

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт

Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите

Директор ВШТМиМФ,

Д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН

\_\_\_\_\_ А.М. Кривцов

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г.

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА**

### **Определение прочности железобетонных элементов конструкции сложной формы**

по направлению подготовки

01.03.03 «Механика и математическое моделирование»

Направленность

01.03.03\_02 «Биомеханика и медицинская инженерия»

Выполнил

Студент гр. 5030103/00201

Е.М. Похожаева

Руководитель

Доцент ВШТМиМФ,

к.ф.-м.н.

Е.Ю. Витохин

Санкт-Петербург

2024

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**  
**Физико-механический институт**  
**Высшая школа теоретической механики и математической физики**

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

А. М. Кривцов

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ЗАДАНИЕ**

**на выполнение выпускной квалификационной работы**

студенту Похожаевой Екатерине Михайловне, гр. 5030103/00201

1. Тема работы: Определение прочности железобетонных элементов конструкции сложной формы
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 10.06.2024
3. Исходные данные по работе: справочные материалы, конечно-элементный пакет Abaqus
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): создание конечно-элементной модели бетонной плиты для определения напряжений, разработка программы на языке Python для вычисления усилий и моментов, а также армирования
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): геометрические параметры плиты, поля напряжений, полученные в конечно-элементном пакете Abaqus, графики результатов, полученные при помощи программы Python
6. Консультанты по работе: не предусмотрено
7. Дата выдачи задания 28.02.2024

Руководитель ВКР \_\_\_\_\_ Е. Ю. Витохин, доцент ВШТМиМФ, к.ф.-м.н.

Задание принял к исполнению 28.02.2024

Студент \_\_\_\_\_ Е. М. Похожаева

## **РЕФЕРАТ**

На 33 с., 39 рисунков, 6 таблиц.

**АРМИРОВАНИЕ, ПЛИТЫ ПЕРЕКРЫТИЙ, РАСЧЁТ УСИЛИЙ И МОМЕНТОВ, ЖЕЛЕЗОБЕТОН, ABAQUS**

В данной работе с помощью конечно-элементного пакета ABAQUS были смоделированы три вида плит перекрытий: сплошная плита перекрытий и две пустотные плиты перекрытий ПКК1 и ПК-8-58.12. Реализована программа на языке Python для определения усилий и моментов, а также подбора армирования для плит перекрытий. Получены результаты расчётов усилий и моментов и подбора армирования для каждой плиты перекрытия. Были сделаны выводы о преимуществах каждой плиты на основе полученных результатов.

## **THE ABSTRACT**

33 pages, 39 pictures, 6 tables.

**REINFORCEMENT, FLOOR SLABS, CALCULATION OF FORCES AND MOMENTS, REINFORCED CONCRETE, ABAQUS**

In this work, using the finite element package ABAQUS, three types of floor slabs were modeled: a solid floor slab and two hollow floor slabs PCK1 and PK-8-58.12. A Python program has been implemented to determine forces and moments, as well as the selection of reinforcement for floor slabs. The results of calculations of forces and moments and the selection of reinforcement for each floor slab are obtained. Conclusions were drawn about the advantages of each plate based on the results obtained.

## СОДЕРЖАНИЕ

|   |    |
|---|----|
| ВВЕДЕНИЕ.....   | 5  |
| ГЛАВА 1. ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР.....  | 7  |
| ГЛАВА 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ .....                                       | 10 |
| 2.1. Методика расчёта усилий и моментов .....                               | 10 |
| 2.2. Подбор армирования .....   | 12 |
| 2.2.1. Общие положения.....   | 12 |
| 2.2.2. Расчет по прочности нормальных сечений по предельным<br>усилиям..... | 12 |
| 2.2.3. Расчет изгибаемых элементов .....                                    | 13 |
| 2.2.4. Расчет внецентренно сжатых элементов.....                            | 14 |
| 2.2.5. Расчет внецентренно растянутых элементов.....                        | 16 |
| ГЛАВА 3. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ.....  | 18 |
| 3.1. Общая постановка задачи .....  | 18 |
| 3.2. Подбор армирования для сплошной плиты перекрытий.....                  | 18 |
| 3.3. Проверка полученных результатов путём моделирования оболочки...        | 24 |
| 3.4. Подбор армирования для пустотной плиты перекрытий ПКК1 .....           | 27 |
| 3.5. Подбор армирования для пустотной плиты перекрытий ПК-8-58.12...        | 32 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....  | 37 |
| СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....                                      | 38 |

## ВВЕДЕНИЕ

Плиты перекрытий – это железобетонные изделия, предназначенные для сооружения горизонтальных несущих конструкций в зданиях разного назначения. Они выступают в качестве чердачных или межэтажных перегородок, разделяя внутреннее пространство здания на отдельные зоны. Плиты перекрытий совместно с балками и колоннами образуют жесткий каркас здания, обеспечивая его устойчивость к ветровым и снеговым нагрузкам. Также внутри плит перекрытий можно прокладывать различные инженерные коммуникации, такие как трубы водоснабжения, канализации, электропроводка и так далее. Современное строительство использует плиты перекрытий в самых разных зданиях – от индивидуальных до промышленных, независимо от этажности.

Плиты перекрытий [5] играют ключевую роль в обеспечении прочности и надежности конструкции, а правильный выбор арматуры влияет на их долговечность и устойчивость к различным нагрузкам. Армирование — это процесс добавления металлических элементов в строительные материалы для улучшения их механических свойств. Оно может быть выполнено из различных материалов, например, из волокнистых материалов или комбинированных систем. Армирование [4] позволяет значительно увеличить прочность и несущую способность строительных конструкций, особенно при растяжении и изгибе.

Оптимальный подбор армирования для плит перекрытий требует учета нескольких факторов, таких как тип и назначение здания, расчетные нагрузки, условия эксплуатации, а также требования к противопожарной безопасности. Неправильный выбор арматуры может привести к недостаточной прочности конструкции, появлению трещин, провисанию плит и другим проблемам, которые могут повлечь за собой серьезные последствия.

В рамках дипломной работы были смоделированы три вида плит перекрытий: сплошная, пустотная ПКК1 [11] и пустотная ПК-8-58.12 [7]. Для каждой плиты перекрытий был задан материал и его свойства, такие как модуль Юнга, плотность и коэффициент Пуассона. Далее в конечно-элементном пакете Abaqus были шарнирно закреплены и нагружены плиты перекрытий для того, чтобы получить значения напряжений в них. Затем для расчёта армирования была реализована программа, которая считает армирование в каждом узле сетки плиты по значениям усилий и моментов в нём. Также был реализован алгоритм для проверки правильности подбора армирования. Все полученные результаты были отображены в ParaView.

## ГЛАВА 1. ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Плиты перекрытий представляют собой конструкцию, состоящую из разнообразных материалов, предназначенную для перекрытия между этажами здания. Они выполняют ряд важных функций:

- **Обеспечение герметичности:** плиты перекрытий должны быть герметичными, чтобы не пропускать воздух, влагу и другие негативные факторы внутрь здания.
- **Установка систем освещения и вентиляции:** на плиты перекрытий можно устанавливать системы освещения и вентиляции.
- **Возможность настройки:** плиты перекрытий можно настраивать под различные параметры, такие как высота потолка, расстояние между стенами и другие факторы.
- **Обеспечение необходимой прочности и устойчивости здания:** плита перекрытия должна обладать высокой прочностью и устойчивостью к различным видам нагрузок, включая как статические, так и динамические.

В строительстве широко применяются плиты перекрытий различных видов, каждый из которых обладает своими особенностями и предназначением. Со всеми типами плит перекрытий можно ознакомиться на рис. 1.1. Каждый тип плит перекрытий имеет свои преимущества и области применения, и выбор конкретного типа зависит от требований к конструкции, условий строительства и функциональных характеристик здания.

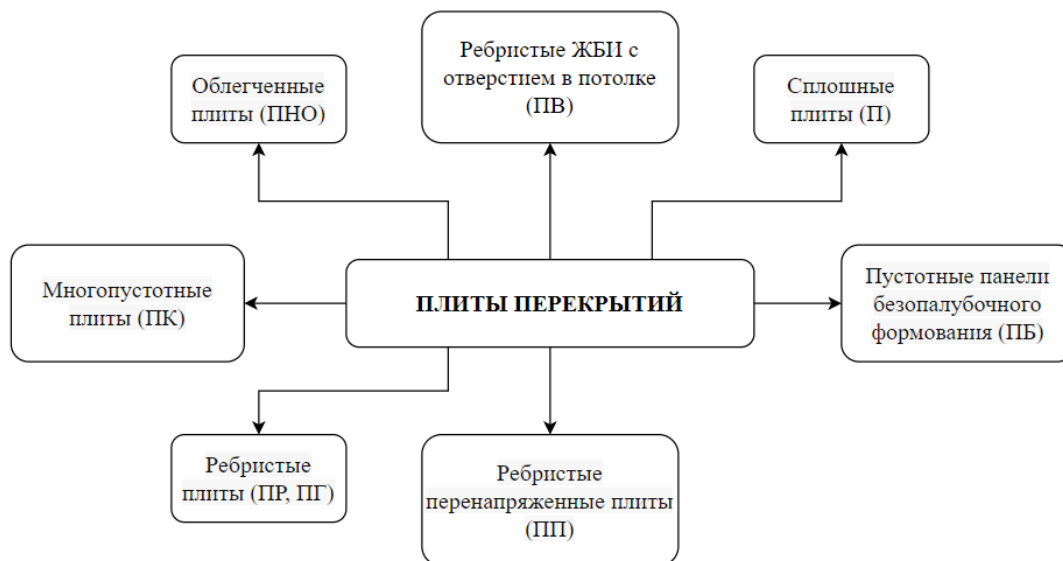


Рисунок 1.1. Виды плит перекрытий.

Например, сплошные плиты (П) часто используются в многоэтажных зданиях, где требуется высокая несущая способность и огнестойкость. С другой стороны, многопустотные плиты (ПК) [6] предлагают преимущество в виде уменьшения веса конструкции, что позволяет снизить нагрузку на фундамент и улучшить теплоизоляцию здания. Но и у них есть свои недостатки, такие как сложность в производстве и меньшая несущая способность, поэтому используются в основном в малоэтажных зданиях.

Сплошные плиты (П) и многопустотные плиты (ПК) перекрытий - основные виды плит, которые используются в строительстве жилых и общественных зданий. Руководствуясь этим, было принято решение смоделировать сплошную плиту (П) и две многопустотных (ПК), так как они имеют множественную вариацию исполнения.

Области применения, преимущества и недостатки для остальных типов плит перекрытий приведены в таблице 1.



Таблица 1

Особенности и области применений остальных плит перекрытий

| <b>Наименование</b>                              | <b>Применение</b>                   | <b>Преимущества</b>  | <b>Недостатки</b>   |
|--|-------------------------------------|--|---|
| Облегченные плиты (ПНО)                          | Межэтажные перекрытия               | Сниженный вес, хорошая несущая способность                       | Ограниченные размеры, требуют дополнительной арматуры           |
| Пустотные панели безопалубочного формования (ПБ) | Крыши, межэтажные перекрытия        | Гладкая поверхность, хорошая несущая способность                 | Ограниченные размеры, требуют специальной технологии формования |
| Ребристые плиты (ПР, ПГ)                         | Кровли, другие конструкции          | Жесткость за счет ребер, хорошая несущая способность             | Сложнее в производстве, ограниченные размеры                    |
| Ребристые перенапряженные плиты (ПП)             | Большие пролеты                     | Высокая несущая способность, меньший вес                         | Требуют предварительного напряжения арматуры, сложнее в монтаже |
| Ребристые ЖБИ с отверстиями в потолке (ПВ)       | Позволяют прокладывать коммуникации | Удобство для прокладки коммуникаций, хорошая несущая способность | Ограниченные размеры, сложнее в производстве                    |

## ГЛАВА 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

### 2.1. Методика расчёта усилий и моментов

В области строительного проектирования для моделирования плит перекрытий используются оболочечные элементы, благодаря чему популярные программы конечных элементов могут автоматически рассчитывать внутренние усилия и изгибающие моменты. Однако, когда дело доходит до моделирования более сложных форм плит или толстых конструкций, таких как фундаментные плиты, применение оболочечных элементов становится невозможным. В таких случаях необходим переход к трехмерному моделированию. Несмотря на это, в трехмерных моделях возникают трудности с вычислением усилий и моментов, что требует разработки специализированного программного обеспечения. Для этого необходимо реализовать код на Python, который будет выполнять эти расчеты и записывать результаты в файл формата VTK [15] для последующей визуализации в программе ParaView.

#### 1. Вычисление усилий.

В расчете статики плит перекрытий важной задачей является определение усилий, действующих на плиту. Усилия – это интеграл напряжений по толщине плиты.

$$N = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma(x) dx$$

где  $\sigma(z)$  - напряжение в точке  $x$ ,  $h$  – толщина плиты.

Для вычисления интеграла будем использовать метод трапеций [3]. Метод трапеций — это один из методов численного интегрирования, который основан на аппроксимации функции с помощью трапеций. Формула метода трапеций выражается следующим образом:

$$\int_a^b f(x)dx = \sum_{j=1}^N \frac{f(x_j) + f(x_{j-1})}{2} h$$

где  $a$  и  $b$  – границы интегрирования,  $f(x)$  – функция, которую необходимо интегрировать,  $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$  – точки, которые необходимы для аппроксимации функции.

