

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Физико-механический институт
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите

Директор ВШТМиМФ,

д.ф.-м н., чл.-корр РАН

А.М. Кривцов

« ___ » _____ 2022 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

магистерская диссертация

ЗАЩИТА ОТ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН СЕЙСМИЧЕСКОЙ ПРИРОДЫ С ПОМОЩЬЮ БАРЬЕРОВ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

по направлению подготовки

01.04.03 Механика и математическое моделирование

Направленность

01.04.03_02 Mechanics and Mathematical Modeling (международная
образовательная программа)

Выполнил

студент гр. 5040103/00201

Ю.В. Жукова

Руководитель:

доцент ВШТМиМФ, к.ф.-м.н.

М.Б. Бабенков

Санкт-Петербург

2022

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Физико-механический институт

Высшая школа теоретической механики и математической физики
УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

А.М.Кривцов

«__» _____ 2022 г.

ЗАДАНИЕ

по выполнению выпускной квалификационной работы

студенту Жуковой Юлии Вадимовне, группа 5040103/00201
фамилия, имя, отчество (при наличии), номер группы

1. Тема работы: Защита от поверхностных волн сейсмической природы с помощью барьеров сложной формы
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 01.06.2022
3. Исходные данные по работе: Научные статьи о сейсмических волнах и сейсмических барьерах, задача Лэмба
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): верификация численной модели путем сравнения с аналитическим решением для тестовой задачи (внешняя задача Лэмба), анализ взаимодействия поверхностных волн с сейсмическими барьерами сложной формы, определение коэффициента затухания перемещений для барьеров из различных материалов и с различной геометрией, получение рекомендаций по проектированию барьеров и их оптимизации
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): визуализация математической модели взаимодействия поверхностных сейсмических волн с сейсмическими барьерами, графики сравнения численного решения и аналитического решения для тестовой задачи, графики параметрического исследования геометрических характеристик барьеров, графики коэффициентов затухания для различных материалов и геометрий барьеров
6. Консультанты по работе: Братов В. А.
7. Дата выдачи задания 13.05.2022

Руководитель ВКР _____ М. Б. Бабенков
(подпись) инициалы, фамилия

Задание принял к исполнению _____ 13.05.2022
(дата)

Студент _____ Ю. В. Жукова
(подпись) инициалы, фамилия

РЕФЕРАТ

На 44 с., 19 рисунков, 2 таблицы, 0 приложений.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: СЕЙСМИЧЕСКИЙ БАРЬЕР, ВОЛНЫ РЭЛЕЯ, ЗАДАЧА ЛЭМБА, СЕЙСМИЧЕСКАЯ ЗАЩИТА.

Тема выпускной квалификационной работы: «Защита от поверхностных волн сейсмической природы с помощью барьеров сложной формы».

Данная работа посвящена исследованию эффективности вертикальных сейсмических барьеров сложной формы при защите от поверхностных волн Рэлея с помощью плоской конечно-элементной модели.

ABSTRACT

44 pages, 19 figures, 2 tables, 0 appendices.

KEYWORDS: SEISMIC BARRIER, RAYLEIGH WAVES, LAMB'S PROBLEM, SEISMIC PROTECTION.

The subject of the graduate qualification work is «Protection from seismic surface waves utilizing complex shape barriers».

The work is presenting the development of a 2D numerical simulation model for complex shape vertical seismic barriers for protection from surface wave of seismic origin.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
ГЛАВА 1. Обзор литературы по распространению волн и их взаимодействию с барьерами	8
1.1 Источники волн.....	8
1.2 Типы сейсмических волн	8
1.3 Типы сейсмических барьеров.....	13
1.4 Экспериментальные исследования взаимодействия сейсмических волн с барьерами.....	15
1.5 Барьеры сложной формы.....	17
1.6 Задача Лэмба.....	19
1.7 Решение через функцию Грина	21
1.8 Решение методом Каньяра.....	22
ГЛАВА 2. Создание модели в ANSYS Mechanical APDL	24
2.1 Конечно-элементная модель.....	24
2.2 Верификация модели	28
2.3 Анализ физико-механических свойств барьера.....	30
2.4 Анализ геометрически параметров материала барьера	32
ГЛАВА 3. Моделирование взаимодействия сейсмических барьеров сложной формы с поверхностными волнами.....	34
3.1 Сравнение сложных сейсмических барьеров.....	34
3.2 Задание сейсмического воздействия.....	37
Заключение	40
Список использованной литературы.....	41

Введение

Одной из важных задач современного строительства является разработка способов защиты зданий и сооружений от сейсмических воздействий, представляющих собой подземные толчки и колебания земной поверхности из-за смещений и разрывов внутри земной коры, которые передаются на огромные расстояния в виде упругих колебаний [15]. Во время таких воздействий могут возникать трещины в стенах и каркасе зданий, частичные разрушения плотин, обвалы мостов, что представляет опасность для жизни и здоровья человека. В современном строительстве существует два способа защиты от воздействия поверхностных волн [26]:

- разработка инженерных решений, позволяющих спроектировать сейсмостойкие сооружения;
- создание в грунте сейсмических барьеров, которые позволяют отражать, препятствовать распространению и рассеивать часть энергии сейсмической волны.

Целью данной работы является поиск оптимальных геометрических размеров и формы для вертикальных сейсмических барьеров и их влияния на взаимодействие с поверхностными волнами с помощью конечно-элементного моделирования.

Актуальность проблемы

Актуальность проблемы обусловлена несовершенством существующих методов защиты от вибраций и сейсмических воздействий. При разработке сооружения необходимо учитывать нормы шумо- и виброизоляции для жилых и производственных зданий, это значительно усложняет конструкцию здания и увеличивает стоимость его проектирования и строительства. Другой проблемой является установка дополнительной виброзащиты в существующие здания. Кроме того, традиционные методы защиты от

вибрации не защищают подземные части сооружений, непосредственно подверженные вибрациям грунта.

Именно поэтому необходимо разрабатывать альтернативные методы защиты, позволяющие решить данные проблемы. К таким методам относятся сейсмические барьеры, которые позволяют снизить вибрации в защищаемой зоне, поскольку они отражают и рассеивают энергию поверхностных волн. Сейсмические барьеры имеют несколько значительных преимуществ по сравнению с традиционными методами защиты зданий от сейсмически воздействий [32]:

- Барьеры можно установить вокруг существующих зданий, требующих дополнительной сейсмической защиты, потому они подходят для защиты исторически памятников, аэропортов, плотин, АЭС и т.д.
- Барьеры защищают не одно здание, а все сооружения, расположенные на территории, которую они окружают;
- Защищают как надземную, так и подземную части здания.

Современное состояние проблемы

В первой главе настоящей работы приведен обзор исследований, посвященных способам защиты от вибрационных воздействий. Проведённые исследования как теоретически, так и экспериментально подтверждают возможность использования сейсмических барьеров для снижения вибраций в зоне за барьером и рациональность усложнения формы барьера для акустических барьеров. Однако не проведено влияние сложной формы барьеров на защиту от сейсмических волн.

Практическая и теоретическая значимость работы

По результатам данной работы можно дать инженерные рекомендации по проектированию более эффективных сейсмических барьеров. Это позволит разрабатывать более экономичные методы защиты от вибраций без

изменения несущих конструкций сооружений. Использование данных рекомендаций позволит защитить здание от воздействия поверхностных сейсмических волн, несущих основную часть энергии землетрясения, уменьшая экономический ущерб и предотвратить человеческие потери.

ГЛАВА 1. Обзор литературы по распространению волн и их взаимодействию с барьерами

1.1 Источники волн

В работе [41] рассмотрены основные типы вибрационных воздействий

- Движение транспорта или проведение строительных работ

Машины, поезда, метро и другой транспорт, а также строительные работы, включающие динамическое уплотнение грунта, забивку свай и т.д., создают вибрации с диапазоном частот 2-63 Гц (для поездов метрополитена [17]), а сдвиговые деформации в грунте составляют примерно $10^{-5} - 10^{-6}$, поэтому поведение грунта можно считать линейным.

- Землетрясение

Землетрясение считается самым опасным типом источников волн, при котором сдвиговые деформации составляют около 10^{-4} . В грунте могут наблюдаться нелинейные эффекты, частоты землетрясения имеют диапазон 0.1-20 Гц [41].

- Взрывные воздействия

При создании тоннелей для метрополитена или на месторождениях полезных ископаемых нередко проводят взрывные работы, в результате которых сдвиговые деформации в грунте могут превышать $10^{-2} - 10^{-3}$, поэтому поведение грунта нелинейное и существует возможность его разрушения.

1.2 Типы сейсмических волн

Во время землетрясений от его очага распространяются упругие волны, которые называются сейсмическими волнами. Различают объёмные сейсмические волны и поверхностные сейсмические волны. К объёмным волнам относятся наиболее быстрые продольные волны (Р-волны, primary waves), представляющие собой последовательное сжатие и растяжение,

происходящее параллельно земной поверхности, и поперечные волны (S-волны, secondary waves), колебания в которых перпендикулярны к направлению распространения волны. Скорость поверхностных волн меньше скорости объемных волн, их амплитуда уменьшается по экспоненциальному закону с глубиной. Среди поверхностных волн выделяют волны Рэлея, волны Лява, волны Стоунли и волны Лэмба.

- Р-волны

Р-волны связаны с изменением объема и распространяются со скоростью:

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E(1 - \nu)}{\rho(1 + \nu)(1 - 2\nu)}} \quad (1)$$

где λ - модуль сжатия; μ - модуль сдвига; ρ - плотность среды, ν - коэффициент Пуассона.

- S-волны

Скорость поперечных волн, не связанных с изменением объема, равна:

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1 + \nu)}} \quad (2)$$

Соотношение продольной и поперечной скоростей зависит от коэффициента Пуассона:

$$\frac{V_p}{V_s} = \sqrt{\frac{2(1 - \nu)}{1 - 2\nu}} \quad (3)$$

- Волны Рэлея

Для внешних (или поверхностных) источников волн, т.е. возникающих либо в приповерхностной зоне грунта, либо на его поверхности, основную часть энергии переносят волны Рэлея. Волны Рэлея были открыты лордом Рэлеем в 1885 году. Это тип волн встречается наиболее часто и наиболее широко изучен. Волны Рэлея возникают на границе твердого тела и состоят из двух (продольной и поперечной) плоских неоднородных волн. Это волны с вертикальной поляризацией: их векторы смещения лежат в плоскости, перпендикулярной границе и параллельной направлению распространения волн [3].

Волны Рэлея наблюдаются вдали от эпицентра землетрясений и являются самой главной причиной разрушения наземных сооружений, поскольку переносят наибольшую часть энергии

Кроме того, в [36] показано, что на свободной границе поверхностные волны Рэлея вносят основной вклад в поле перемещений, поскольку их магнитуда затухает по закону $\sim R^{-\frac{1}{2}}$ по сравнению с объемными волнами, затухающими по закону R^{-1} .

Для однородной изотропной упругой среды уравнение движения в общем случае записывается как [9]:

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \mu \Delta U + (\lambda + \mu) \text{grad div } U \quad (4)$$

где U – это вектор смещения частиц среды, который можно представить в виде

$$U = U_l + U_t \quad (5)$$

где U_t , U_l – это векторы смещения для продольных и поперечных волн соответственно.

Тогда можно свести это уравнение к системе уравнений для продольных и поперечных волн Рэлея.

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - (\lambda + \mu) \Delta U_l = 0 \quad (6)$$

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \mu \Delta U_t = 0 \quad (7)$$

Из которых путем Рэлея получил полином шестой степени, корни которого позволяют найти фазовые скорости и волновые числа продольных и поперечных волн [4]:

$$\eta^6 - 8\eta^4 + 8(3 - 2\xi^2)\eta^2 - 16(1 - \xi^2) = 0 \quad (8)$$

где $\eta = \frac{k_t}{k} = \frac{c}{c_t}$, $\xi = \frac{k_l}{k_t} = \frac{c_t}{c_l}$, и c_t, c_l, k_t и k_l – это фазовые скорости и волновые числа продольных и поперечных волн.

