ротора при его поддержании с помощью электромагнитной левитации

Роторные системы делятся на две категории: инертные (недеформируемые) и эластичные (деформируемые). Инертные роторы отличаются тем, что их резонансная частота выше рабочего диапазона систем управления положением, а также они способны достигать высоких предельных скоростей вращения. В свою очередь, эластичные роторы обладают сравнительно низкой резонансной частотой, которую можно корректировать с использованием устройств для регулировки положения. Для тщательного анализа эластичного ротора требуется моделирование его динамических процессов. [6, 8]. В рамках разработки системы управления ротором он рассматривается как твердое тело и представляется в виде двух масс, размещенных на радиальных опорах. При постоянной массе ротора и линейности системы, согласно уравнению (2.36), сила, действующая вдоль оси  $x$ , выражается простой формулой.

$$F_x = ma = m\ddot{x} = K_i i_c + K_x x. \quad (2,36)$$

Для анализа динамики ротора в системе магнитной левитации, ориентированной по осям  $X$  и  $Y$ , используется модель, базирующаяся на четырех отдельных уравнениях, указанных в разделе 2.18. Тем не менее, данная модель не включает в себя рассмотрение боковых или качающихся движений. Для полноценного описания этих явлений необходимо применение модели с двумя степенями свободы, что позволяет провести комплексный анализ ротора,

исключая из рассмотрения как вращательное движение, так и взаимосвязь между парами координатных осей (X, Z) и (Y, Z)..

Второй закон Ньютона можно применить для линеаризации уравнений движения для упругих и неупругих режимов движения. Это выражение можно выразить как

$$Mq(t) + (D + \Omega G)\dot{q}(t) + Kq(t) = F(t). \quad (2,37)$$

где M - матрица масс, q - вектор смещения, D - матрица вибрации,  $\Omega$  - угловая скорость вращения, G - гироскопическая матрица, K - матрица жесткости, а F - вектор силы.

Поведение таких элементов, как подшипники, демпферы и изоляция, имеет значительные нелинейности, что делает невозможной их линеаризацию [9]. Чтобы применить линеаризованную модель в уравнении (2.19), должны быть выполнены следующие условия:

- Отклонение от заданной точки должно быть небольшим по сравнению с движением ротора.
- Ротор должен иметь осесимметричное вращение.
- Скорость вращения остается неизменной.

В предположении, что ротор абсолютно жесткий, матрица демпфирования равна нулю. Ротор рассматривается только в одной плоскости и в результате матрица гироскопа также считается нулевой [9]. Движение жесткого ротора с двумя степенями свободы описывается уравнениями (2.1) и (2.19).

$$M_g \ddot{x}_g = T_1 K_x x_b + T_1 K_i x_c = F_g, \quad (2,38)$$

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_y \end{bmatrix}; K_x = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_x \end{bmatrix}; K_i = \begin{bmatrix} k_i & 0 \\ 0 & k_i \end{bmatrix}; i_c = \begin{bmatrix} i_c & A, x \\ i_c & B, x \end{bmatrix}. \quad (2,39)$$

где  $I_y$  – поперечный момент инерции вдоль оси  $y$ . Индексы А и В в обозначении управляющего тока указывают на соответствующие подшипники А и В. Боковые и наклонные движения представлены векторами  $x = [x \ \beta_y]^T$ . Вектор смещения включает в себя смещение ротора подшипников А и В.  $x_b = [x_a \ x_b]^T$ . Индексы  $g$  и  $b$  указывают оси координат, связанные с центром масс и ориентацией.