Так как сетка неравномерная, то на каждой итерации интегрирования будем определять шаг между конкретными двумя узлами. Тогда формула усилий примет следующий вид:

$$N = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma(x)dx = \sum_{j=1}^N \frac{\sigma(x_j) + \sigma(x_{j-1})}{2} h_j$$

где  $\sigma(x)$  – напряжение в точке  $x$ ,  $h_j$  – шаг по  $x$  для текущей итерации,  $h$  – толщина плиты.

## 2. Вычисление моментов.

В расчете статики плитового перекрытий ещё одной важной задачей является определение моментов, действующих на плиту. Моменты – интеграл напряжений на плечо (считается от середины сечения) по толщине плиты.

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma(x)x dx$$

где  $\sigma(z)$  – напряжение в точке  $x$ ,  $x$  – расстояние от середины сечения,  $h$  – толщина плиты.

Как и в случае с усилиями интеграл будем считать методом трапеций. Тогда формула моментов примет следующий вид:

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma(x)l(x)dx = \sum_{j=1}^N \frac{\sigma(x_j)x_j + \sigma(x_{j-1})x_{j-1}}{2} h_j \quad \square$$

где  $\sigma(z)$  – напряжение в точке  $x$ ,  $x$  – расстояние от середины сечения,  $h_j$  – шаг по  $x$  для текущей итерации,  $h$  – толщина плиты.

## **2.2. Подбор армирования**

При расчете прочности железобетонных конструкций учитываются различные типы нагрузок, включая изгиб, продольное напряжение, сдвиг, кручение и локальное воздействие, такое как сжатие и продавливание в определенных точках.

### **2.2.1. Общие положения**

При оценке прочности железобетонных конструкций, подверженных воздействию изгибающих моментов и продольных сил (сжимающих или растягивающих), необходимо выполнять расчеты для сечений, которые находятся в перпендикулярном положении к продольной оси конструкции. Для этого применяется модель, учитывающая нелинейное поведение материала [10] и максимальные нагрузки, которые могут возникнуть. Этот подход применим к конструкциям с разнообразными формами сечений и армированием в специфических зонах [8]. В случаях, когда конструкции испытывают внецентренное сжатие [9], важно учесть возможное уменьшение их прочности из-за дополнительного изгиба. При высоком риске трещинообразования объем армирования рекомендуется увеличить минимум на 15%. Все расчеты армирования должны соответствовать требованиям СП 63 [13], которые регламентируют параметры армирования железобетонных конструкций в России, обеспечивая их надежность и долговечность.

### **2.2.2. Расчет по прочности нормальных сечений по предельным усилиям**

Чтобы вычислить предельные напряжения в поперечном сечении элемента, необходимо учесть следующее:

- бетон не воспринимает растягивающие нагрузки

- сжимающее сопротивление бетона представлено равномерно распределёнными напряжениями  $R_b$ , где  $R_b$  – это расчётное сопротивление бетона при сжатии
- деформации стальной арматуры коррелируют с высотой сжатой зоны бетона
- напряжения в арматуре, работающей на растяжение, не должны превышать расчётное сопротивление стальной арматуры на растяжение  $R_s$
- напряжения в арматуре, работающей на сжатие, не должны превышать расчётное сопротивление на сжатие  $R_{sc}$

Прочность нормальных сечений следует рассчитывать, исходя из соотношения между фактической относительной высотой сжатой зоны бетона  $\xi = \frac{x}{h_0}$  и граничной относительной высотой  $\xi_R$ , при которой в растянутой арматуре достигается напряжение, равное  $R_s$ .

Значение  $\xi_R$  определяется по формуле:

$$\xi_R = \frac{x_R}{h_0} = \frac{0.8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}}$$

где  $\varepsilon_{b2}$  – относительная деформация сжатого бетона при напряжениях, равных  $R_b$ ,  $\varepsilon_{s,el}$  – относительная деформация растянутой арматуры при напряжениях, равных  $R_s$ , определяемая по формуле:

$$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s}$$

где  $E_s$  – модуль упругости арматуры

### 2.2.3. Расчет изгибаемых элементов

Прочность сечений изгибаемых элементов определяют, убедившись, что изгибающий момент от внешней нагрузки  $M$  не превышает предельный

изгибающий момент  $M_{ult}$ , который может быть воспринят сечением элемента.

Для элементов с прямоугольным сечением значение  $M_{ult}$  при  $\xi = \frac{x}{h_0} \leq \xi_R$  рассчитывают формуле:

$$M_{ult} = R_b b x (h_0 - 0.5x) + R_{sc} A'_s (h_0 - a')$$

где  $b$  – ширина сечения,  $h_0$  – полезная высота,  $a'$  – толщина защитного слоя,  $A'_s$  – площадь арматуры для верхнего слоя,  $x$  – высота сжатой зоны (рис. 2.1), определяемая по формуле:

$$x = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s}{R_b b}$$

где  $A'_s$  и  $A_s$  – площадь арматуры для верхнего и нижнего слоя соответственно

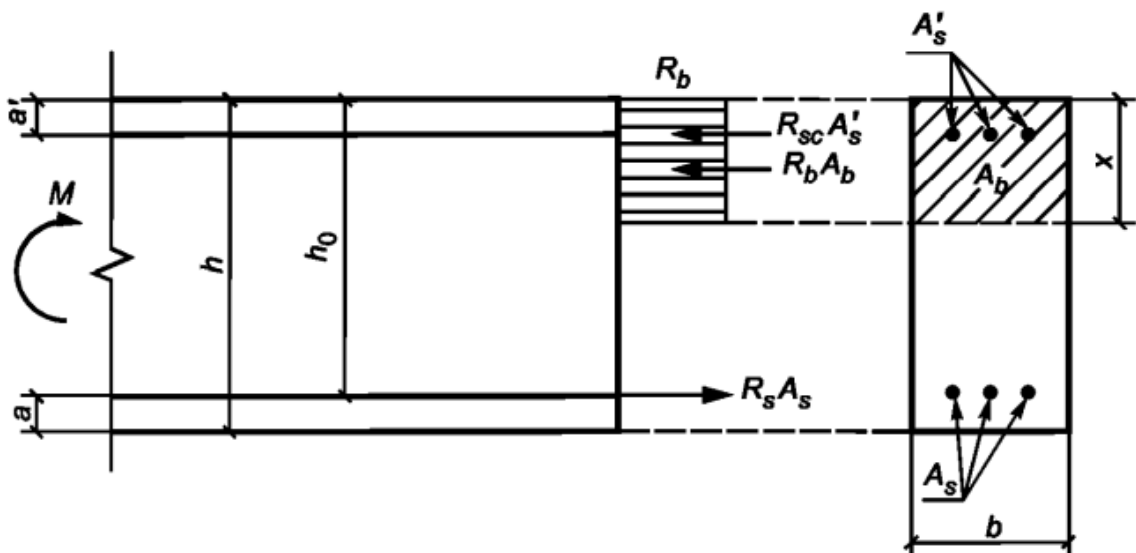


Рисунок 2.1. Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси изгибаемого железобетонного элемента, при его расчёте по прочности.

#### 2.2.4. Расчет внецентренно сжатых элементов

Для расчета прочности элементов с прямоугольными сечениями, которые подвергаются внецентренному сжатию, используют следующее условие:

$$Ne \leq R_b b x (h_0 - 0.5x) + R_{sc} A'_s (h_0 - a')$$

где  $N$  – продольная сила от внешней нагрузки,  $e$  – расстояние от точки приложения продольной силы  $N$  до центра тяжести сечения растянутой или

наименее сжатой (при полностью сжатом сечении элемента) арматуры, равное:

$$e = e_0\eta + \frac{h_0 - a'}{2}$$

где  $\eta$  – коэффициент, учитывающий влияние продольного изгиба (прогиба) элемента на его несущую способность,  $e_0$  – начальный эксцентриситет приложения продольной силы

В таком случае высоту сжатой зоны  $x$  определяют:

- при  $\xi = \frac{x}{h_0} \leq \xi_R$  (рис. 2.2) по формуле:

$$x = \frac{N + R_s A_s - R_{sc} A'_s}{R_b b}$$

- при  $\xi = \frac{x}{h_0} > \xi_R$  по формуле:

$$x = \frac{N + \frac{R_s A_s (1 + \xi_R)}{1 - \xi_R} - R_{sc} A'_s}{R_b b + \frac{2R_s A_s}{h_0(1 - \xi_R)}}$$

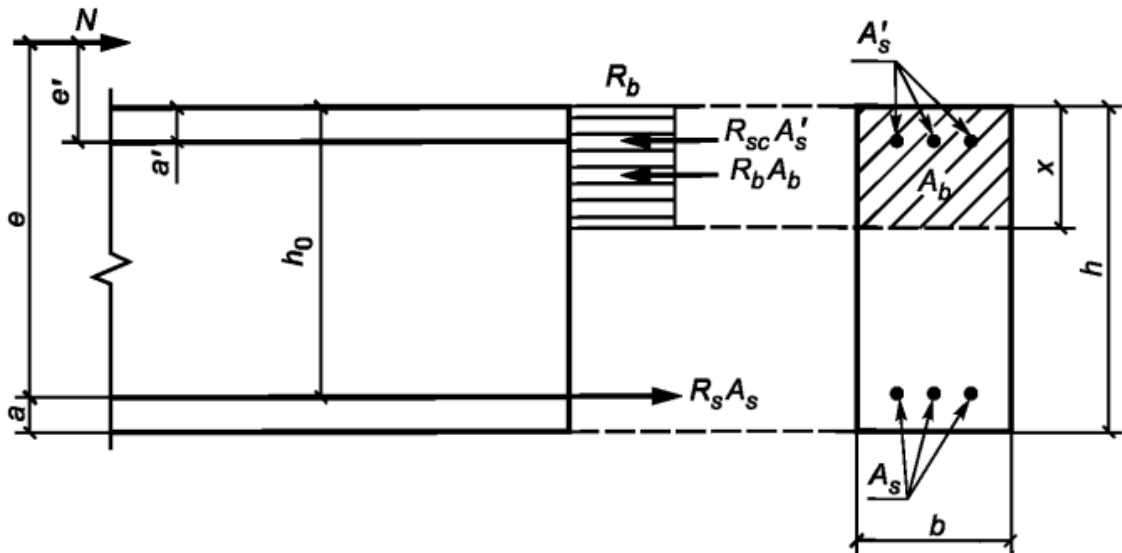


Рисунок 2.2. Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси внецентренно сжатого железобетонного элемента, при расчёте его по прочности

### 2.2.5. Расчет внецентренно растянутых элементов

При расчете прочности элементов с прямоугольными сечениями, подвергающимися внецентренному растяжению, необходимо учитывать положение продольной силы  $N$ :

- если продольная сила  $N$  действует между точками приложения усилий в арматуре ( $S$  и  $S'$ , рис. 2.3), то следует использовать условия:

$$Ne \leq M_{ult}$$

$$Ne' \leq M'_{ult}$$

где  $Ne$  и  $Ne'$  – усилия от внешних нагрузок,  $M_{ult}$  и  $M'_{ult}$  – предельные усилия, которые может воспринять сечение

Усилия  $M_{ult}$  и  $M'_{ult}$  определяются по формулам:

$$M_{ult} = R_s A_s (h_0 - a')$$

$$M'_{ult} = R_s A'_s (h_0 - a)$$

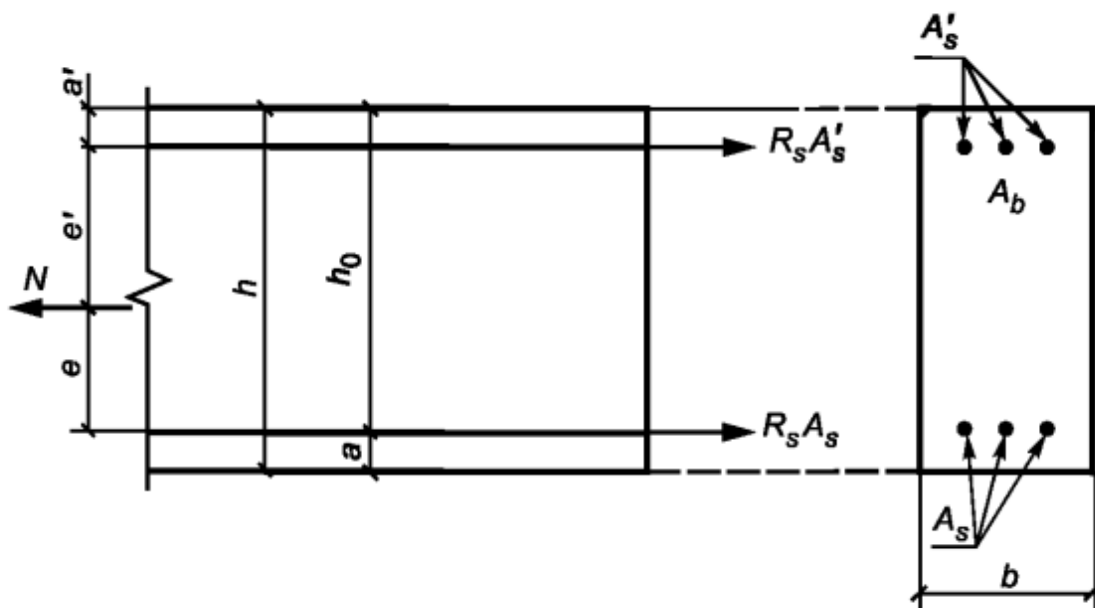


Рисунок 2.3. Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси внецентренно растянутого железобетонного элемента, при расчёте его по прочности при приложении продольной силы  $N$  между равнодействующими усилий в арматуре  $S$  и  $S'$