Скорость волны Рэлея для изотропной среды можно записать приближенно через формулу Бергмана-Викторова [2]:

$$C = \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu} C_l \quad (9)$$

где ν – коэффициент Пуассона.

В литературе существуют другие формы записи, например, через отношение скорости продольной волны к скорости поперечной волны [5]:

$$C = \frac{0,718 - \left(\frac{C_t}{C_l}\right)^2}{0,75 - \left(\frac{C_t}{C_l}\right)^2} C_l \quad (10)$$

- Волны Лява

Волны Лява [8, 9] могут возникать в слоистых средах. Это волны с горизонтальной поляризацией – их вектор смещения лежит параллельно границе раздела твердых слоев и перпендикулярно направлению распространения.

Это плоские волны, поэтому уравнение (4) принимает форму:

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \mu \Delta U \quad (11)$$

Одним из решений этого уравнения является простейшая волна с горизонтальной поляризацией – плоская объемная поперечная волна, двигающаяся вдоль границы полупространства:

$$U_y = C e^{i(k_t x - \omega t)} \quad (12)$$

где C – константа, ω - частота, ось x направлена вдоль границы полупространства.

- Волны Стоунли

Волны Стоунли [42]– это поверхностные волны, которые распространяются на границе двух твердых сред, граничащих между собой вдоль плоскости. Волны Стоунли могут быть как горизонтальной, так и вертикальной поляризации (в изотропных твердых средах - с вертикальной поляризацией [3]).

Скорости поперечных и продольных волн всегда превышают скорость волн Стоунли.

- Волны Лэмба

Волны Лэмба [4] — это упругие возмущения, которые распространяются в твердом слое и колебательное смещение частиц распространяется в направлении распространения волны и перпендикулярно плоскости слоя. Иногда их называют нормальными волнами.

1.3 Типы сейсмических барьеров

- Горизонтальные сейсмические барьеры

Принцип работы горизонтальных сейсмических барьеров основан на теореме Чедвика [24], постулирующей невозможность распространения рэлеевских волн, если поверхность полупространства закреплена. На свободной поверхности полупространства помещается тонкий слой с отличающимися от свойств грунта физико-механическими свойствами [6].

Чтобы горизонтальные барьеры были эффективными, необходимо, чтобы [22]:

- Длина барьера должна быть примерно равна длине волны Рэлея;
- Материал барьера должен иметь большую плотность, чем плотность грунта, окружающего барьер;
- Для того, чтобы волны Лява не распространялись, физико-механические свойства материала барьера должны соответствовать условию нераспространения волн Лява для скоростей поперечных волн:

$$V_s^{soil} < V_s^{barrier} \quad (13)$$

- Вертикальные сейсмические барьеры

Вертикальные барьеры как средство защиты от рэлеевских волн рассмотрены в работах [22, 34]. Принцип их работы основан на отражении, дифракции и рассеивании части энергии сейсмической волны.

Чтобы горизонтальные барьеры были эффективными, необходимо, чтобы [21]:

- Глубина барьера была сопоставима с длиной рэлеевской волны;
- Для максимальной эффективности барьер должен состоять из слоёв с материалами, физико-механические свойства материала которых сильно отличаются;
- Барьер должен полностью окружать защищаемую зону, чтобы в неё не проникали сейсмические волны.

Барьеры, заполненные метаматериалом

В работах [28, 31, 32, 35] рассматривается использование метаматериалов в качестве материала заполнения барьеров (рисунок 1). Численная модель в работе [31] показала, что при использовании резонаторов Гельмгольца колебания в защищаемой зоне могут затухать почти полностью, в работе [28] ускорения в защищаемой зоне понизились на 96%, то есть эффективность подобных материалов значительно выше эффективности обычных материалов для защиты от сейсмических воздействий.

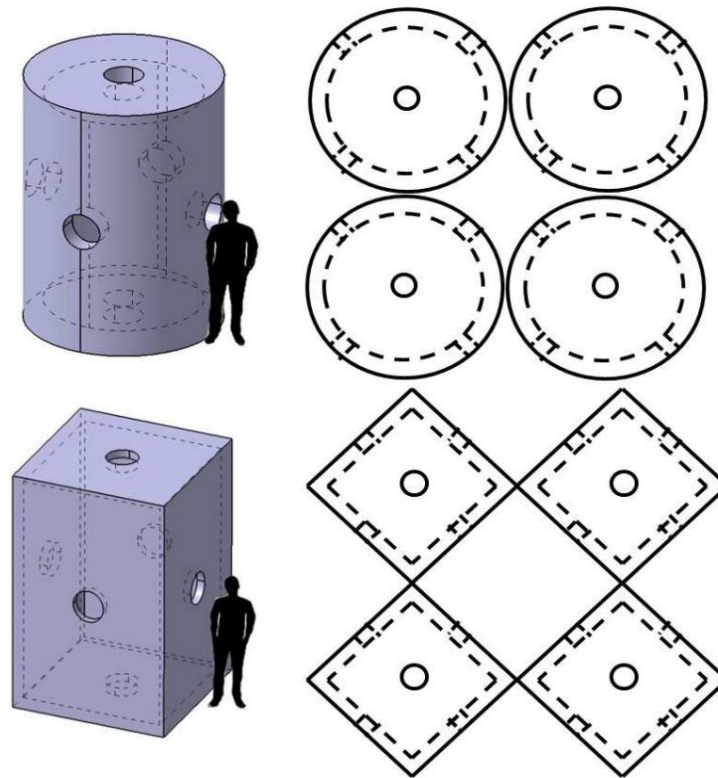


Рисунок 1. Примеры барьеров из метаматериала. *Kim S. H., Das M. P. Artificial seismic shadow zone by acoustic metamaterials.*

1.4 Экспериментальные исследования взаимодействия сейсмических волн с барьерами

В работе [21] рассматривается влияние соотношения глубины и ширины траншеи к длине волны на защиту, а также расстояния от барьера до источника вибрации (рисунок 2). Также было введено понятие “зона тени” – это конечная зона за барьером или траншеей, где максимально снижается амплитуда вибраций. Длина зоны тени увеличивается с увеличением отношения длины барьера к длине набегающей волны.

Хотя установка барьера не показала желаемого результата, но была показана возможность использования сейсмических барьеров для снижения вибраций в защищаемой зоне.

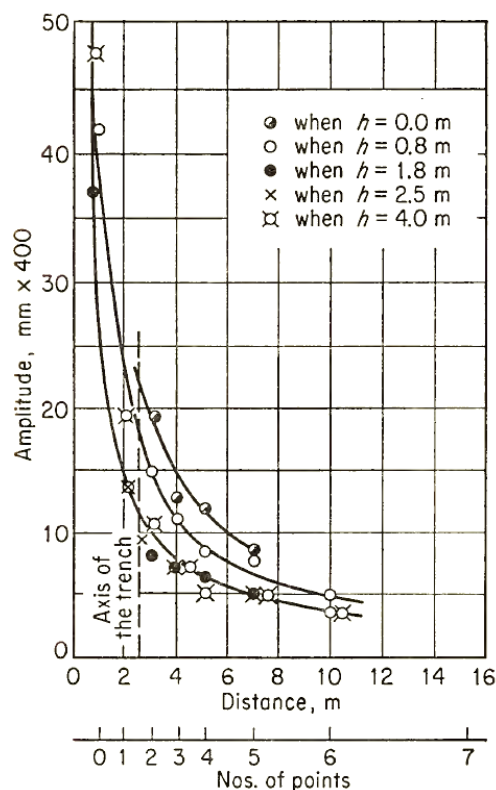
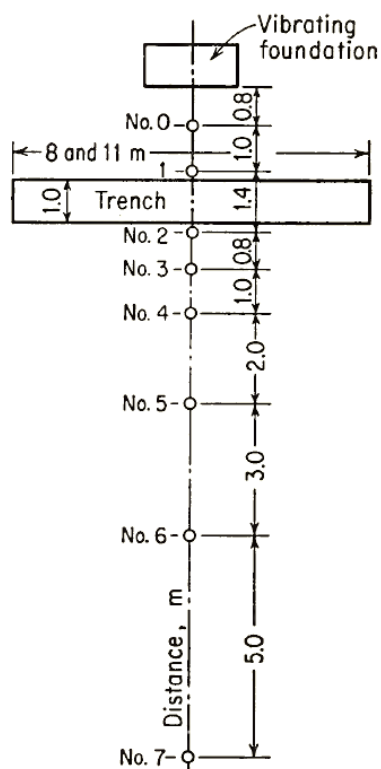


Рисунок 2. Схема эксперимента и результат. *Barkan D. D. Dynamics of bases and foundations.*

В работе [25] рассматривается влияние жесткого барьера на снижение вибраций, создаваемых железнодорожным транспортом. До установки барьера были определены физико-механические характеристики грунта и измерены вибрации. Эксперимент показал высокую эффективность жестких барьеров как непосредственно за барьером, так и на некотором расстоянии за ним. Далее была проведена верификация эксперимента с помощью комбинации методов конечных и граничных элементов.

В работе [19] в качестве барьера рассматривались незаполненная траншея и траншея, заполненная пенополистиролом. Эксперименты показали, что оба варианта эффективно уменьшают вибрации в защищаемой зоне, так, барьер из пенополистерола снижет вибрации на 68%, однако, для большой глубины вариант с незаполненной траншеей трудно реализуем. Результаты эксперимента хорошо совпали с результатами для численной модели, смоделированной в конечно-элементном комплексе Abaqus.

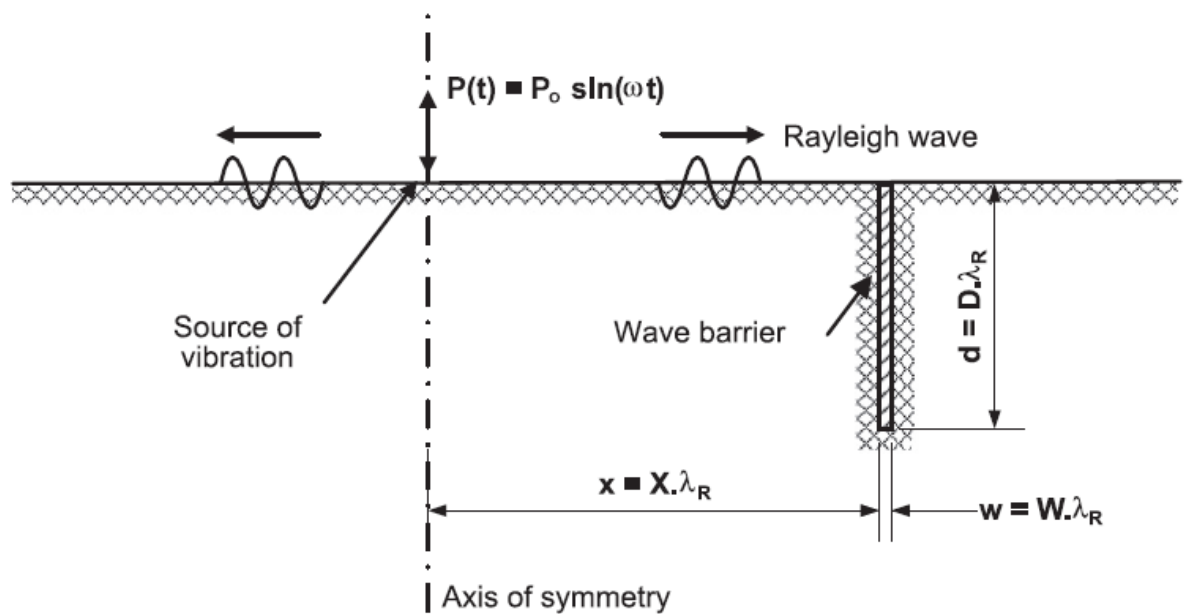


Рисунок 3. Схема эксперимента. *Alzawi A., Hesham El Naggat, M. Full scale experiment study on vibrating scattering using open and in-filled (GeoFoam) wave barriers.*

1.5 Барьеры сложной формы

В работе [28] рассматриваются различные сложные формы акустических барьеров. Двумерная численная модель показала, что эффективность барьеров заметно возрастала, если частично он был менее жесткого материала, чем основная часть барьера, либо из поглощающего материала. Изменение формы барьера увеличивает его эффективность незначительно.