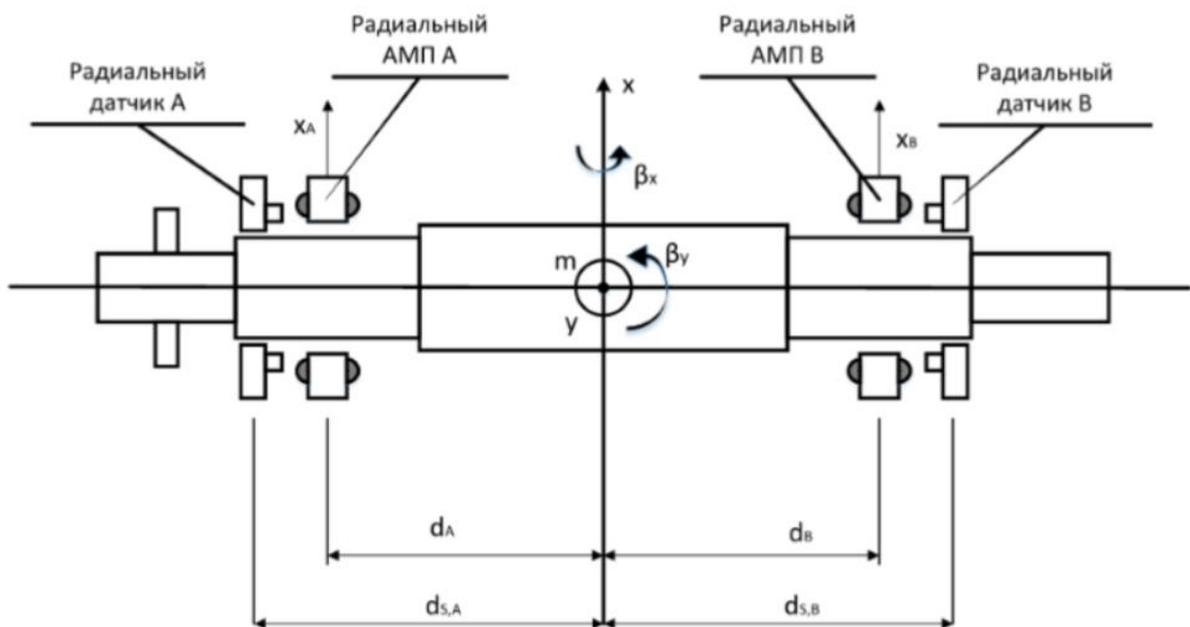


Рисунок 2.13 – Модель жесткого ротора

Чтобы преобразовать силы, действующие на подшипники А и В, в координатные оси центра тяжести, нужно умножить составляющие силы на матрицу преобразования  $T_1$ :

Мы использовали матрицу преобразования, чтобы преобразовать силы, действующие на подшипники А и В, в систему координат, связанную с центром масс  $T_1$ . Это позволяет правильно сопоставить компоненты силы с соответствующими координатами.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -d_A & -d_B \end{bmatrix}. \quad (2,40)$$

где  $dA$ ,  $dB$  – положение радиального подшипника показано относительно центра тяжести, как показано на рисунке 2.13. Для удобства можно преобразовать координатную плоскость пеленга. В этом случае уравнение движения выражается как:

$$M_B \ddot{x}_b = K_x x_b + K_i x_c = F_b. \quad (2,41)$$

Матрица масс выражается в системе координат подшипника. Матрицы преобразования используются для описания отношений между различными системами координат. Связь между этими матрицами выражается как:

$$T_2 = T_1^{-T}. \quad (2,42)$$

На основе представленных ранее уравнений формируются вектор смещения и матрица масс.

$$x_b = T_1^T x_c, \quad (2,43)$$

$$M_B = T_2^T M_c T_2. \quad (2,44)$$

В рассматриваемой модели движение ротора представлено двумя отдельными уравнениями, описывающими две степени свободы. Одно уравнение относится к плоскости  $y,z$ , а другое — к плоскости  $x,z$ . Для анализа радиальных сил, возникающих при вращении ротора, была разработана модель вала с использованием гидродинамического подшипника в программном обеспечении COMSOL Multiphysical. Параметры вала указаны в конструкции модели, а результатом является распределение давления на посадочной поверхности. Полученные данные о давлении используются для расчета величины и направления силы во время высокоскоростного вращения вала. Рассматриваемый в модели гироскопический эффект меняет направление силы

относительно горизонтальной оси. На рисунке 2.14 показаны как сила тяжести  $F$  тяги, действующая на опору при покоящемся роторе, смещение  $F_{\text{дав}}$  давления на опору, так и отклонение силы от вертикали при вращении ротора со скоростью 2500. Количество оборотов. Расчеты проводились для стального вала диаметром 10 мм и длиной 100 мм.