- если продольная сила  $N$  действует за пределами точек приложения усилий в арматуре ( $S$  и  $S'$ , рис. 2.4), то предельный момент  $M_{ult}$



определяется по формуле:

$$M_{ult} = R_b b x (h_0 - 0.5x) + R_{sc} A'_s (h_0 - a')$$

При этом высоту сжатой зоны  $x$  определяют по формуле:

$$x = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s - N}{R_b b}$$

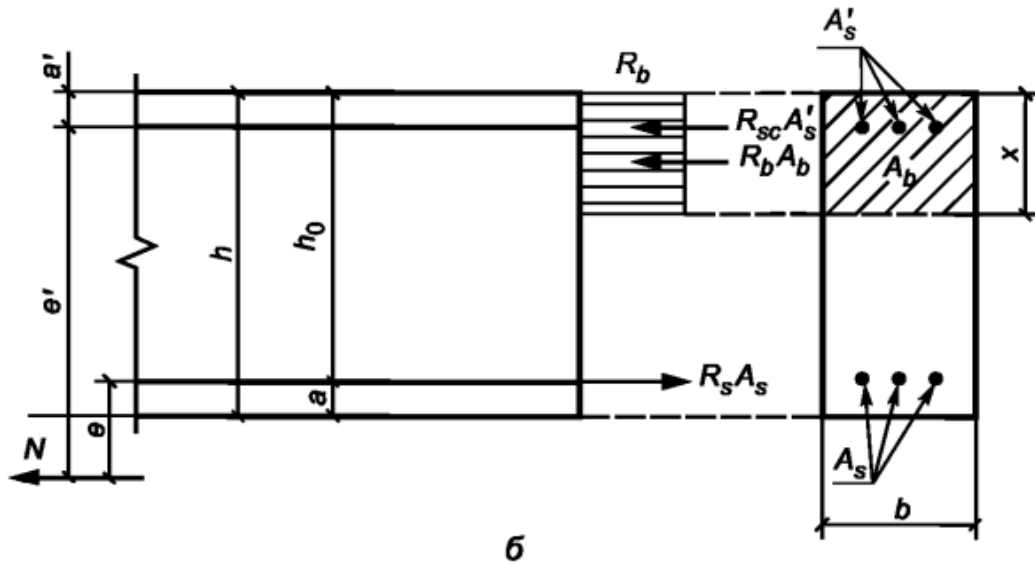


Рисунок 2.4. Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси внецентренно растянутого железобетонного элемента, при расчёте его по прочности при приложении продольной силы  $N$  за пределами расстояний между равнодействующими усилий в арматуре  $S$  и  $S'$

## ГЛАВА 3. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

### 3.1. Общая постановка задачи

Необходимо реализовать программу на Python для расчета усилий и моментов в трехмерных телах, так как Abaqus, Ansys и другие распространённые конечно-элементные пакеты не выполняют эти расчеты, а также реализовать подбор армирования железобетонных плит перекрытий. В качестве первого шага будет реализовано моделирование сплошной плиты перекрытий в конечно-элементном пакете Abaqus. Затем с помощью разработанной программы будут вычислены необходимые усилия и моменты. Для подтверждения корректности расчетов будет создана модель той же плиты, но уже в форме оболочки, что позволит Abaqus определить усилия и моменты для сравнения. Дополнительно будут смоделированы две пустотные плиты перекрытий, для которых также будет выполнен подбор армирования.

### 3.2. Подбор армирования для сплошной плиты перекрытий

В процессе реализации модели плиты сплошного перекрытий была выбрана плита размерами 2680 мм в длину, 1190 мм в ширину и 120 мм в толщину. Данная плита изготовлена из бетона класса В20. Таблица 3.1 содержит подробные физико-механические характеристики используемого материала. Для неё будет осуществляться подбор армирования из стали с защитным слоем в 20 мм [12]. Физико-механические свойства арматуры представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.1

Физико-механические свойства бетона

| Материал | Плотность, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ | Модуль Юнга, МПа | Коэффициент Пуассона | Предел прочности на сжатие, МПа |
|----------|---|------------------|----------------------|---------------------------------|
| В20      | 2500                                      | 27500            | 0,2                  | 11,5                            |

Таблица 3.2

Физико-механические свойства арматуры

| Материал | Плотность, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ | Модуль Юнга, МПа | Коэффициент Пуассона | Предел прочности на сжатие, МПа |
|----------|---|------------------|----------------------|---------------------------------|
| B20      | 7700                                      | 200000           | 0,3                  | 365                             |

Используя конечно-элементный пакет Abaqus, была смоделирована сплошная плита перекрытий с габаритами 2680 x 1190 x 120 мм. Для повышения точности вычислений модель плиты была разделена на шесть равных слоёв. В качестве материала для всей плиты был указан бетон класса B20 [13], а также была сформирована сетка, используя гексаэдры типа C3D8 [2]. Процесс моделирования и полученные результаты иллюстрируются на рис.3.1.

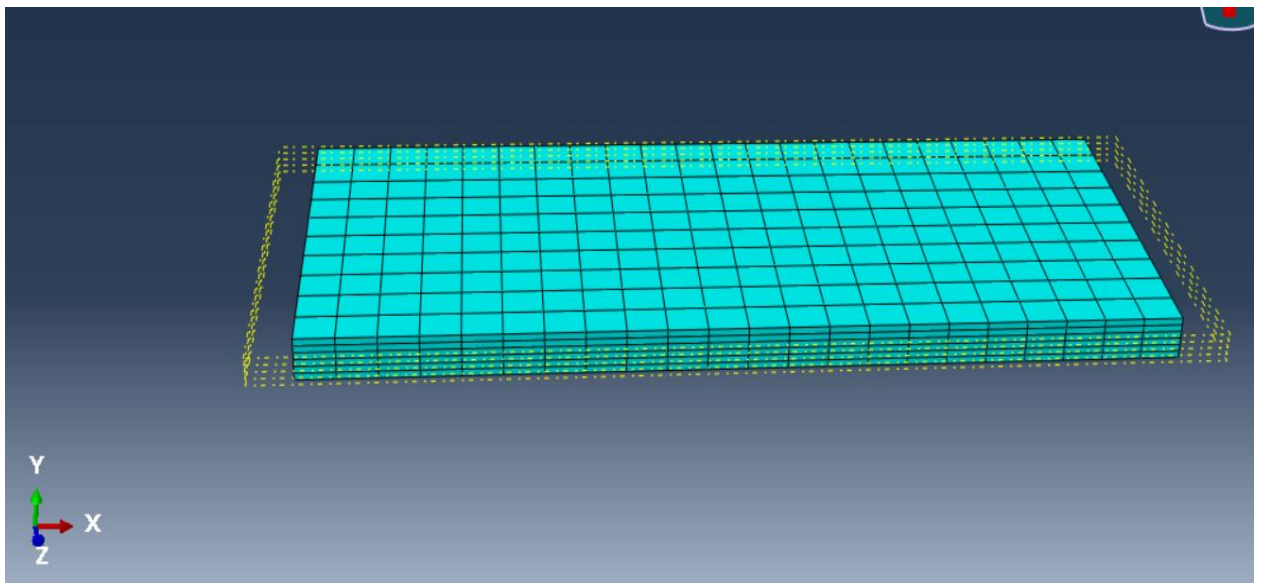


Рисунок 3.1. Сплошная плита перекрытий с сеткой из C3D8

Для того чтобы воссоздать условия работы плит перекрытий, максимально приближенные к реальным, предстоит выполнить следующие шаги в моделировании в программе Abaqus:

- необходимо применить распределенную нагрузку величиной 100 кН на линию, расположенную по центру верхней поверхности моделируемой

плиты.

- следует обеспечить шарнирное соединение плиты по обоим краям. Это позволит создать точную проекцию того, как плита перекрытий будет функционировать под нагрузкой в реальных условиях эксплуатации.

Для того чтобы смоделировать распределённую нагрузку вдоль линии, потребовалось определить множество узлов, расположенных на сетке. После этого, нагрузку равномерно распределили по всем узлам. В интересах обеспечения точности эксперимента величина нагрузки на центральный узел была установлена как общая нагрузка, делённая на общее число узлов за вычетом одного. В то же время, нагрузка на крайние узлы составила половину от величины нагрузки на центральном узле. На рис. 3.2 представлена нагруженная плита.

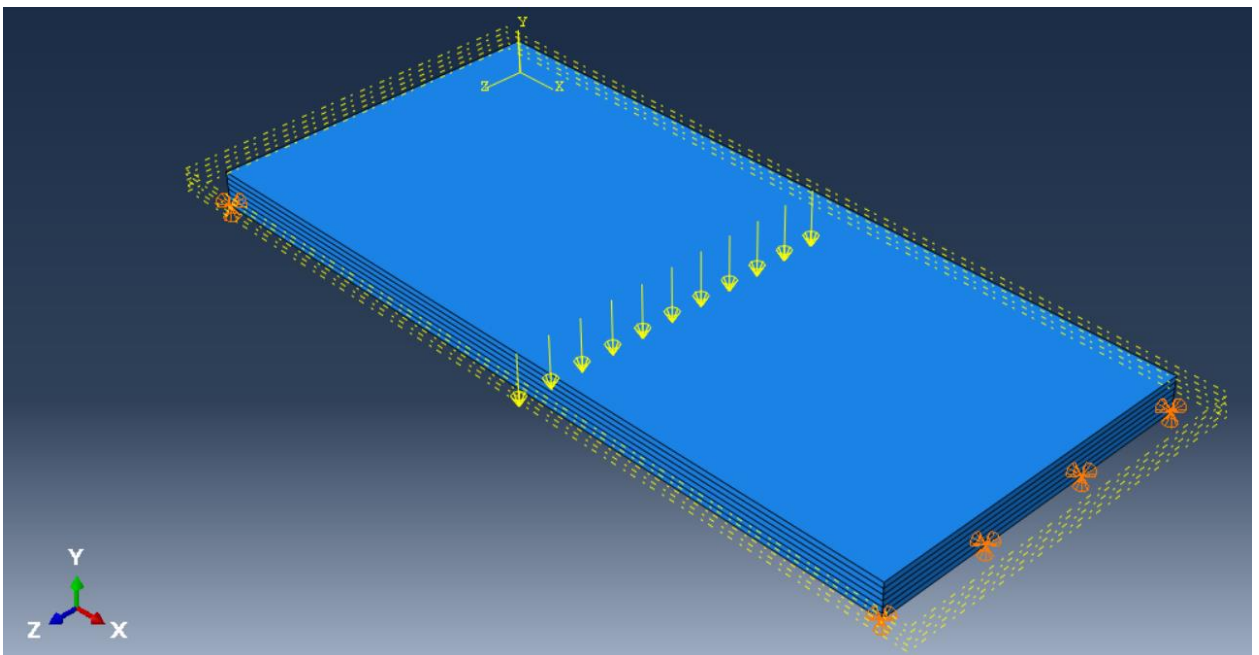


Рисунок 3.2. Сплошная плита перекрытий с заданными нагрузками

После расчётов в Abaqus, получаем следующие результаты: рис. 3.3.

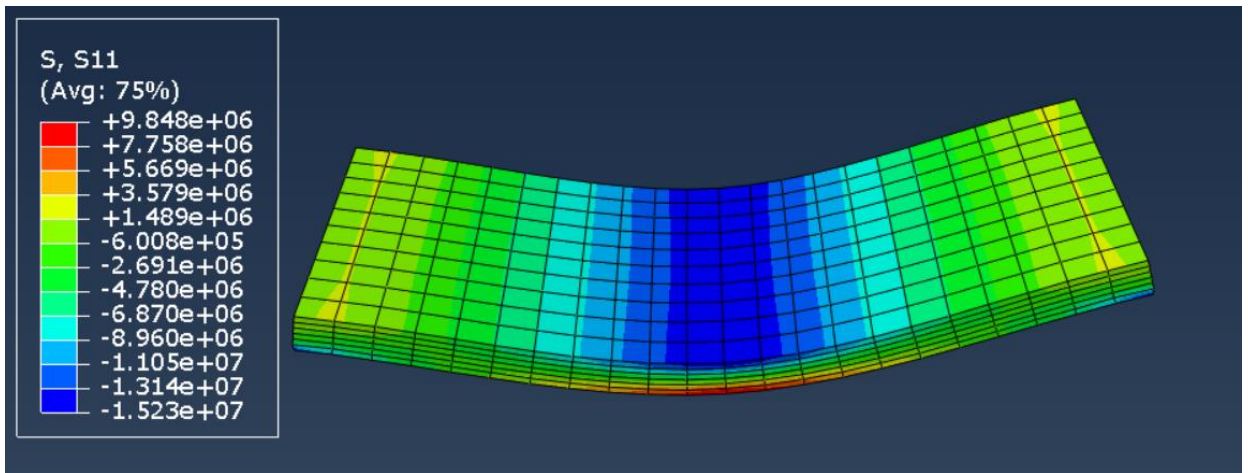


Рисунок 3.3. Поле напряжений в сплошной плите перекрытий, Па

Используя данные о напряжениях, полученные из программы Abaqus, далее проводим расчёты усилий, моментов и требуемого армирования с помощью специально разработанного кода.