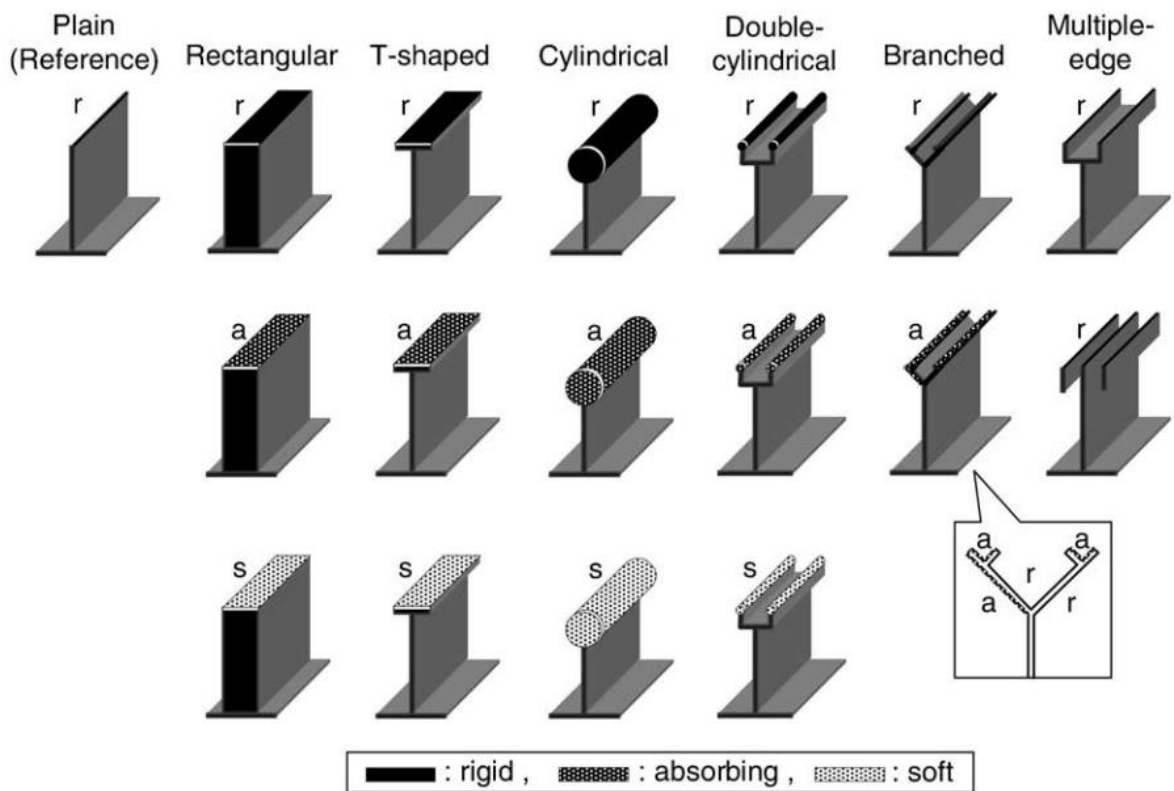


Рисунок 4. Примеры барьеров из метаматериала. *Ishizuka, T., & Fujiwara, K. (2004). Performance of noise barriers with various edge shapes and acoustical conditions.*

В работах [27,29,39,43] рассматриваются методы оптимизации форм акустических барьеров. Использование двумерного метода граничных элементов в работе [29] показало, что для того, чтобы барьер был более эффективным, та часть барьера, со стороны которой приходят волны, должна быть неправильной ломаной формы. Такие неровности рассеивают часть энергии акустической волны, не позволяя ей попадать в защищаемую зону. Сглаживание формы барьера снижает его эффективность.

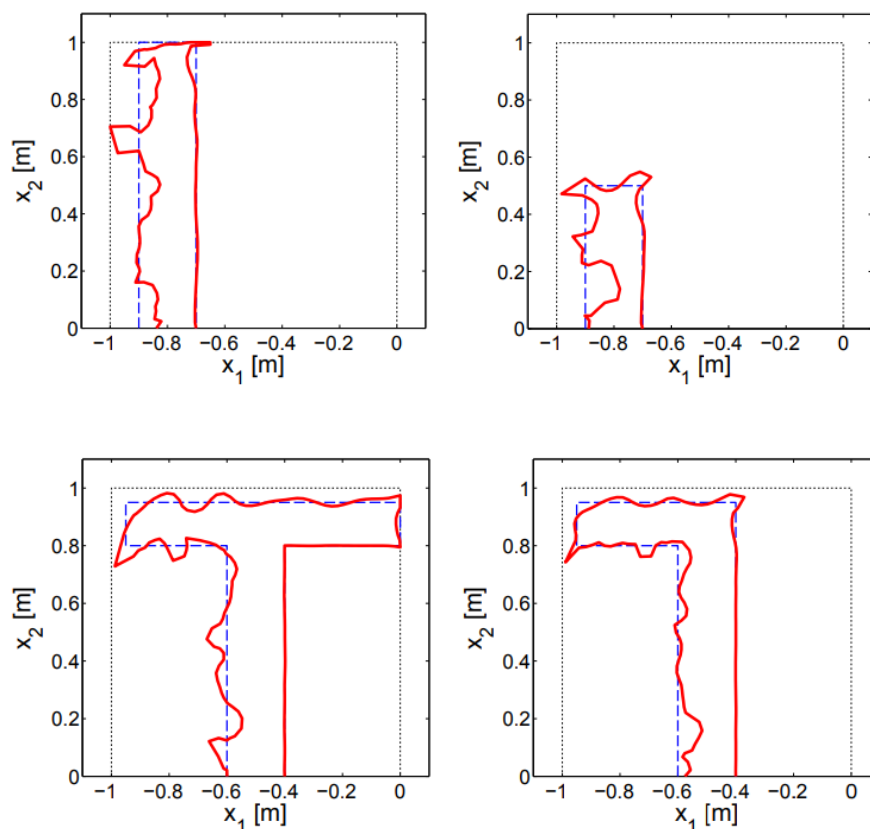


Рисунок 5. Примеры барьеров из метаматериала. *Jolibois A., Duhamel D., Sparrow V., Defrance J., Jean P.. Sensivity-based shape optimization of a rigid tramway low-height noise barrier.*

В работе [27] автор приходит к выводу, что традиционные формы барьеров (прямоугольные или в форме буквы Т) не являются достаточно эффективными.

1.6 Задача Лэмба

При моделировании волновых сейсмических процессов широко используется задача Лэмба – задача о воздействии сосредоточенной силы на однородное упругое полупространство со свободной границей. В плоском случае решена американским физиком У.Ю. Лэмбом (Lamb W.E., 1904 [36]). Эта задача относится к числу важнейших задач волновой сейсмологии.

Внешняя задача Лэмба рассматривает воздействие сосредоточенной силы,

меняющейся во времени, на границу на полупространства или полуплоскости.

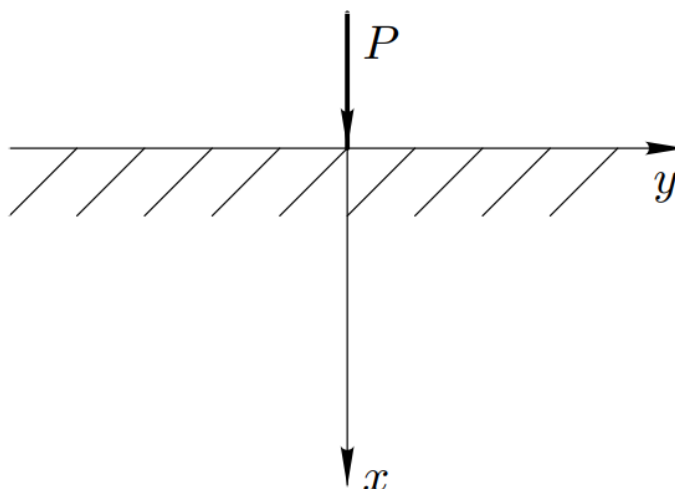


Рисунок 6. Трехмерная внешняя задача Лэмба.

Рассматриваем упругую изотропную полуплоскость со свободной границей.

Будем искать поле перемещений $\underline{u}(\underline{r}, t)$ на некотором расстоянии от источника сейсмической нагрузки - сосредоточенной силы P , приложенной на свободной поверхности к началу координатной оси в начальный момент времени вдоль оси x . Считаем, что ось y направлена вдоль границы полуплоскости, ось x направлена внутрь плоскости, зависимость от z не учитываем.

Для однородного упругого материала в декартовой системе координат уравнение распространения волн в полуплоскости описывается уравнением [30]:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \underline{u}(\underline{r}, t) = (\lambda + \mu) \nabla \operatorname{div} \underline{u}(\underline{r}, t) + \mu \operatorname{rot} \operatorname{rot} \underline{u}(\underline{r}, t) + \underline{P}(\underline{r}, t) \quad (14)$$

Где ρ – плотность, t – время, \underline{r} – радиус-вектор, λ, μ – параметры Ламе; ρ - плотность среды, \underline{P} - нагрузка.

На свободной границе компоненты xx и xu тензора напряжений равны нулю.

При линейно-упругом деформировании грунта начальное распределение напряжений не влияет на перемещения точек, поэтому начальные напряжения полупространства также равны нулю.

Тогда получаем систему начальных и граничных условий:

$$\begin{aligned}
 \underline{u}(0, x, y) &= 0 \\
 \dot{\underline{u}}(0, x, y) &= 0 \\
 \underline{t}_n(t, 0, y) &= \left(\lambda \operatorname{tr}(\underline{\varepsilon}) \underline{E} + 2\mu \underline{\varepsilon} \right) \cdot \underline{n} = \underline{P}(t, 0, y) \\
 \underline{t}(0, x, y) &= 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

1.7 Решение через функцию Грина

Рассмотрим решение через функцию Грина, предложенное в работе [37].

Мы рассмотрим случай, когда функция нагрузки локализована по времени и по пространству

$$\underline{P}(\underline{r}, t) = (P_1 \hat{x} + P_2 \hat{y} + P_3 \hat{z}) \delta(x - x') \delta(y - y') \delta(z - z') \delta(t - t') \tag{16}$$

Для такой задачи решение для смещения записывается через функцию Грина

$$\underline{u}(\underline{r}, t) = g_1(\underline{r}, t; \underline{x}', t') \hat{x} + g_2(\underline{r}, t; \underline{x}', t') \hat{y} + g_3(\underline{r}, t; \underline{x}', t') \hat{z} \tag{17}$$

Окончательное решение получается после применения преобразования Лапласа к уравнению распространения волны в упругом полупространстве, задания граничных условий и выполнения некоторых алгебраических преобразований. В результате получаем функцию Грина на поверхности полупространства [18],[37]:

$G(x, y, 0, t; 0, 0, 0, 0)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{((t/r)((t/r)^2 - \alpha^{-2})^{\frac{1}{2}}} H\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) \mathbb{R}[\eta_\alpha \sigma^{-1}((\frac{t}{r})^2 - \alpha^{-2} \\
 &- p^2)^{-\frac{1}{2}} \underline{M}(q, p, 0, t, 0)] \underline{P} dp \\
 &+ \frac{1}{\pi^2 \mu r} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{p^2} H(t - t_2) \mathbb{R}[\eta_\beta \sigma^{-1}((\frac{t}{r})^2 - \beta^{-2} \\
 &- p^2)^{-\frac{1}{2}} \underline{N}(q, p, 0, t, 0)] \underline{P} dp
 \end{aligned} \tag{18}$$

Если $S(t)$ – это функция зависимости приложенной силы от времени, то с помощью функции Грина перемещения можно представить как:

$$u(x, t) = G(x, t, x', t') * S(t) \tag{19}$$

1.8 Решение методом Каньяра

Метод Карьяра - это метод обращения интегральных преобразований, придуманный Каньяром в 1939 г [23].