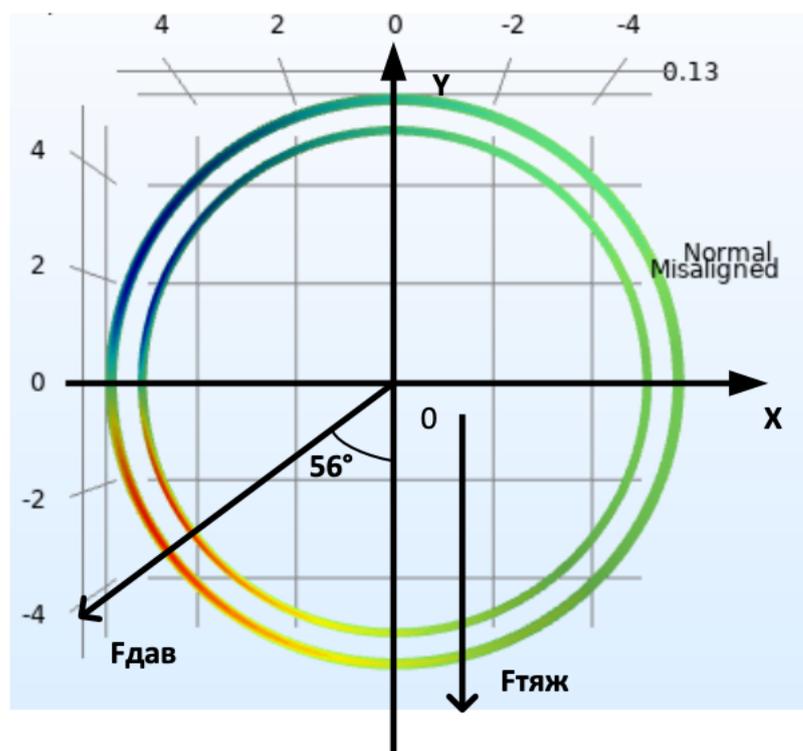


Рисунок 2.14 – График направления сил давления на опору

Результаты моделирования показывают, что при частоте вращения вала 2500 об/мин направление силы, действующей на опору, отклоняется от вертикальной оси на угол 56 градусов. Это дает возможность упростить процесс разработки и настройки электромагнитных систем управления подвесом.