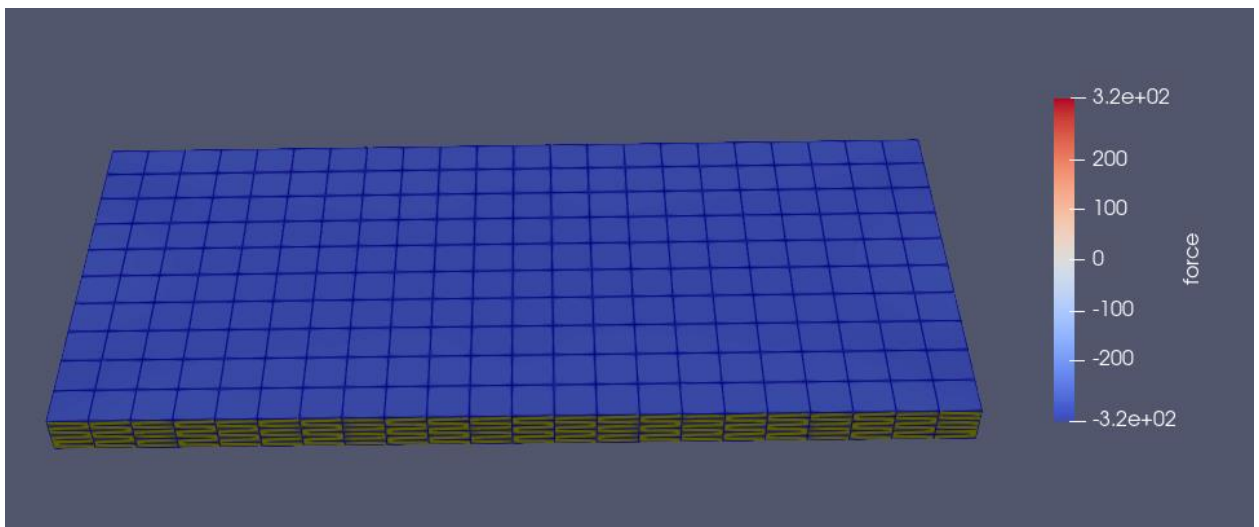


Рисунок 3.4. Усилия в сплошной плите перекрытий на верхней поверхности, кН

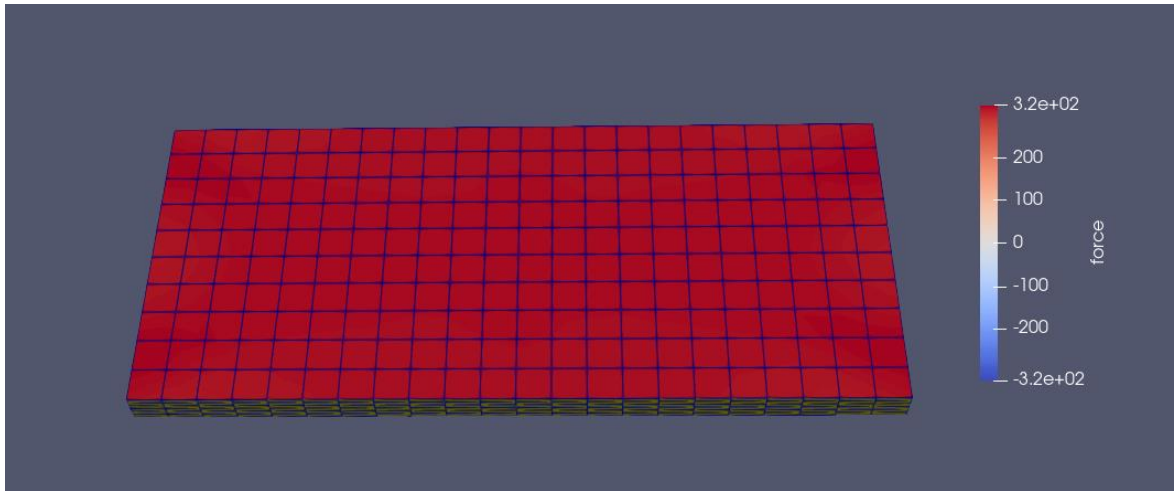


Рисунок 3.5. Усилия в сплошной плите перекрытий на нижней поверхности, кН

Усилия принимают значения от -320 кН до 320 кН. Значения сверху и снизу одинаковое по модулю, так как сетка равномерная.

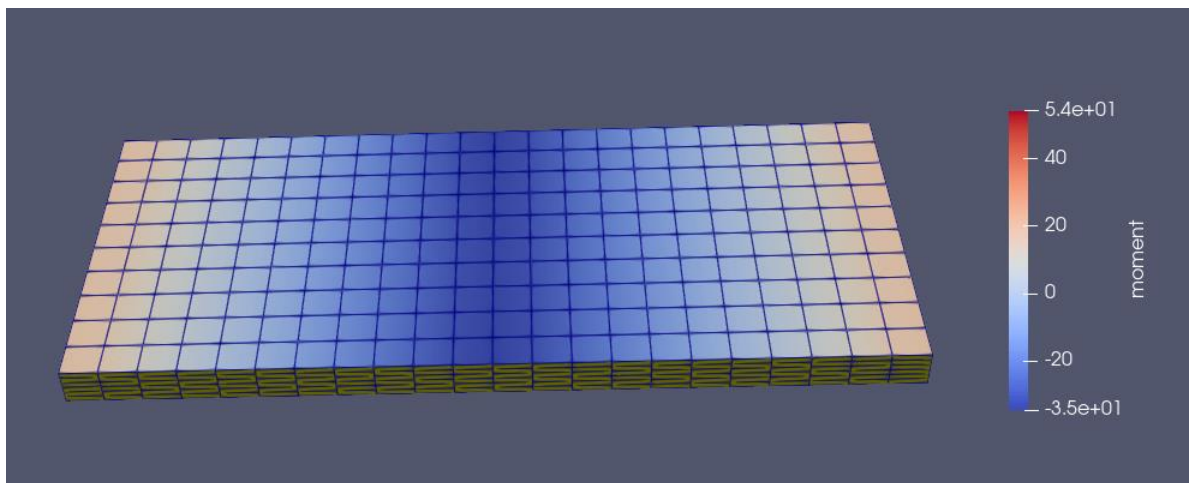


Рисунок 3.6. Моменты в сплошной плите перекрытий на верхней поверхности, кН\*м

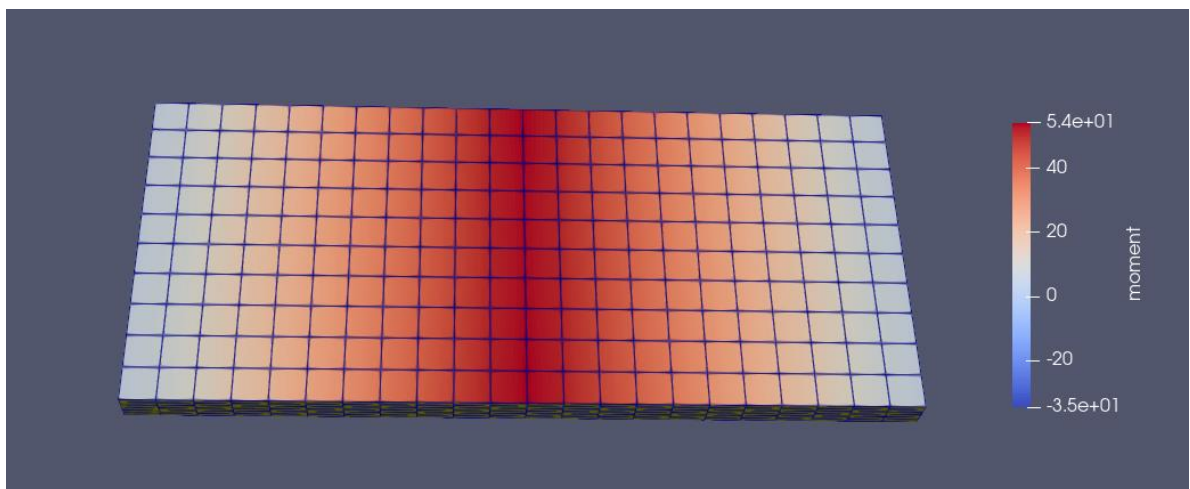


Рисунок 3.7. Моменты в сплошной плите перекрытий на нижней поверхности, кН\*м



Моменты находятся в пределах от -35 кН\*м до 54 кН\*м. Для того чтобы убедиться в правильности полученных результатов, далее будет смоделирована оболочка, с той же геометрией и теми же физико-механическими свойствами материала. А пока что осуществим подбор армирования для сплошной плиты перекрытий из бетона класса В20.

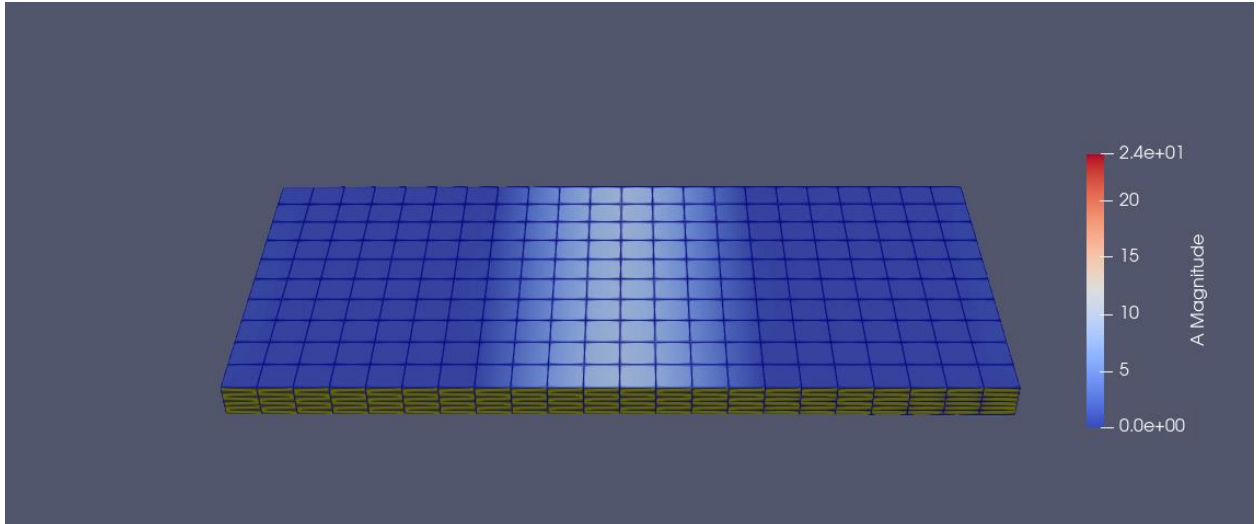


Рисунок 3.8. Армирование в сплошной плите перекрытий на верхней поверхности,  $\frac{\text{см}^2}{\text{пог.м.}}$

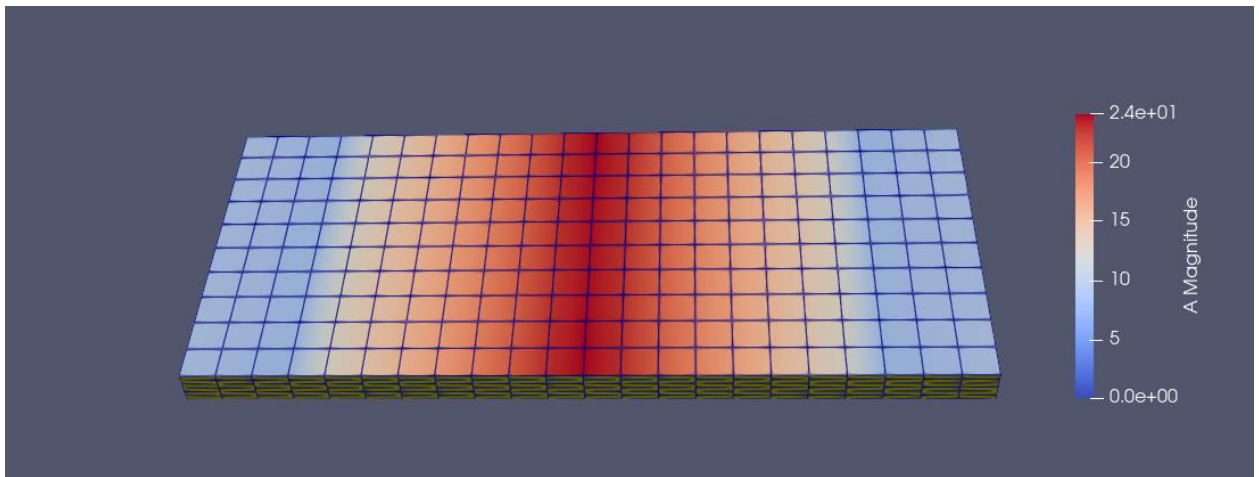


Рисунок 3.8. Армирование в сплошной плите перекрытий на нижней поверхности,  $\frac{\text{см}^2}{\text{пог.м.}}$