Введем скорости продольных волн V_p , поперечных волн V_s и их отношение $v = V_p / V_s$ и время $\tau = V_p t$.

Тогда решение системы для смещения на границе $x=0$ в соответствии с [11]:

$$u_x(\tau, 0, y) = \begin{cases} -\frac{PV_p}{\pi\mu y} \frac{v^2\sqrt{s^2-1}(v^2-2s^2)^2}{(v^2-2s^2)^4-16s^4(1-s^2)(v^2-s^2)}, & 1 < s < v \\ -\delta \frac{PV_p}{\pi\mu y} \frac{v^2\sqrt{s^2-1}}{R(s)}, & v < s \end{cases}$$

$$u_y(\tau, 0, y) = \begin{cases} \frac{PV_p}{\pi\mu y} \frac{2sv^2(v^2-2s^2)\sqrt{(s^2-1)(v^2-s^2)}}{(v^2-2s^2)^4-16s^4(1-s^2)(v^2-s^2)}, & 1 < s < v \\ -\frac{PV_p}{\pi\mu y} \frac{v^2(v^2-2s^2)\pi\delta(s-s_R)}{2sR(s)}, & v < s \end{cases} \quad (20)$$

где $R(s) = (v^2 - 2s^2)^2 - 4s^2\sqrt{(s^2 - 1)(v^2 - s^2)}$.

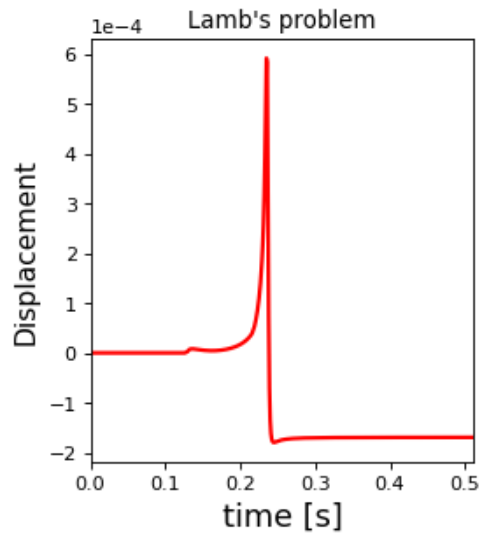


Рисунок 7. Вертикальные перемещения для внешней задачи Лэмба.

ГЛАВА 2. Создание модели в ANSYS Mechanical APDL

2.1 Конечно-элементная модель

Конечно-элементная модель взаимодействия поверхностных волн с сейсмическими барьерами сложной формы в плоской постановке была реализована в программном комплексе ANSYS Mechanical APDL [44].

Поскольку, согласно [41] диапазон частот землетрясений составляет 0.1-20 Гц, а согласно [16] диапазон частот от искусственных источников может составлять 2-63 Гц, то зададим силу с частотой 2 Гц. Чем выше частота, тем короче будет длина волны и тем менее глубокий нужен барьер. Для более низких частот глубина барьера будет слишком глубокой для постройки.

Для создания модели были выбраны 4-узловые линейные двухмерные элементы PLANE182.

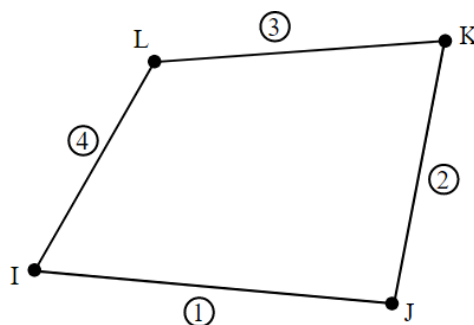


Рисунок 8. Элемент PLANE182.

Максимальный размер элемента выбирался с учетом минимальной длины волны Рэлея ($\lambda_{R \min}$) в грунте. В работе [45] рекомендуется выбирать максимальный размер элемента в численной модели не больше, чем

$$L_{max} \leq \frac{1}{4} \lambda_{R \min} \quad (21)$$

При этом минимальная длина волны Рэлея рассчитывается по формуле

$$\lambda_{R \min} = \frac{V_R}{f_{max}} \quad (22)$$

где V_R – скорость волны Рэлея, f_{max} – максимальная частота.

Для того, чтобы исключить численные ошибки будем рассматривать как изменение размера элемента повлияет на результаты расчёта.

На рисунке 9 представлены перемещения точки за барьером для задачи Лэмба для разных размеров элемента. Разница между максимальными значениями перемещений для отношения размера элемента к длине волны Рэлея 0.02 и 0.01 не превышает 4%, поэтому возьмем размер элемента с отношением 0.02, он будет достаточен для получения точного решения.

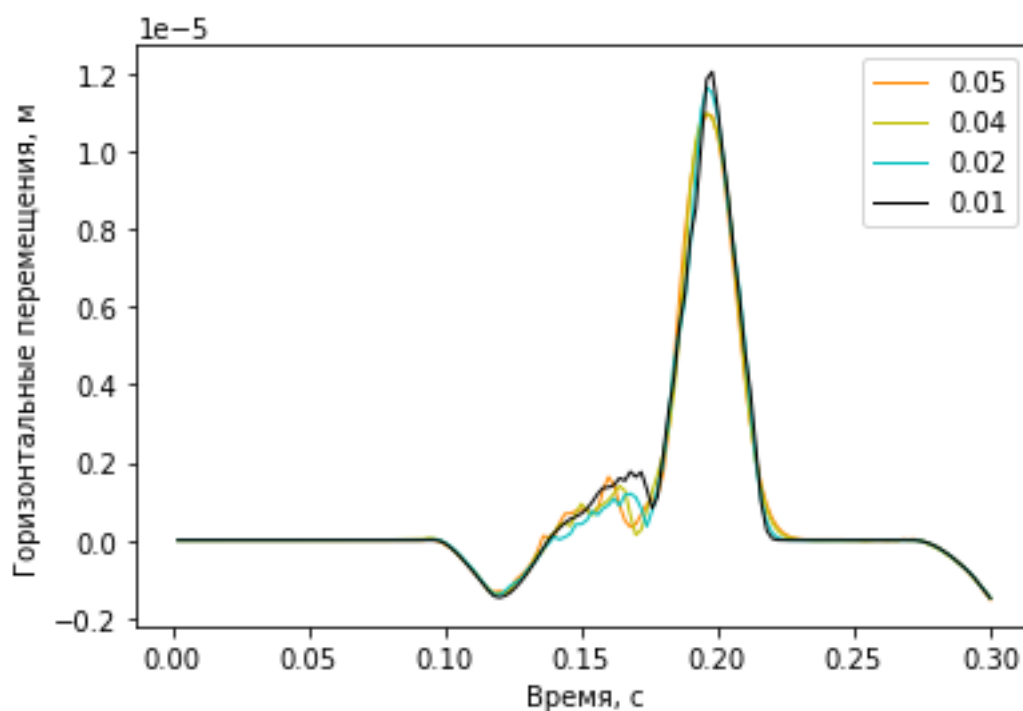


Рисунок 9. Горизонтальные перемещения без барьера для различных размеров элемента.

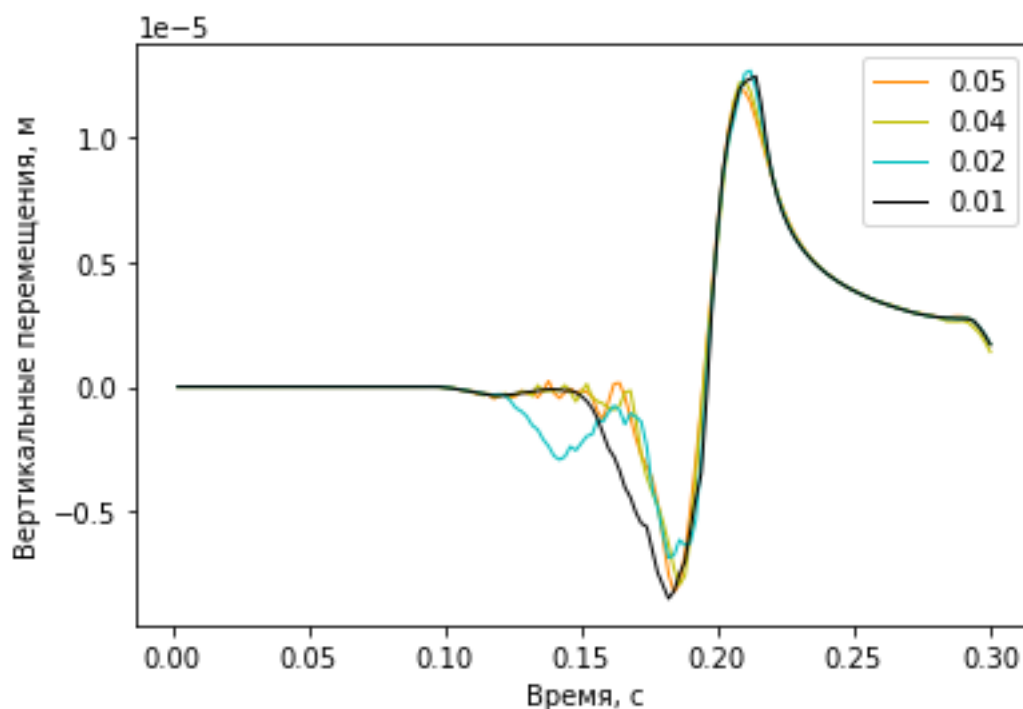


Рисунок 10. Вертикальные перемещения без барьера для различных размеров элемента.

Для того, чтобы явная разностная схема интегрирования была устойчивой при выборе шага по времени необходимо, чтобы выполнялось условие Куранта [7], требующее, чтобы распространение физического возмущения двигалось медленнее одного шага по пространству за один шаг по времени:

$$\Delta t = K_r \frac{\Delta h}{V_p} \quad (23)$$

где Δt – шаг по времени, K_r – число Куранта, Δh - размер элемента, V_p – скорость продольной волны.

Чтобы избежать воздействия отраженных от границ модели волн в работе [33] рекомендуется выбирать ширину (W) и высоту (L) расчетной области равными:

$$W = 2V_p T \quad (24)$$

$$L = V_p T \quad (25)$$

где T – общее рассматриваемое время.

Для уменьшения расчетной области вдоль вертикальной оси задано условие симметрии (см. рисунок 6). В точке, расположенной на свободной горизонтальной грани, на оси симметрии приложена сила в виде треугольной функции.

На расстоянии L от точки приложения силы расположен сейсмический барьер с высотой h и шириной w .