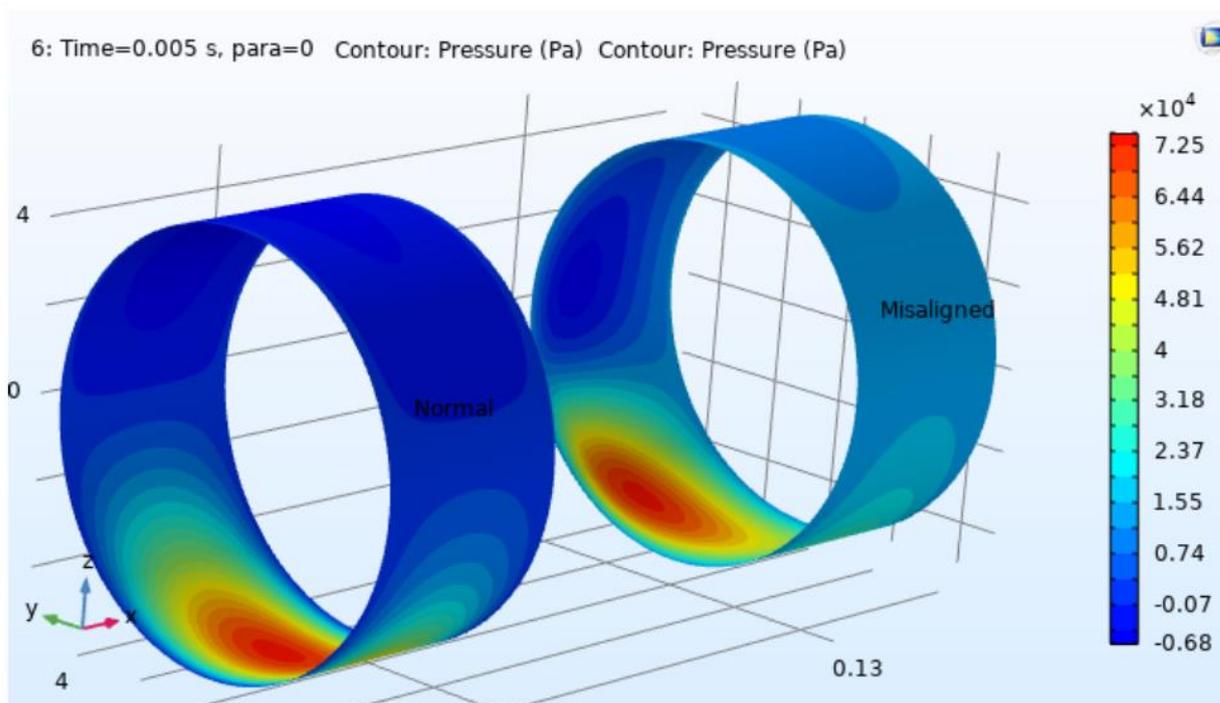


Рисунок 2.14. Картина распределения давления вала на опоры

В ситуации, когда ротор нагружен, анализ рисунка 2.14 показывает, что смещения зоны давления на опоре нет. Чтобы определить величину давления, которое вал оказывает на подшипник, давление жидкости в гидродинамическом подшипнике необходимо преобразовать в силу, измеряемую в Ньютонах на квадратный метр (Н/м<sup>2</sup>). Исходя из этого, вертикальное давление вала на опору можно рассчитать по следующей формуле:

$$F = P * 10^{-4} \quad (2,45)$$

$$F = 7,25 * 10^4 * 10^{-4} = 7,25 \text{ Н/см}^2$$

Исходя из размеров вала диаметром 10 мм и длиной 100 мм, можно рассчитать, что на опору оказывается давление 7,25 Н/см<sup>2</sup>. Эти данные позволяют оценить силы, действующие со стороны ротора на электромагнитный подвес.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Это исследование привело к обновлению ключевых элементов конструкции центробежных насосов. Изучены теоретические аспекты установки магистрального насоса и его основных узлов. Особое внимание было уделено преимуществам использования активной магнитной подвески по сравнению с обычными масляными подшипниками. Проведен анализ габаритных весовых характеристик и основных параметров активных магнитных подшипников.

Были разработаны новаторские теоретические подходы и компьютерное моделирование для анализа систем с электромагнитным и магнитостатическим подвесом. Интеграция этих моделей с ПИД-контроллерами позволила нам значительно повысить точность регулирования положения ротора, что является ключевым аспектом в обеспечении стабильности и эффективности подвесных систем. Используя инструментарий MATLAB Simulink, была сконструирована детальная модель, позволяющая провести анализ реакции электромагнитных элементов и всей системы на различные виды нагрузок, включая статические и динамические состояния. Исследование показало, что даже при толчке землетрясения магнитудой 10 баллов прогиб ротора не превысил установленного предела 0,5 мм, достигнув в общей сложности 0,35 мм. Время, необходимое для восстановления системы после сбоя, составило 15 секунд. Расчётные параметры электромагнита с входным током 10А, зазором 1 мм и массой ротора 10 кг привели к необходимой силе притяжения 100 Н. В результате были определены параметры электромагнита: диаметр 40 мм, количество витков катушки - 50, сечение провода - 1,5 мм<sup>2</sup>. Это обеспечивает эффективную и длительную работу с достаточным запасом прочности без перегрева.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Альтман, А.Б. Постоянные магниты: Справочник / Альтман А.Б. [и др.]; под ред. Ю.М. Пятина. — 2-е изд., перераб. доп. и — М.: Энергия, 1980. — 488 с.
2. Артамонов В.И. Сверхпроводящий магнитный подшипник и способ его изготовления: пат. 2383791 Российская Федерация: МПК7 F 16 C 32/04 / заявитель и патентообладатель Федеральное государственное унитарное предприятие «Московское машиностроительное производственное предприятие «Салют». — заявл. 09.12.2008.
3. Грибанов, С.В. Разработка магнитного подшипника на основе высокотемпературных сверхпроводящих материалов: автореф. дис. канд. тех. наук: 05.09.01 / Грибанов Сергей Владимирович — М., 2010. — 19 с.
4. Дидов В.В.; Радиальный магнитный подшипниковый узел: пат. 2579369 Российская Федерация: МПК7 F 16 C 39/06 / заявитель и патентообладатель Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Дальневосточный федеральный университет» (ДВФУ). — заявл. 19.01.2015.
5. Журавлев, Ю.Н. Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение / Ю.Н. Журавлев. — СПб.: Политехника, 2003. — 206 с.
6. Кумар Б. К., Ботаханов Е. К. Эксплуатация насосных и компрессорных станций: Учеб. пособие. — Алматы: КазНИТУ имени К. И. Сатпаева, 2015. — С. 392.
7. Лобачев, П.В. Насосы и насосные станции / П.В. Лобачев. - М.: Стройиздат; Издание 3-е, перераб. и доп., 2012. - 320 с.
8. Матвеев В.А. Применение объемных высокотемпературных сверхпроводников в перспективных космических системах // Вестник МГТУ им. Баумана, Сер. «Приборостроение». — 2016.