Пользуясь таблицей 3.2, определяем диаметр стержня арматуры, количество и шаг, с которым её укладывают. Получается следующее:

- диаметр стержня арматуры – 28 мм
- 5 стержней на метр с шагом укладки в 200 мм

Таблица 3.3

Сортамент арматуры [1]

**Расчетные площади поперечных сечений и масса арматуры; сортамент стержневой арматуры периодического профиля, обыкновенной и высокопрочной арматурной проволоки [2]**

| Диаметр, мм | Расчетные площади поперечного сечения, см <sup>2</sup> , при числе стержней |       |       |       |       |       |       |        |        |       | Масса, кг/м | Сортамент периодического профиля и армированного проволоки |       |       |       |       |        |        |
|-------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------------|--|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
|             | 1   | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8      | 9      | 10    |             | S 240  | S 400 | S 500 | S 540 | S 800 | S 1200 | S 1400 |
| 3           | 0,071   | 0,14  | 0,21  | 0,28  | 0,35  | 0,42  | 0,49  | 0,57   | 0,64   | 0,71  | 0,052       | -  | -     | +     | -     | -     | +      |        |
| 4           | 0,126   | 0,25  | 0,38  | 0,5   | 0,63  | 0,76  | 0,88  | 1,01   | 1,13   | 1,26  | 0,092       | -  | -     | +     | -     | -     | +      |        |
| 5           | 0,196   | 0,39  | 0,59  | 0,79  | 0,98  | 1,18  | 1,37  | 1,57   | 1,77   | 1,96  | 0,144       | -  | -     | +     | -     | -     | +      |        |
| 6           | 0,283   | 0,57  | 0,85  | 1,13  | 1,42  | 1,7   | 1,98  | 2,26   | 2,55   | 2,83  | 0,222       | +  | +     | +     | -     | -     | -      |        |
| 8           | 0,503   | 1,01  | 1,51  | 2,01  | 2,51  | 3,02  | 3,52  | 4,02   | 4,53   | 5,03  | 0,395       | +  | +     | +     | -     | -     | -      |        |
| 10          | 0,785   | 1,57  | 2,36  | 3,14  | 3,93  | 4,71  | 5,5   | 6,28   | 7,07   | 7,85  | 0,617       | +  | +     | +     | -     | +     | -      |        |
| 12          | 1,313   | 2,26  | 3,39  | 4,52  | 5,65  | 6,79  | 7,92  | 9,05   | 10,18  | 11,31 | 0,888       | +  | +     | +     | -     | +     | -      |        |
| 14          | 1,539   | 3,08  | 4,62  | 6,16  | 7,69  | 9,23  | 10,77 | 12,31  | 13,85  | 15,39 | 1,208       | +  | +     | +     | -     | +     | -      |        |
| 16          | 2,011   | 4,02  | 6,03  | 8,04  | 10,05 | 12,06 | 14,07 | 16,08  | 18,1   | 20,11 | 1,578       | +  | +     | +     | +     | +     | -      |        |
| 18          | 2,545   | 5,09  | 7,63  | 10,18 | 12,72 | 15,27 | 17,81 | 20,36  | 22,9   | 25,45 | 1,998       | +  | +     | +     | +     | +     | -      |        |
| 20          | 3,142   | 6,28  | 9,41  | 12,56 | 15,71 | 18,85 | 21,99 | 25,14  | 28,28  | 31,42 | 2,466       | +  | +     | +     | +     | +     | -      |        |
| 22          | 3,801   | 7,6   | 11,4  | 15,2  | 19    | 22,81 | 26,61 | 30,41  | 34,21  | 38,01 | 2,984       | +  | +     | +     | +     | +     | -      |        |
| 25          | 4,909   | 9,82  | 14,73 | 19,63 | 24,54 | 29,45 | 34,36 | 39,27  | 44,13  | 49,09 | 3,853       | +  | +     | +     | +     | +     | -      |        |
| 28          | 6,158   | 12,32 | 18,47 | 24,63 | 30,79 | 36,95 | 43,1  | 49,26  | 55,42  | 61,58 | 4,834       | +  | +     | +     | +     | -     | -      |        |
| 32          | 8,042   | 16,08 | 24,13 | 32,17 | 40,21 | 48,25 | 56,3  | 64,34  | 72,38  | 80,42 | 6,313       | +  | +     | +     | +     | -     | -      |        |
| 36          | 10,18   | 20,36 | 30,54 | 40,72 | 50,9  | 61,08 | 71,26 | 81,44  | 91,62  | 101,8 | 7,99        | +  | +     | +     | +     | -     | -      |        |
| 40          | 12,56   | 25,12 | 37,68 | 50,24 | 62,8  | 75,36 | 87,92 | 100,48 | 113,04 | 125,6 | 9,87        | +  | +     | +     | -     | -     | -      |        |

### 3.3. Проверка полученных результатов путём моделирования оболочки

Используя конечно-элементный пакет Abaqus, была смоделирована оболочка сплошной плиты перекрытий с габаритами 2680 x 1190 x 120 мм [14]. В качестве материала для оболочки был указан бетон класса В20, а также была сформирована сетка, используя элементы типа S8R [2]. Процесс моделирования и полученные результаты иллюстрируются на рис. 3.9.

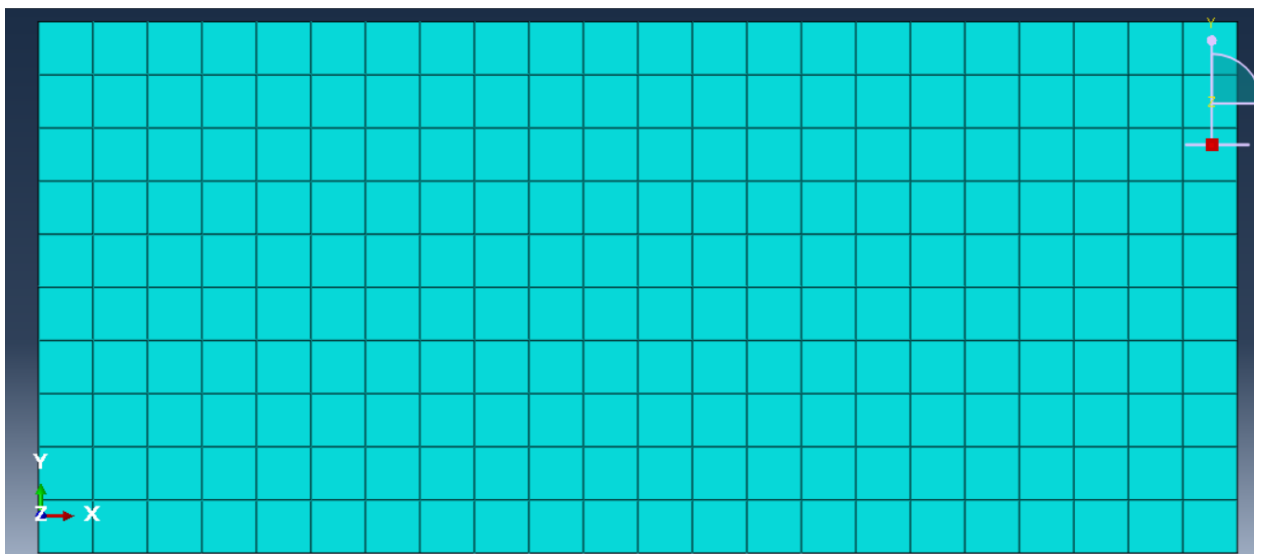


Рисунок 3.9. Оболочка сплошной плиты перекрытий с сеткой из S8R



Далее была приложения та же распределённая нагрузка в 100 кН, а также применено шарнирное закрепление. На рис. 3.10. показаны нагрузки:

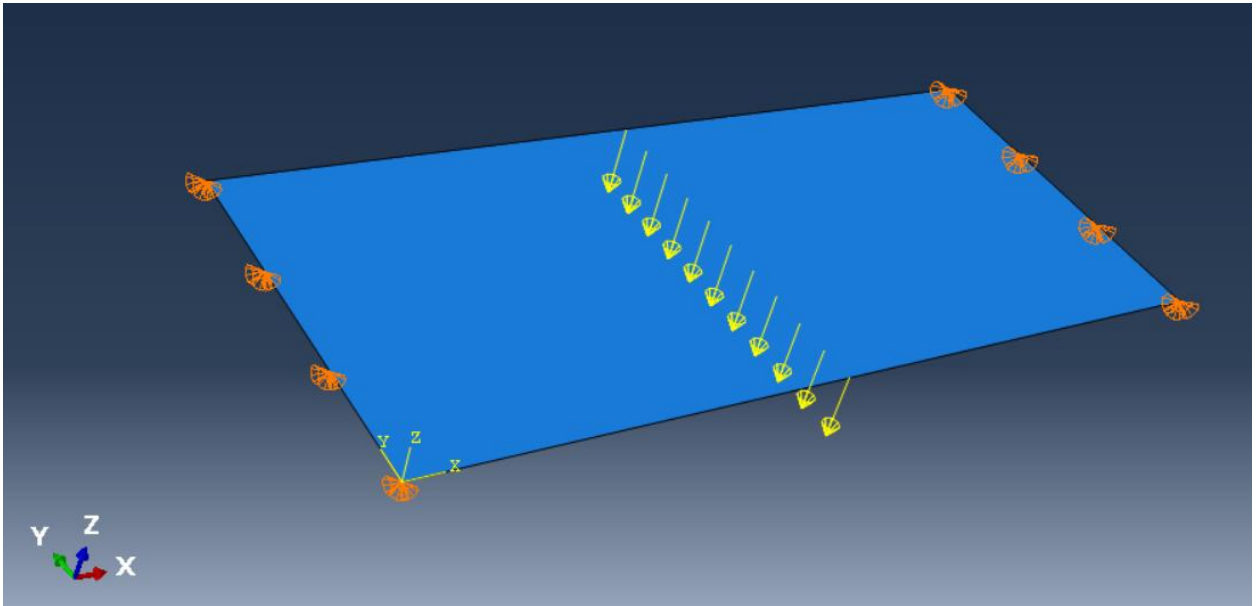


Рисунок 3.10. Оболочка сплошной плиты перекрытий с заданными нагрузками

Получили для неё поле напряжений сверху и снизу, значения усилий и моментов (рис. 3.11–3.14).

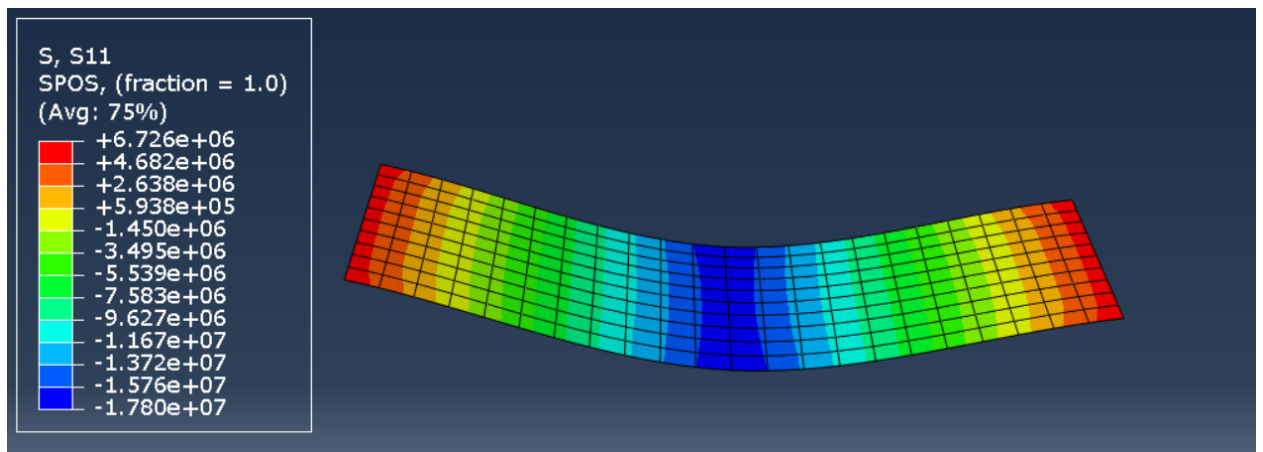


Рисунок 3.11. Поле напряжений в оболочке сплошной плиты перекрытий сверху, Па

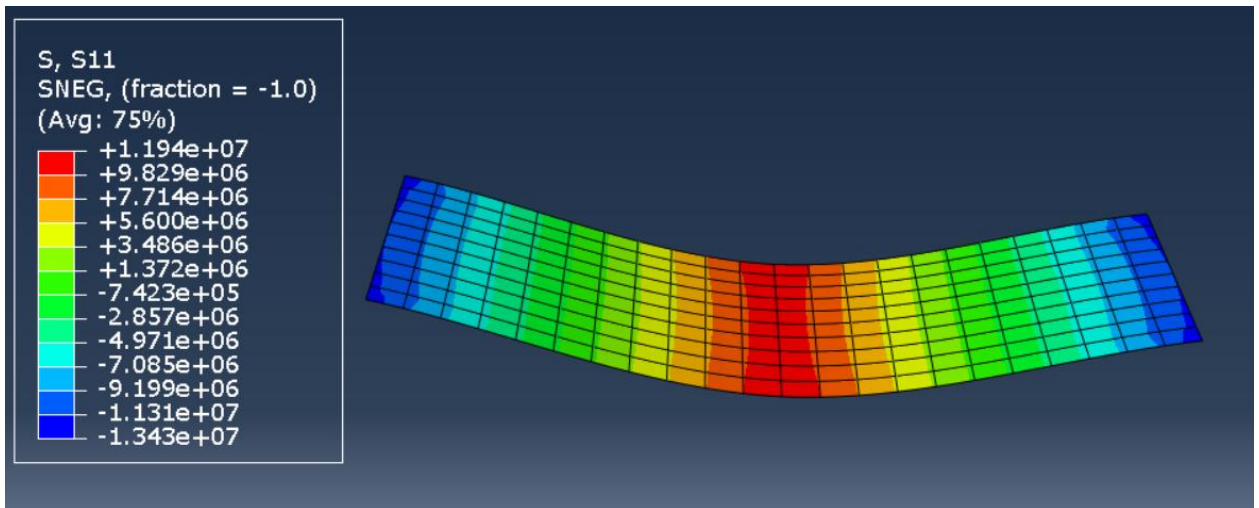


Рисунок 3.12. Поле напряжений в оболочке сплошной плиты перекрытий снизу, Па

Напряжения получились чуть больше: в трёхмерном случае находятся в диапазоне зоне -15.2 – 9.8 МПа, в случае с оболочкой -13.4 – 11.9 МПа