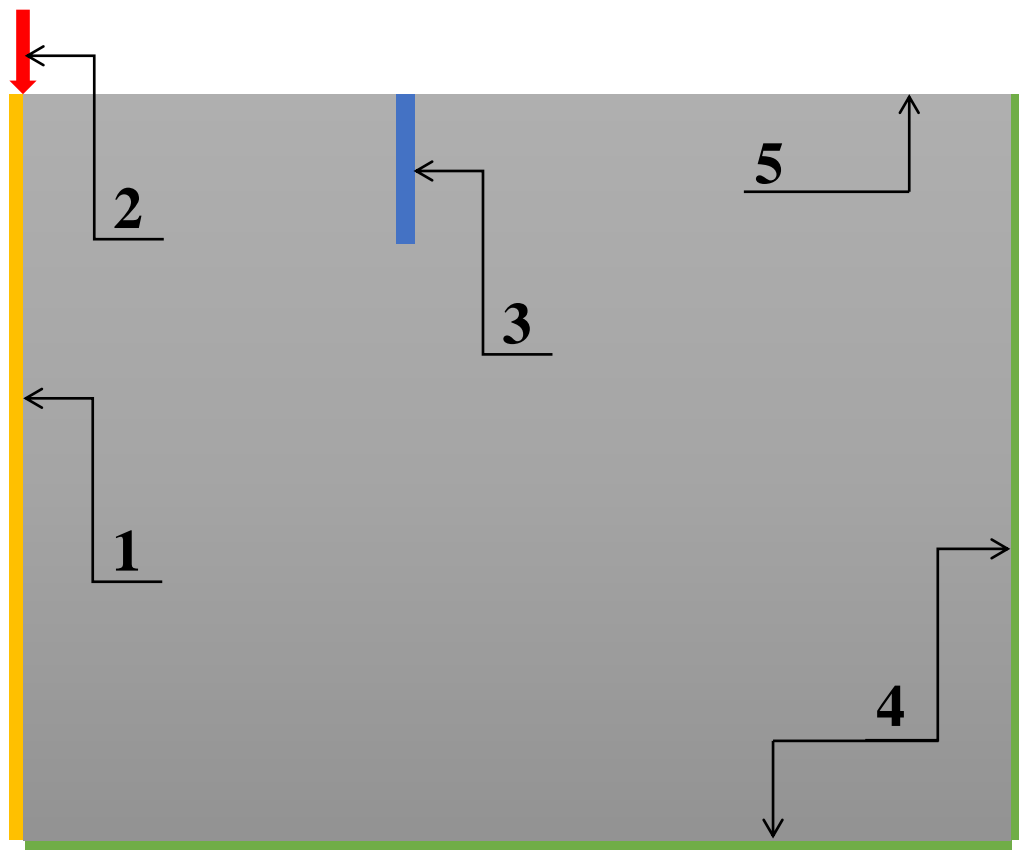


Рисунок 11. Геометрия задачи. 1.- Граничное условие симметрии; 2.- Точка приложения силы; 3.- Сейсмический барьер; 4.- Закрепленная граница; 5.- Свободная граница.

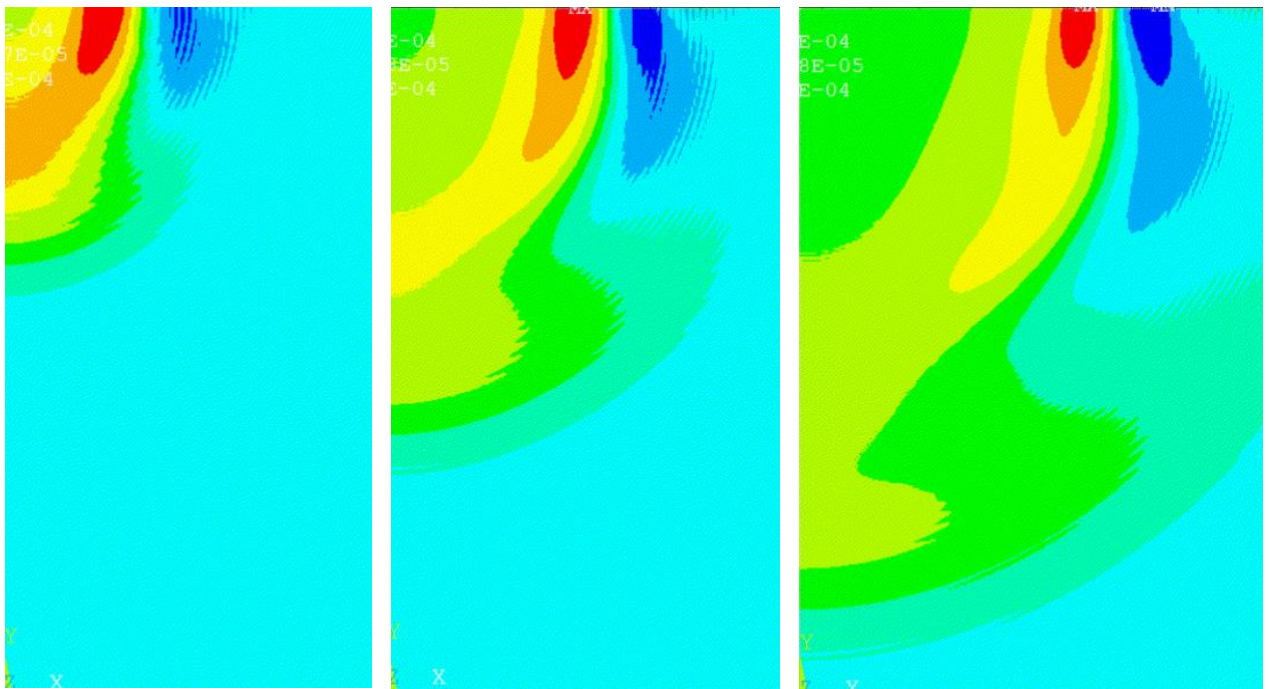


Рисунок 12. Вертикальные перемещения, распространяющиеся о симметричной границы.

Дальнейший этап работы включает верификацию численной модели и анализ влияния физико-механических свойств материала сейсмического барьера и его геометрически размеров на уменьшение перемещений в защищаемой зоне за барьером.

2.2 Верификация модели

Для получения корректного численного решения будем сравнивать его с фундаментальным аналитическим решением (20).

На графике ниже представлены аналитическое и численное решение задачи Лэмба. При их анализе можно увидеть, что в точке тела, удаленной на расстояние r от точки приложения нагрузки, материал не деформируется до момента прихода Р-волны, вызывающей скачкообразные перемещения. Далее прибывает S-волна. Пересечение Р-волны со свободной поверхностью полупространства вызывает волну Рэлея, которая оказывает наибольшее влияние. После прохождения рэлеевской волны устанавливается статическое распределение перемещений поверхности.

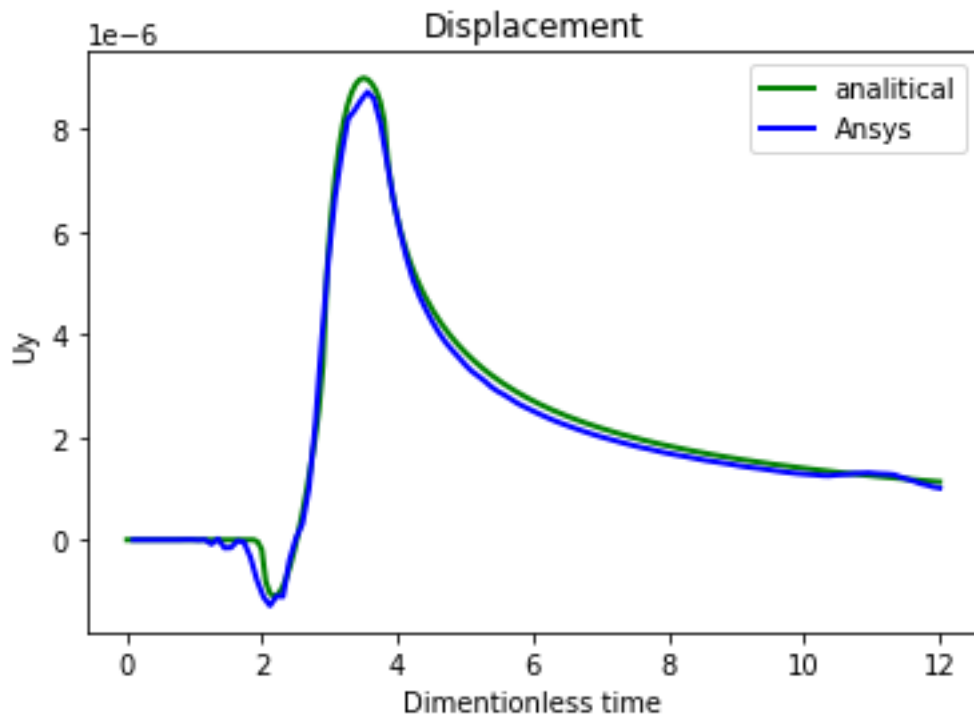


Рисунок 13. Аналитическое и численное решение для вертикальных перемещений.

Безразмерное время – время, за которое волна Рэлея проходит расстояние от точки приложения силы до точки снятия показаний.

Кроме того, сравним численное и аналитическое решения зависимости максимальной амплитуды вертикальных перемещений от расстояния до точки приложения нагрузок. На рисунке 13 можно видеть, что аналитическое и численное решение достаточно хорошо совпадают. Данное решение позволяет оценить размеры области, в которой значительно влияние объемных волн.

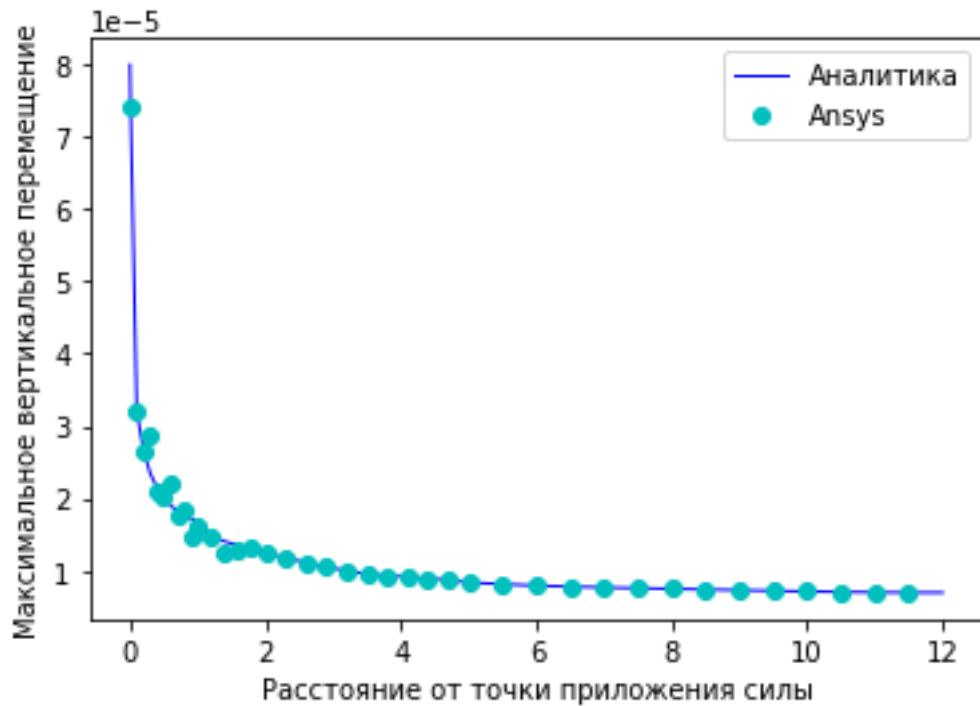


Рисунок 14. Сравнение аналитического и численного решения.

Для удобства дальнейшего анализа эффективности введем коэффициент уменьшения перемещений:

$$k = \frac{u_b}{u_0} \quad (26)$$

где u_b – перемещения точки в защищаемой зоне с установленным барьером, u_0 – перемещения точки в защищаемой зоне без установленного барьера.

2.3 Анализ физико-механических свойств барьера

После верификации модели рассмотрим влияние различных материалов на эффективность барьера.

Чтобы проанализировать влияние материала барьера на его эффективность будем варьировать плотность и модуль упругости барьера. На рисунке 15 представлена зависимость коэффициента уменьшения перемещений от безразмерных плотности и модуля упругости.