— № 1. — С. 15.

9. Матвеев В.А. Сверхпроводящий магнитный подвес для кинетического накопителя энергии: пат. 2551864 Российская Федерация: МПК7 F 16 C 32/04 / заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (МАИ), Государственная корпорация по атомной энергии «Росатом». — заявл. 04.04.2014.
10. Мирленко П.А. Прямое управление силой системы с ротором на активных магнитных подшипниках: выпускная квалификационная работа магистра: 27.04.04. – Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И.Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, 2017 – 79с.
11. Boehm J., Gerber R. and Kiley N. R. C. Sensors for magnetic bearings // IEEE Transactions on Magnetics. 1993, 29 (6, Part 2). PP. 2962–2964.
12. Chen W.J., Gunter E.J. Introduction to Dynamics of Rotor-Bearing systems. Victoria, Canada, Charlottesville: Trafford publishing, 2005. 482 p. et. al. Burlington.: Newnes, 2005. 400 p.
13. Chiba A., Fukao T., Ichikawa O. Magnetic Bearings and Bearingless Drives (2005)
14. Hynynen K. Broadband excitation in the system identification of active magnetic bearing rotor systems: автореф. дисс. канд. техн. наук / Lappeenranta University of Technology, Lappeenranta, 2007.
15. Impinna F. Passive Magnetic Levitation of Rotors on Axial Electrodynamic Bearings // IEEE Transactions on Magnetics. — 2013. — Т 49, № 1. — С. 599.
16. Jastrzebski R.P. Design and implementation of FPGA-based LQ

- control of active magnetic bearings: автореф. дисс. канд. техн. наук / Lappeenranta University of Technology, Lappeenranta, 2007.
17. Jastrzebski R.P. Design and implementation of FPGA-based LQ control of active magnetic bearings: автореф. дисс. канд. техн. наук / Lappeenranta University of Technology, Lappeenranta, 2007.
18. Lembke T. Review of Electrodynamic Bearing // Proceedings of the 14th International Symposium on Magnetic Bearings (ISMB). — 2014. — С. 257.
19. Lopes M. Experimental Test and Simulations to the Design of an Electrodynamic Bearing // Proceedings of the 14th International Symposium on Magnetic Bearings (ISMB). — 2014. — С. 622.
20. Ravaut R., Lemarquand G., Lemarquand V. Force and Stiffness of Passive Magnetic Bearings Using Permanent Magnets. Part 1: Axial Magnetization // IEEE Transactions on Magnetics. — 2009. — Т. 45, № 7. — С. 2996.
21. Walter H., Bock J. Superconducting magnetic bearing: пат. EP1767798 Европа: МПК7 F 16 C 32/04 — заявл. 23.09.2005.
22. Wassermann J., Schulz A., Schneeberger M. Active Magnetic Bearings of High Reliability // IEEE International Conference on Industrial Technology. 2003, vol.1. PP. 194-197.
23. Werfel F. N. Superconductor bearings, flywheels and transportation // Superconductor Science and Technology. — 2012. — № 25. — 014007.
24. Yu Z. Analyses and Tests of HTS Bearing For Flywheel Energy System // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2014. — Т. 24, №3. — 5700405.