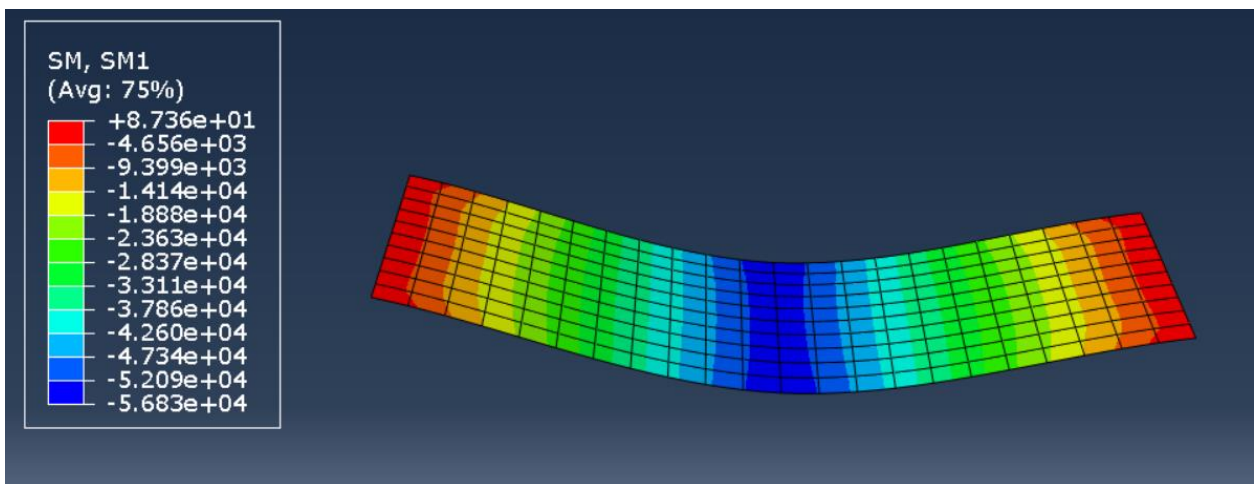


Рисунок 3.13. Значения моментов в оболочке сплошной плиты перекрытий, Н\*м

Значения моментов соответственно тоже получились чуть больше: в трёхмерном случае находятся в диапазоне от -35 кН\*м до 54 кН\*м, в случае с оболочкой до 56 кН\*м.

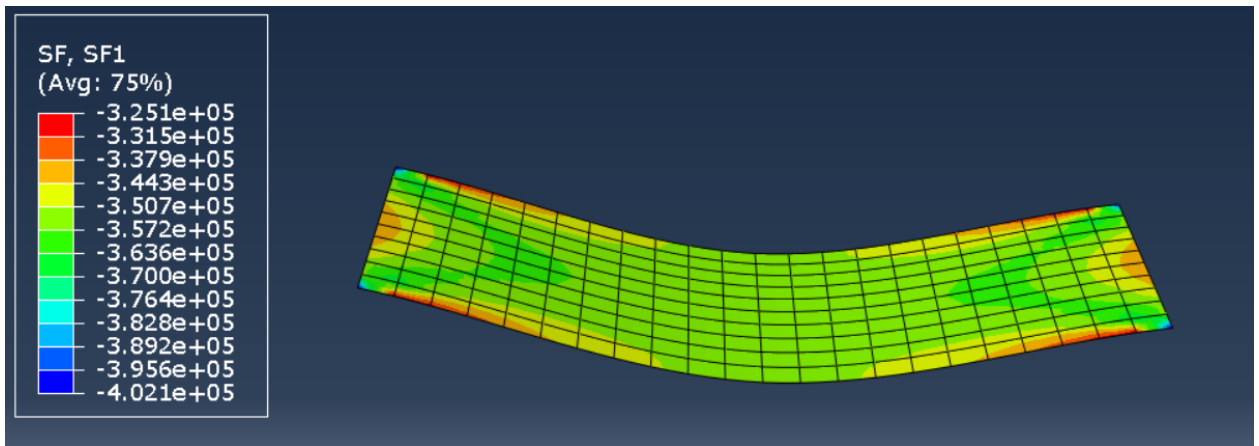


Рисунок 3.14. Значения усилий в оболочке сплошной плиты перекрытий, Н

Значения усилий соответственно тоже получились чуть больше: были в диапазоне от -320 кН до 320 кН, стали до 402 кН.

Таким образом получили, что значения усилий и моментов почти совпадают, что может гарантировать то, что подбор армирования происходит корректно.

### 3.4. Подбор армирования для пустотной плиты перекрытий ПКК1

В процессе реализации модели пустотной плиты перекрытий была выбрана плита размерами 5380 мм в длину, 1190 мм в ширину и 220 мм в толщину. Данная плита изготовлена из бетона класса В15 [13]. Таблица 3.4 содержит подробные физико-механические характеристики используемого материала. Также будет произведён подбор армирования из стали с защитным слоем в 20 мм [12]. Физико-механические свойства арматуры представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.4

Физико-механические свойства бетона

| Материал | Плотность, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ | Модуль Юнга, МПа | Коэффициент Пуассона | Предел прочности на сжатие, МПа |
|----------|---|------------------|----------------------|---------------------------------|
| В20      | 2500                                      | 24000            | 0,2                  | 8,5                             |

Используя конечно-элементный пакет Abaqus, была смоделирована пустотная плита перекрытий ПКК1 с габаритами 5380 x 1190 x 220 мм. Данная плита имеет прямоугольную форму с шестью сквозными отверстиями диаметром 159 мм. На рис. 3.15 представлен чертёж, на котором прекрасно видно расположение этих отверстий.

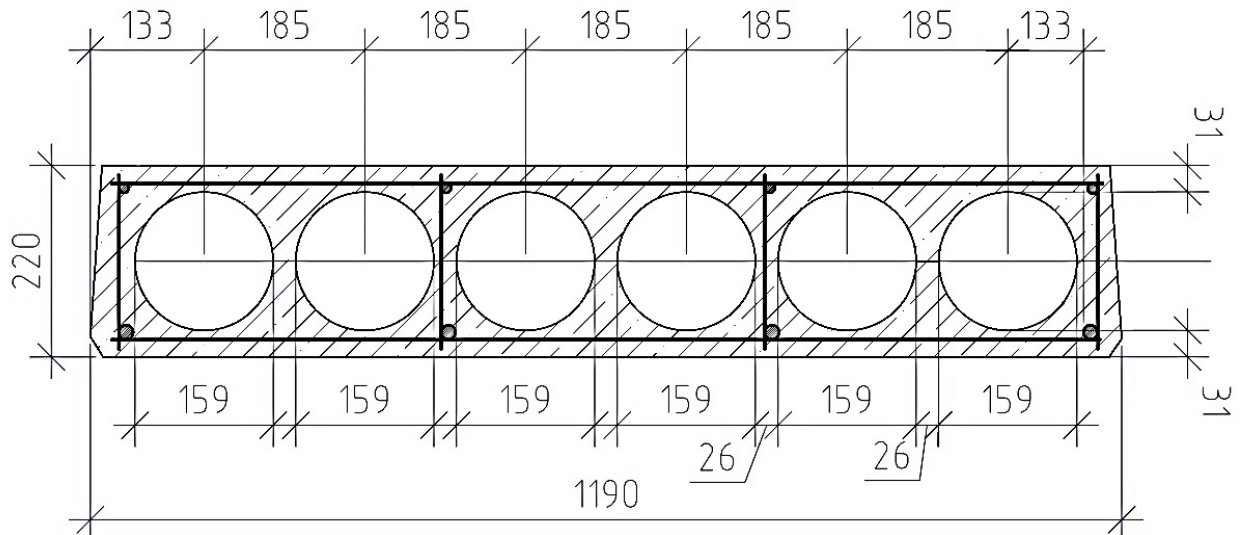


Рисунок 3.15. Чертёж плиты перекрытий.

Для повышения точности вычислений модель плиты была разделена на три слоя: два слоя – сверху и снизу от отверстий, последний – с отверстиями. В качестве материала для всей плиты был указан бетон класса В15, а также была сформирована сетка, используя тетраэдры второго порядка типа С3D10 и гексаэдры типа С3D8 [2]. Созданная конечно-элементная сетка представлена на рис. 3.16.

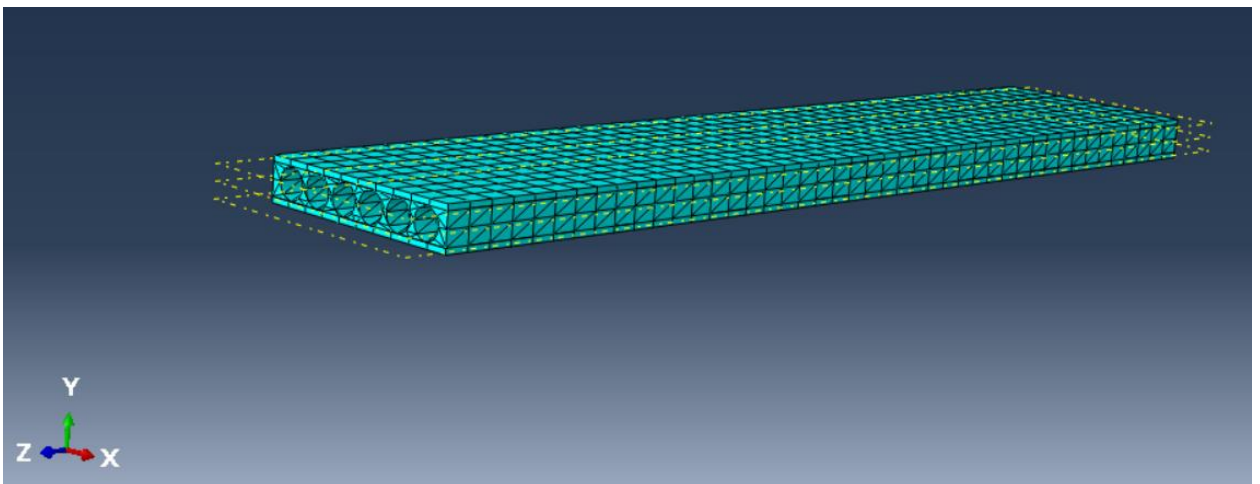


Рисунок 3.16. Пустотная плита перекрытий ПКК1 с сеткой из С3D10 и С3D8

Как и сплошная плита перекрытий, ПКК1 была шарнирно закреплена и нагружена распределённой силой в 100 кН (рис. 3.17).