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0} \quad (27)$$

$$\tilde{E} = \frac{E}{E_0} \quad (28)$$

где ρ_0, E_0 – это плотность и модуль упругости грунта.

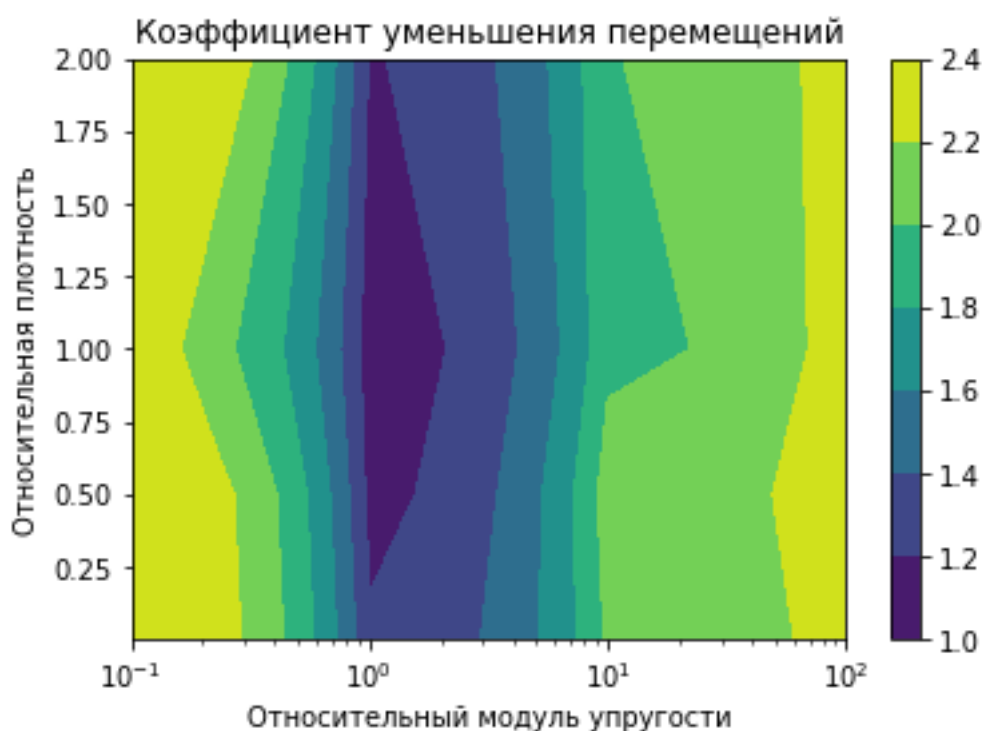


Рисунок 15. Изополе зависимости коэффициента уменьшения перемещений от относительной плотности и модуля упругости грунта.

Минимум коэффициента уменьшения перемещений наблюдается для $E = E_0$. Изополя демонстрируют, что значение коэффициента уменьшения перемещений k увеличивается как при уменьшении $\tilde{\rho}$ и \tilde{E} от 1 до 0, так и при увеличении $\tilde{\rho}$ и \tilde{E} от 1 до ∞ .

Из полученного графика можно сделать вывод, что для увеличения эффективности барьера нужно брать материалы, плотность и модуль упругости которых наиболее сильно отличны от характеристик грунта.

Не будем рассматривать материалы с высокой плотностью и низкой жесткостью и, наоборот, с низкой плотностью и высокой жесткостью, а также дорогие материалы, такие как свинец, сталь и т.д. Рассмотрим два материала: бетон – тяжелый и жесткий, и пенополитстерол – легкий и с низкой жесткостью, со следующими физико-механическими свойствами.

Таблица 1. Физико-механические свойства материалов.

	Плотность, кг/м ³	Модуль Юнга, МПа	Коэффициент Пуассона
Грунт	700	30	0.3
Геопена EPS29 (пенополистирол) [9]	28.8	16.5	0.1
Бетон	2300	30000	0.18

EPS (expandable polystyrene) или вспененный полистирол – это разновидность пенопласта, полученный путем вспенивания и спекания гранул вспенивающегося полистирола или его сополимеров [16].

2.4 Анализ геометрически параметров материала барьера

Кривые на рисунке 10 показывают зависимость коэффициента уменьшения перемещений от глубины, отнесенной к длине волны Рэлея.

$$\tilde{h} = \frac{h}{\lambda_R} \quad (29)$$

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что если глубина барьера увеличивается от 0 до высоты, равной длине рэлеевской волны величина коэффициента уменьшения перемещений значительно увеличивается как для бетона, так и для пенополистирола, следовательно, эффективность барьера тоже увеличивается, что соответствует результатам, представленным в работе [22]. При дальнейшем увеличении глубины барьера коэффициент уменьшения перемещений для бетона продолжает увеличиваться, но менее значительно, коэффициент уменьшения перемещений для пенополистирола практически перестает увеличиваться.

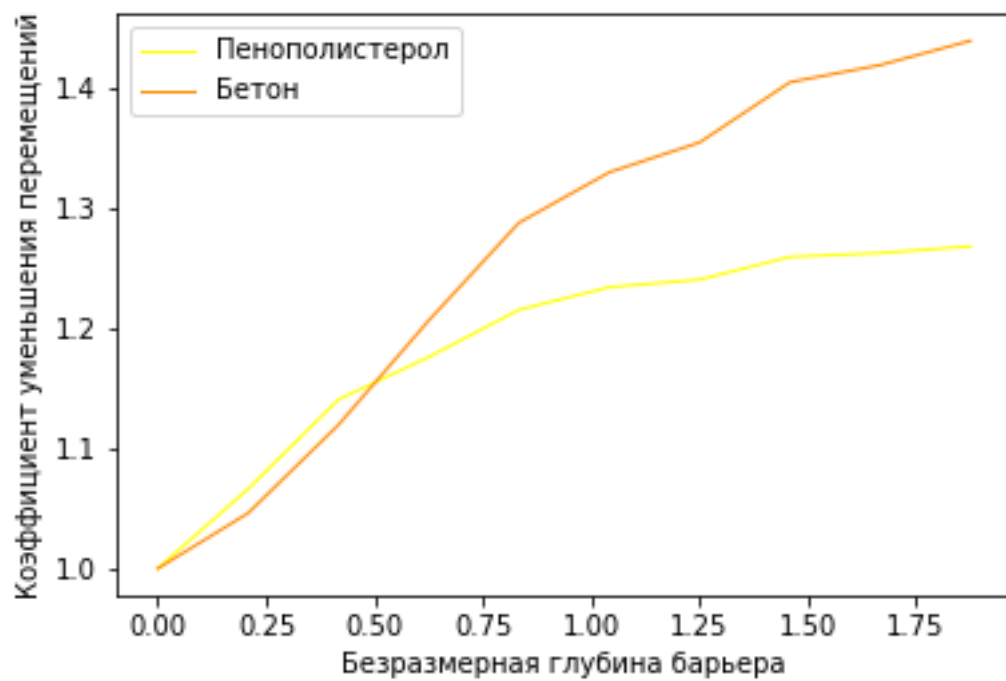


Рисунок 16. График зависимости коэффициента уменьшения перемещений от безразмерной глубины барьера.

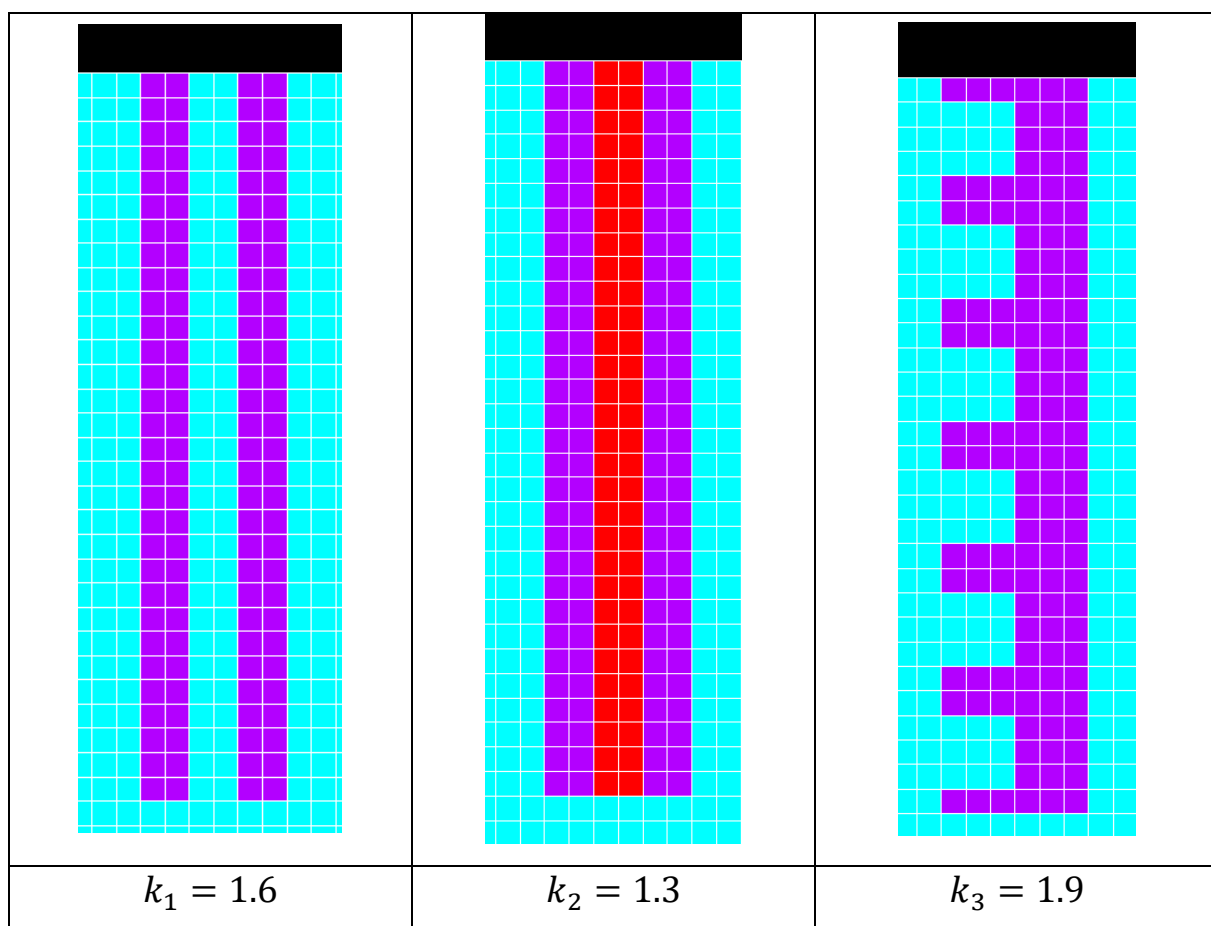
ГЛАВА 3. Моделирование взаимодействия сейсмических барьеров сложной формы с поверхностными волнами

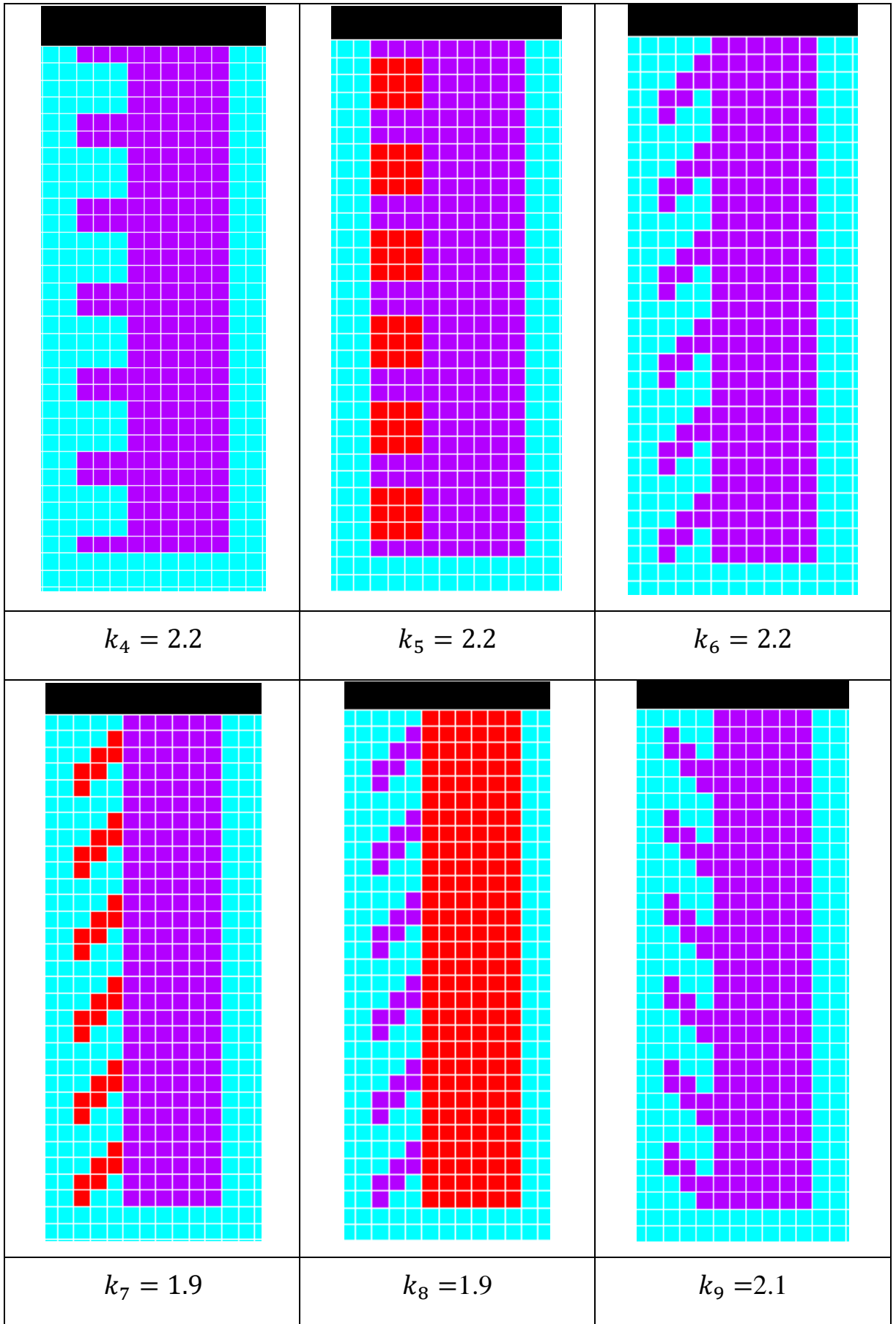
3.1 Сравнение сложных сейсмических барьеров

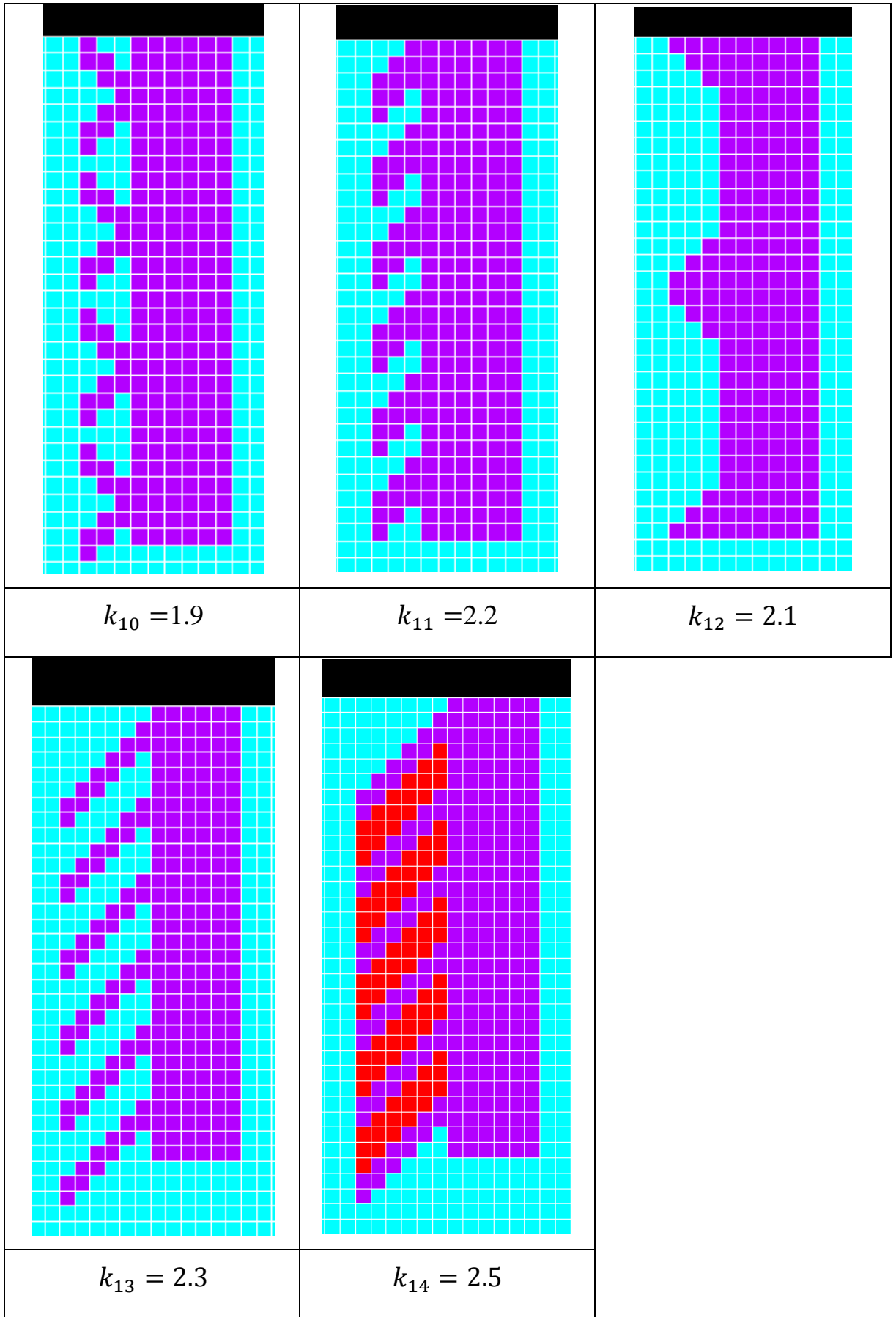
Рассмотрим влияние сложной геометрии на коэффициент уменьшения перемещений. В таблице ниже представлены различные формы барьеров, голубой цвет - грунт, фиолетовый – бетон, красный – пенополистерол.

Эффективность барьеров сравнивается через коэффициент уменьшения перемещений в защищаемой зоне $k = \frac{u_b}{u_0}$.

Таблица 2. Различные геометрические варианты барьеров и их коэффициенты уменьшения перемещений.







На рисунке 17 приведены временные зависимости амплитуды перемещений для точки на границе полупространства за барьером. Минимальная амплитуда перемещений наблюдается для барьера под номером 14.

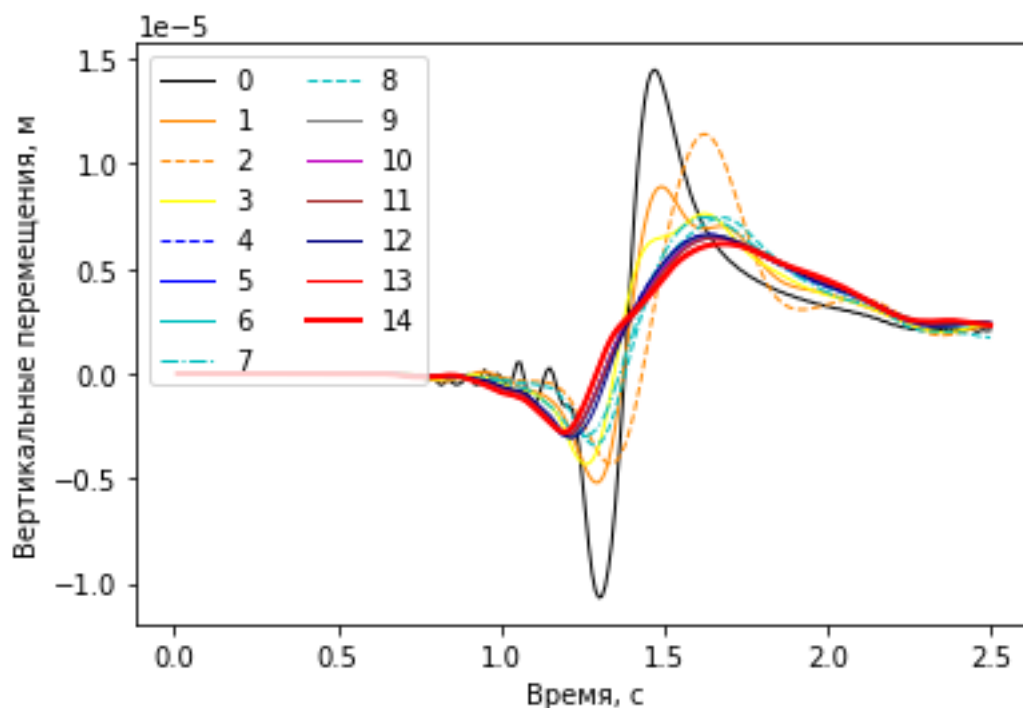


Рисунок 17. Вертикальные перемещения для разных барьеров (см. таблицу 2)

Результаты расчетов показали, что для увеличения эффективности барьера необходимо изменить форму барьера со стороны набегающих волн на более сложную, например, добавить выступы, позволяющие отражать и сдерживать часть энергии сейсмической волны.

3.2 Задание сейсмического воздействия

Чтобы проверить эффективность барьера для реального землетрясения, зададим сейсмическое воздействие с помощью акселерограммы. За основу возьмем землетрясение силой 6,6 баллов по шкале Рихтера, произошедшее в городе Койнагар, Индия в 1967 году [40].

Акселерограмма имеет временной интервал 10 с, она оцифрована с шагом 0.01 с.

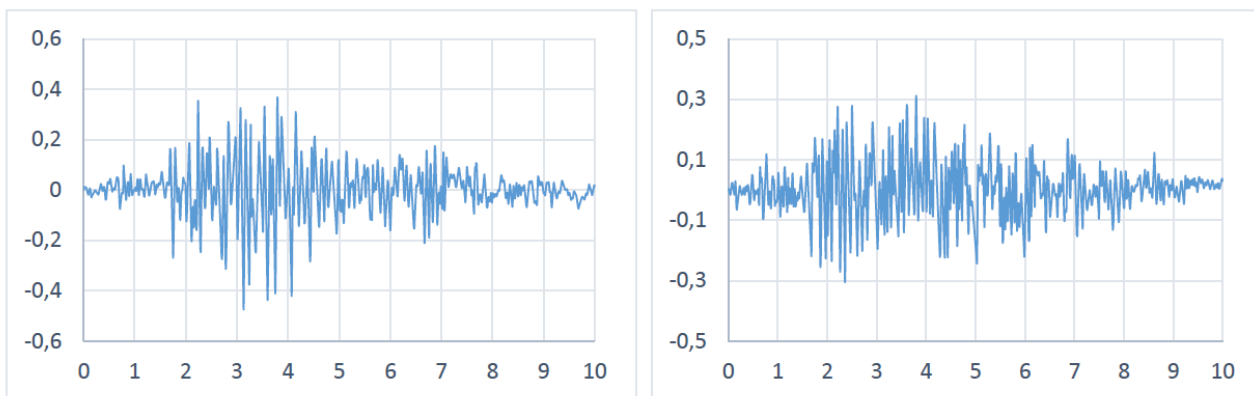


Рисунок 18. Акселерограмма. Горизонтальная и вертикальная компоненты ускорения (время – с, ускорение – м/с²). *Morrison P.W., Maley R.P., Brady G., Porcella R.L. Earthquake recordings on or near Dams*

Рассмотрим перемещения для модели без барьера и барьером со сложной геометрией, которые имел максимальный коэффициент уменьшения перемещений для модельной нагрузки.