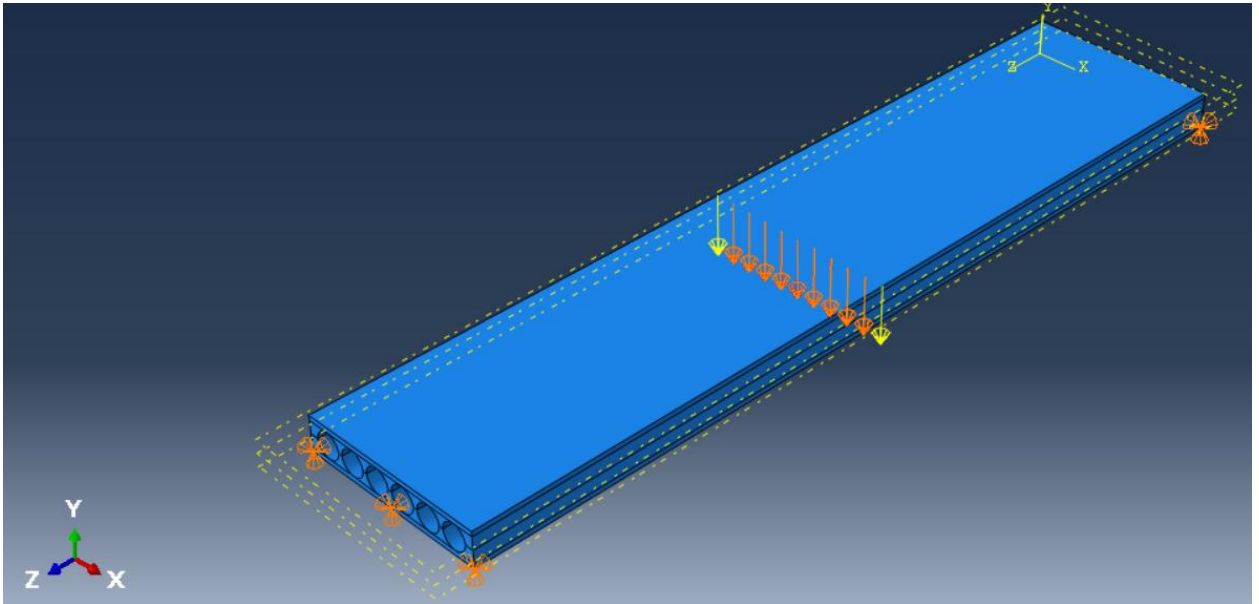


Рисунок 3.17. Пустотная плита перекрытий ПКК1 с заданными нагрузками

Результаты расчёта усилий, моментов и армирования представлены ниже (рис. 3.18–3.24)

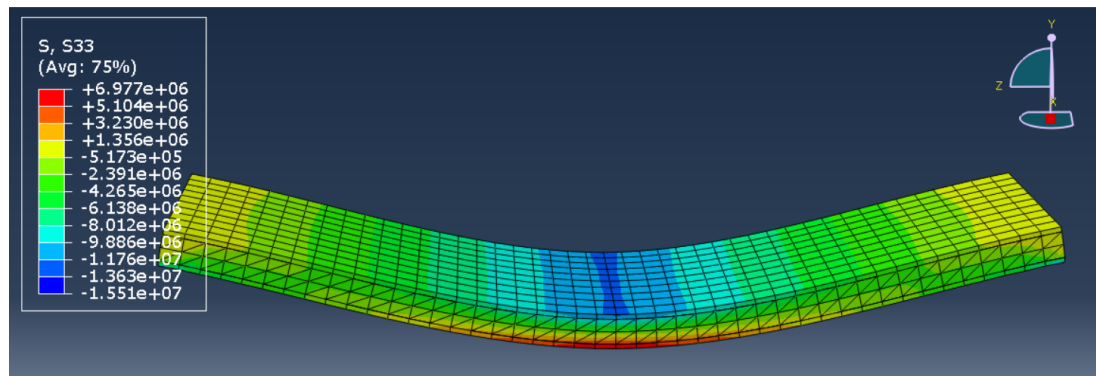


Рисунок 3.18. Поле напряжений в ПКК1, Па

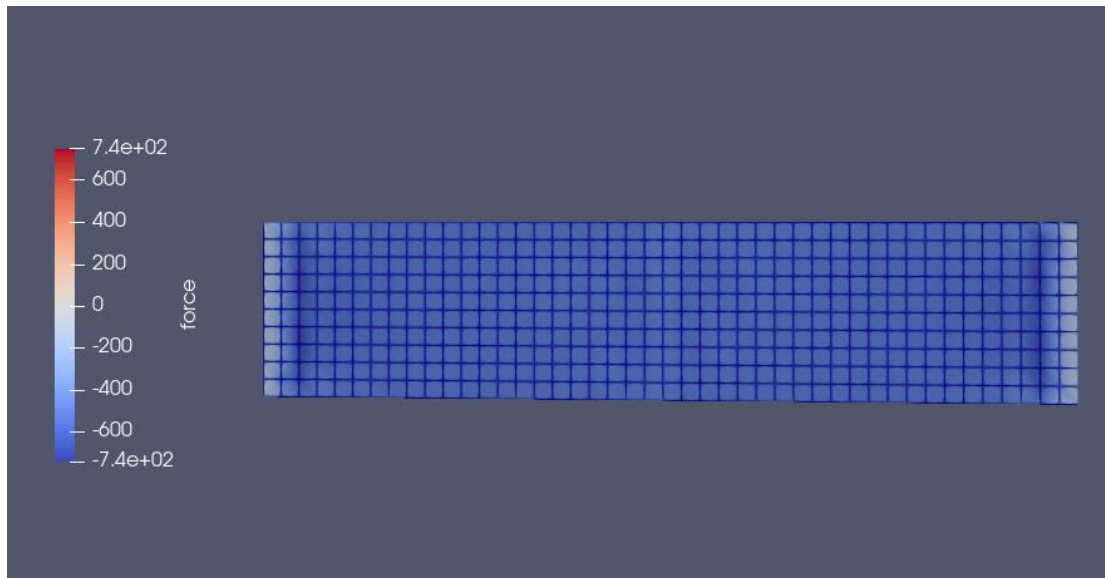


Рисунок 3.19. Усилия в ПКК1 на верхней поверхности, кН

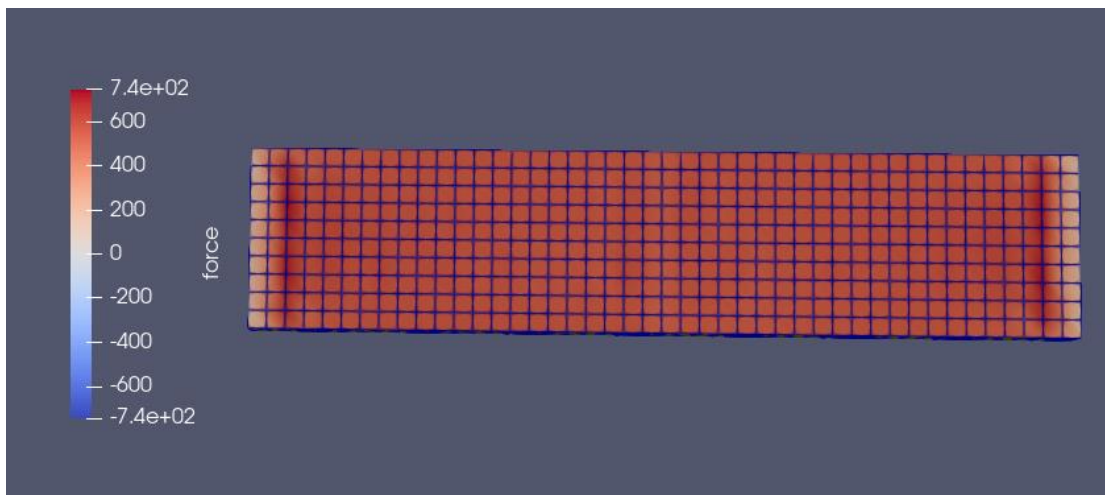


Рисунок 3.20. Усилия в ПКК1 на нижней поверхности, кН

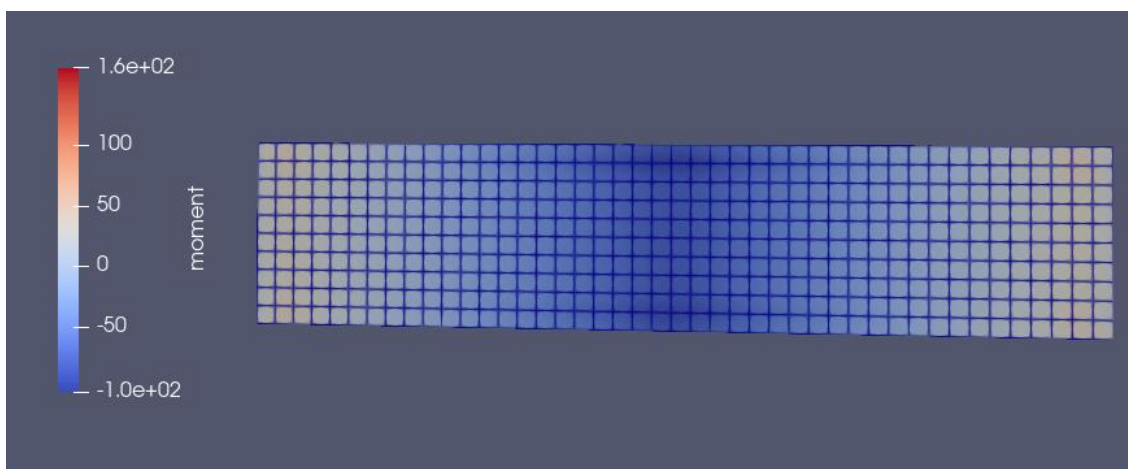


Рисунок 3.21. Моменты в ПКК1 на верхней поверхности, кН\*м



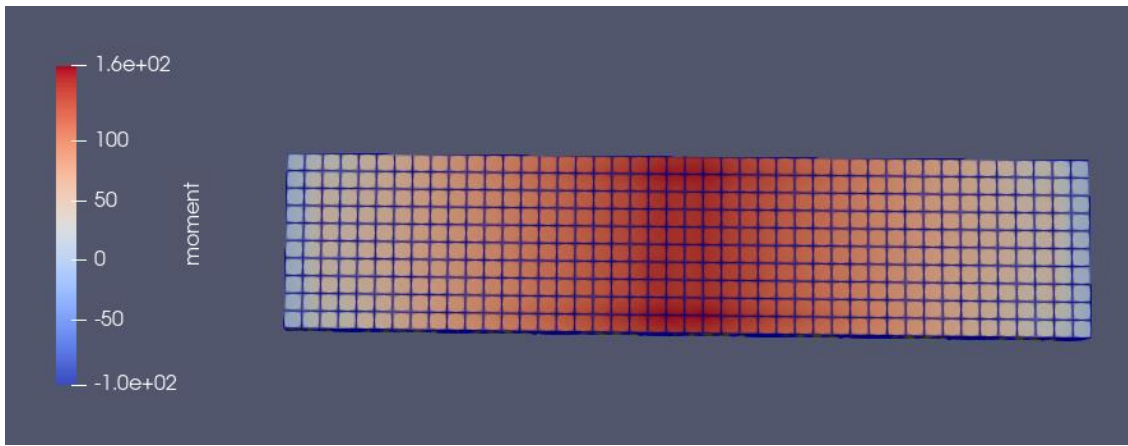


Рисунок 3.22. Моменты в ПКК1 на нижней поверхности, кН\*м

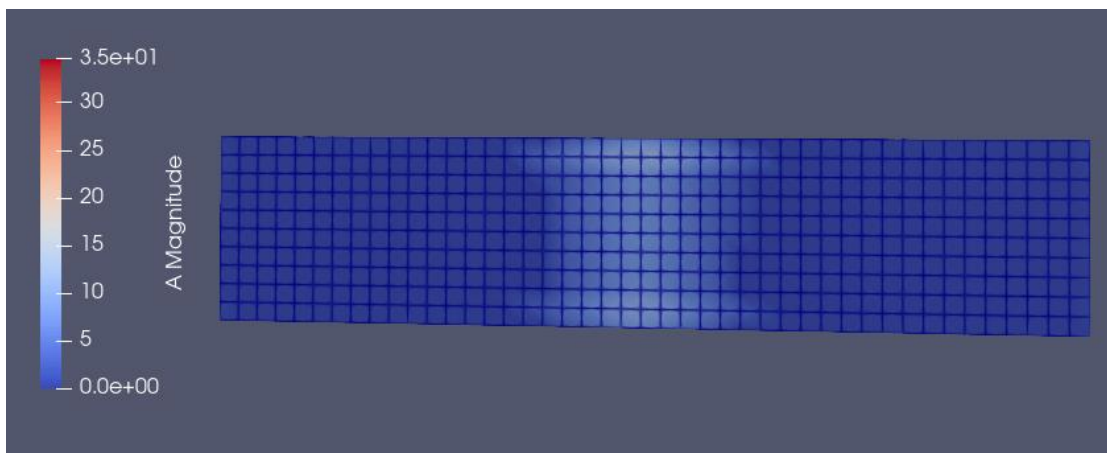


Рисунок 3.23. Армирование в ПКК1 на верхней поверхности,  $\frac{\text{см}^2}{\text{пог.м.}}$

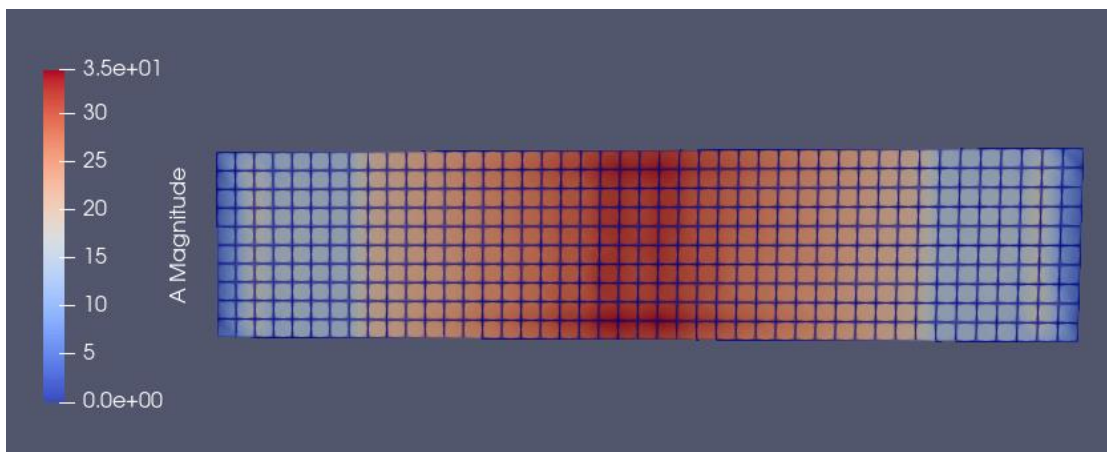


Рисунок 3.24. Армирование в ПКК1 на нижней поверхности,  $\frac{\text{см}^2}{\text{пог.м.}}$

Пользуясь таблицей 3.3, определяем диаметр стержня арматуры, количество и шаг, с которым её укладывают. Получается следующее:

- диаметр стержня арматуры – 28 мм
- 7 стержней на метр с шагом укладки в 143 мм

Пустотные плиты перекрытий, обозначаемые как ПКК1, требуют большего количества арматуры по сравнению со сплошными плитами перекрытий из-за их меньшей внутренней прочности. В связи с этим, сплошные плиты предпочтительнее используются в строительстве высотных зданий благодаря их высокой прочности, в то время как пустотные плиты типично применяются в проектах малоэтажного строительства.