Для заданного землетрясения коэффициент уменьшения перемещений составляет $k = 7.9$.

Коэффициент уменьшения перемещений для землетрясения оказался более чем в три раза выше, чем для модельной треугольной нагрузки. Этот результат показывает, что необходимы дальнейшие исследования влияния задаваемой нагрузки на эффективность сейсмически барьеров.

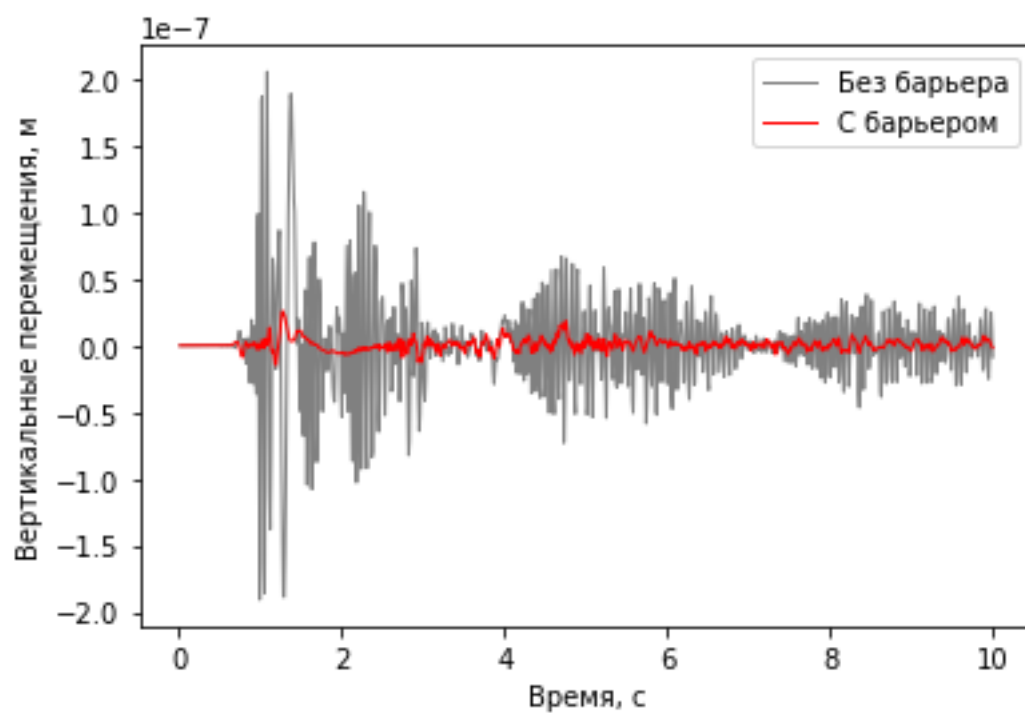


Рисунок 19. Вертикальные перемещения для случая без барьера и с барьером сложной формы

Заключение

Таким образом, в процессе выполнения выпускной квалификационной работы проанализировано взаимодействие поверхностных волн сейсмической природы с защитными барьерами с использованием плоской модели в упругой постановке.

Были получены коэффициенты уменьшений перемещений в зоне за барьером для различных свойств материала барьеров и их геометрической конфигурации, которые позволяют оценить эффективность барьеров. Использование сейсмических барьеров сложной формы позволяет значительно уменьшить перемещения в защищаемой зоне.

По итогам данной работы можно дать инженерные рекомендации по проектированию сейсмических барьеров.

Для дальнейшего рассмотрения можно поставить следующие вопросы:

- Рассмотрение пространственной модели;
- Сравнение линейно-упругой модели с моделью, учитывающей пластические свойства грунта;
- Анализ влияния изменения параметров нагрузки (амплитуды, частоты, длительности) на защитные свойства сейсмических барьеров.

Список использованной литературы

1. Аменадзе, Ю. А. Теория упругости: учебник для ун-тов / Ю. А. Аменадзе. – 3-е изд., доп. – М.: Высшая школа, 1976.
2. Бергман Л. Ультразвук и его применение в науке и технике. М.: Изд-во иностр. лит., 1957. С. 342, 344.
3. Викторов И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981
4. Викторов И.А., Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике, М., Наука, 1966.
5. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в тверды телах. Применение для обработки сигналов. М.: Наука. 1982. С. 194.
6. Кузнецов С.В., Нафасов А.Э. Горизонтальные сейсмические барьеры для защиты от сейсмических волн. Вестник МГСУ, 2010, т.2, вып.4, с. 131-134.
7. Курант Р., Фридрихс К. О., Леви Г. О разностных уравнениях математической физики //Успехи математических наук. – 1941. – №. 8
8. Ландау Л.Д., Лифшиц ЕМ. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 202 с.
9. Ляв А. Математическая теория упругости. М.; Л.: ОНТИ, 1935. 674 с.
10. Мусаев В.К. Математическое моделирование поверхностных волн напряжений в задаче Лэмба при воздействии в виде дельта функции // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 2-1. – С. 25-29;
11. Перегудов Д.В. Двумерная задача Лэмба. Метод Каньяра // Вычислительная сейсмология. 2000. Вып. 31. С. 120-137.
12. Терентьева Е. О. Задача Лэмба - Строительство: наука и образование. 2013. №3.
13. Хохлов Н. И., Петров И. Б. Моделирование сейсмических явлений сеточно-характеристическим методом - Труды МФТИ. 2011. №3.
14. Чан Ле Тхай, Тарлаковский Д.В. Осесимметричная задача Лемба для среды Коссера // Изв. Саратов. ун-та Нов. сер. Сер. Математика. Механика.

- Информатика; Izv. Saratov Univ. (N.S.), Ser. Math. Mech. Inform.. 2018. №4.
15. Шульман Г.С. К оценке надежности туннелей при сейсмическом воздействии // Вестник гражданских инженеров. – 2012. - №. 2. – С. 95-100.
 16. ГОСТ 56148-2014 «Изделия из пенополистирола ППС (EPS) теплоизоляционные, применяемые в строительстве. Технические условия». Вступил в силу 2015-01-01.
 17. СП 465.1325800.2019. Здания и сооружения. Защита от вибраций метрополитена. Вступил в силу 03.06.2020.
 18. Achenbach J.D. Wave Propagation in Elastic Solids. Amsterdam: North-Holland, 1973.
 19. Alzawi A., Hesham El Naggar M. Full scale experiment study on vibrating scattering using open and in-filled (GeoFoam) wave barriers. //Soil Dynamics and Earthquake Engineering. – 2011. –Т.31. –№. 3. – С. 306-317.
 20. ANSYS User’s Guide, Release 2020 R1 (ANSYS Inc., Pennsylvania, USA, 2020).
 21. Barkan D. D. Dynamics of bases and foundations. – 1960.
 22. Bratov V., Ilyashenko A., Morozov N., Rashidov T. (2019). Seismic barriers: theory and numerical simulations. E3S Web of Conferences, 97, 03005. doi:10.1051/e3sconf/20199703005
 23. Cagniard L. Reflexion et refraction des ondes seismiques progressives. Paris. 1939.
 24. Chadwick P., Smith G. D. Foundations of the theory of surface waves in anisotropic elastic materials //Advances in applied mechanics. – Elsevier, 1977. – Т. 17. – С. 303-376.
 25. Coulier P., Cuellar V., Degrande G., Lombaert G. Experimental and numerical evaluation of the efficiency of a stiff wave barrier in the soil. //Soil Dynamics and Earthquake Engineering. –2015. – Т. 77. –С. 238-253. DOI: 10.7712/120115.3380.765

26. Djeran-Maigre I., Kuznetsov S. V. A new principle for protection from seismic waves.
27. Duhamel D. (2006). Shape optimization of noise barriers using genetic algorithms. *Journal of Sound and Vibration*, 297(1-2), 432–443. doi:10.1016/j.jsv.2006.04.004
28. Ishizuka T., Fujiwara K. (2004). Performance of noise barriers with various edge shapes and acoustical conditions. *Applied Acoustics*, 65(2), 125–141. doi:10.1016/j.apacoust.2003.08.006
29. Jolibois A., Duhamel D., Sparrow V., Defrance J., Jean P. (2013). Sensivity-based shape optimization of a rigid tramway low-height noise barrier.
30. Kausel E. 2013 Lamb's problem at its simplest. *Proc. R. Soc. A* 469, 20120462.
31. Kim S. H., Das M. P. Artificial seismic shadow zone by acoustic metamaterials. // *Modern Physics Letters B*. – 2013. – T. 27. – №. 20. – C. 1350140.
32. Kim S.-H., Das M. P. (2012). Seismic waveguide of metamaterials. *Modern Physics Letters B*, 26(17), 1250105. doi:10.1142/s0217984912501059
33. Kravtsov A., Kuznetsov S., Sekerzh-Zen'kovich S. Y. Finite element models in lamb's problem. *Mechanics of solids*, 46(6):952_959, 2011.
34. Kuznetsov S. V. Seismic waves and seismic barriers // *Acoustical Physics*. – 2011. – T. 57. – №. 3. – C. 420-426.
35. Kuznetsov S.V., Morozov N.F., Bratov V.A., Ilyashenko A.V. Seismic barriers filled with granular metamaterials: Mathematical models for granular metamaterials. *Journal of Physics: Conference Series*, издательство IOP Publishing ([Bristol, UK], England), 2021. том 1787, с. 1-8
36. Lamb H. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid // *Phil. Trans. Roy. Soc. Ser. A. London*. 1904. V. 203. № 359. P. 1-44.
37. Lane R. Johnson - Green's Function for Lamb's Problem, 1974
38. Li T., Su Q., Kaewunruen S. Seismic metamaterial barriers for ground vibration mitigation in railways considering the train-track-soil dynamic

- interactions. (2020) *Construction and Building Materials*, 260(), 119936
doi:10.1016/j.conbuildmat.2020.119936
39. Lu C., Chen L., Chen H. Shape optimization of acoustic barriers based on subdivision surfaces BEM. (2021) *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 9. 108-116. 10.2495/CMEM-V9-N2-108-116.
 40. Morrison P.W., Maley R.P., Brady G., Porcella R.L. (1977). *Earthquake recordings on or near Dams*.
 41. Semblat J. F., Pecker A. *Waves and vibrations in soils: earthquakes, traffic, shocks, construction works*. – 2009.
 42. Stoneley R. Elastic waves at the surface of separation of two solids. – *Proc. Roy. Soc. London A*, 1924, 106, p. 416-429.
 43. Toledo R., Aznárez J. J., Greiner D., Maeso O. (2017). A methodology for the multi-objective shape optimization of thin noise barriers. *Applied Mathematical Modelling*, 50, 656–675. doi:10.1016/j.apm.2017.06.020
 44. Zarnani S., Bathurst R. J. (2009). Numerical parametric study of expanded polystyrene (EPS) geofom seismic buffers. *Canadian Geotechnical Journal*, 46(3), 318–338. doi:10.1139/t08-128.
 45. Zerwer A, Cascante G, Hutchinson J. Parameter estimation in finite element simulations of Rayleigh waves. *J Geotech Geoenviron Eng* 2002;250:250–61.