### 3.5. Подбор армирования для пустотной плиты перекрытий ПК-8-58.12

В процессе реализации модели пустотной плиты перекрытий была выбрана плита размерами 5760 мм в длину, 1190 мм в ширину и 220 мм в толщину. Данная плита изготовлена из бетона класса В25 [13]. Таблица 3.5 содержит подробные физико-механические характеристики используемого материала. Также будет произведён подбор армирования из стали с защитным слоем в 20 мм [12]. Физико-механические свойства арматуры представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.5

Физико-механические свойства бетона

| Материал | Плотность, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ | Модуль Юнга, МПа | Коэффициент Пуассона | Предел прочности на сжатие, МПа |
|----------|---|------------------|----------------------|---------------------------------|
| В20      | 2500                                      | 30000            | 0,2                  | 14,5                            |

Используя конечно-элементный пакет Abaqus, была смоделирована пустотная плита перекрытий ПК-8-58.12 с габаритами 5760 x 1190 x 220 мм. На рис. 3.25 представлен чертёж пустотной плиты перекрытий ПК-8-58.12.



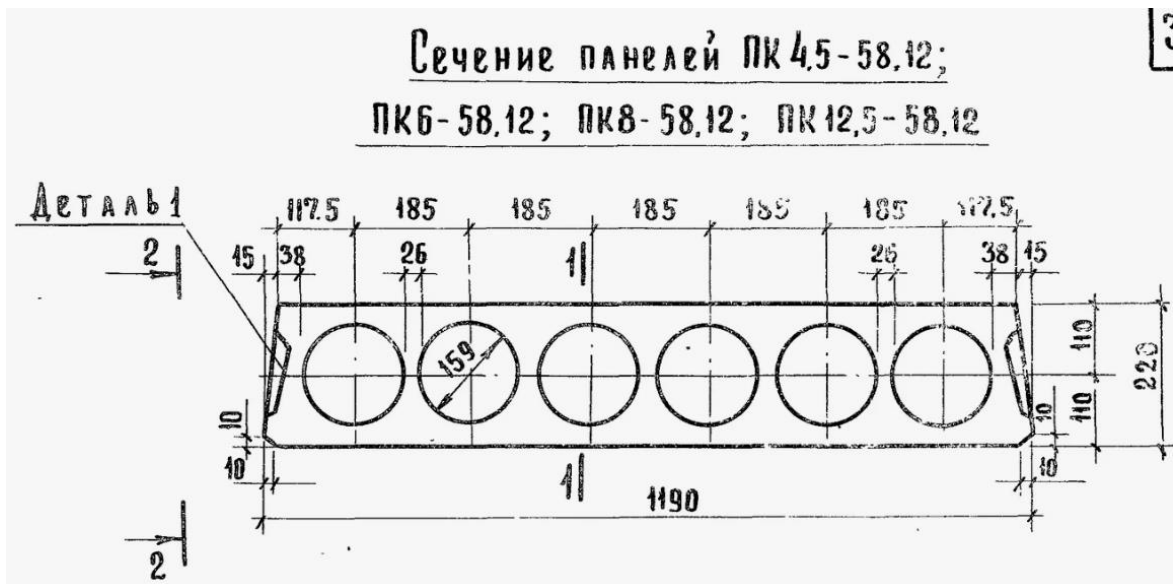


Рисунок. 3.25. Чертёж ПК-8-58.12

Для повышения точности вычислений модель плиты была разделена на три слоя: два слоя – сверху и снизу от отверстий, последний – с отверстиями. В качестве материала для всей плиты был указан бетон класса В25, а также была сформирована сетка, используя тетраэдры второго порядка типа С3D10 и гексаэдры типа С3D8. Процесс моделирования и полученные результаты проиллюстрированы на рис. 3.26.

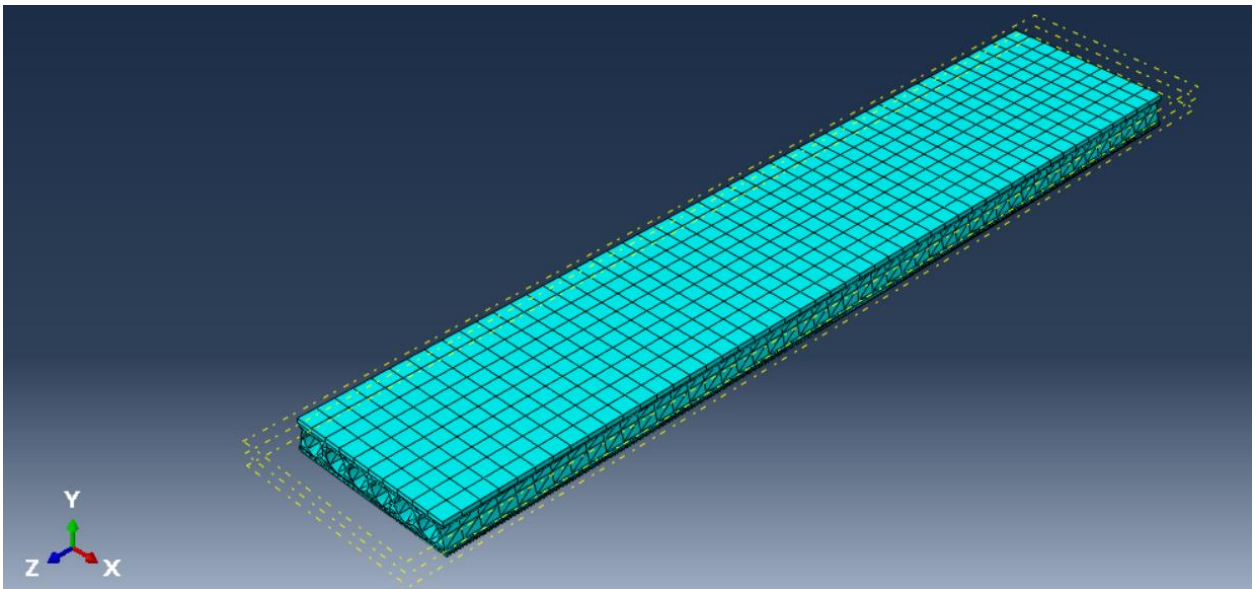


Рисунок 3.26. Пустотная плита перекрытий ПК-8-58.12 с сеткой из С3D10 и С3D8

Как и сплошная плита перекрытий, ПК-8-58.12 была шарнирно закреплена и нагружена распределённой силой в 25 кН, что составляет 25 % от предыдущих нагрузок (рис. 3.27).

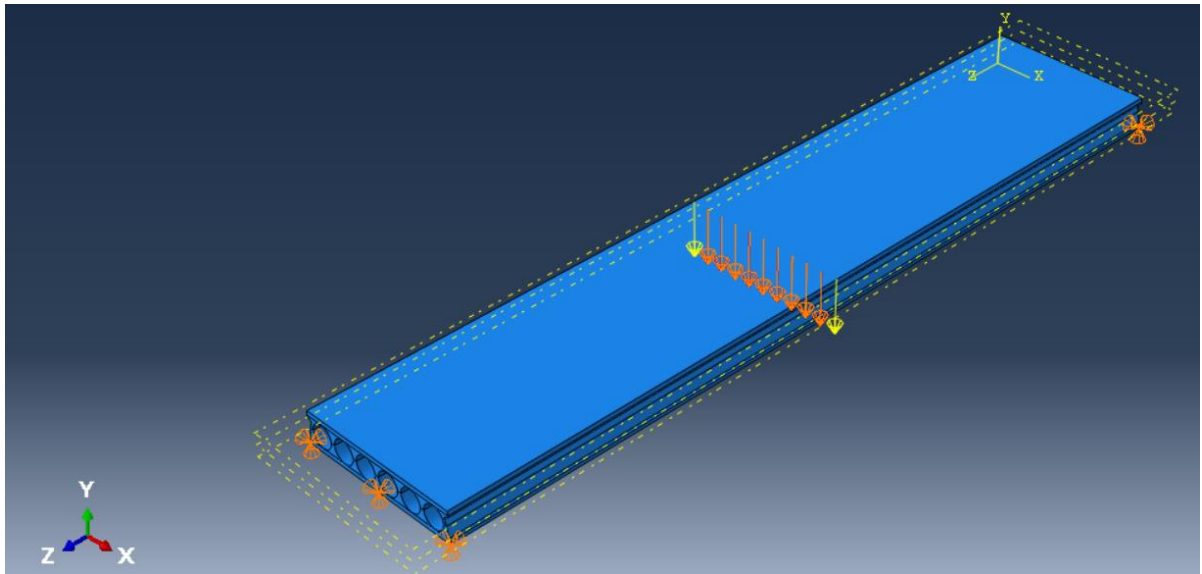


Рисунок 3.27. Пустотная плита перекрытий ПК-8-58.12 с заданными нагрузками

Результаты расчёта усилий, моментов и армирования представлены ниже (рис. 3.28–3.34)

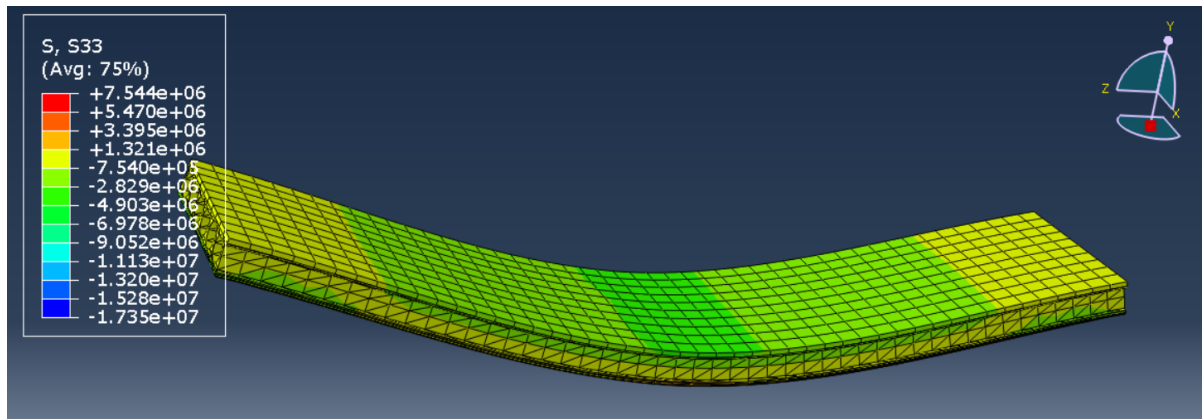


Рисунок 3.28. Поле напряжений в ПК-8-58.12, Па

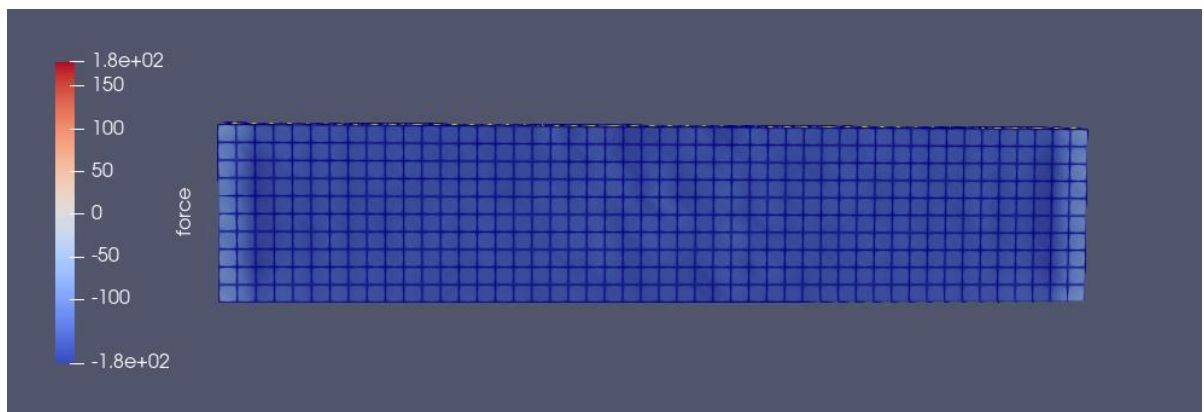


Рисунок 3.29. Усилия в ПК-8-58.12 на верхней поверхности, кН

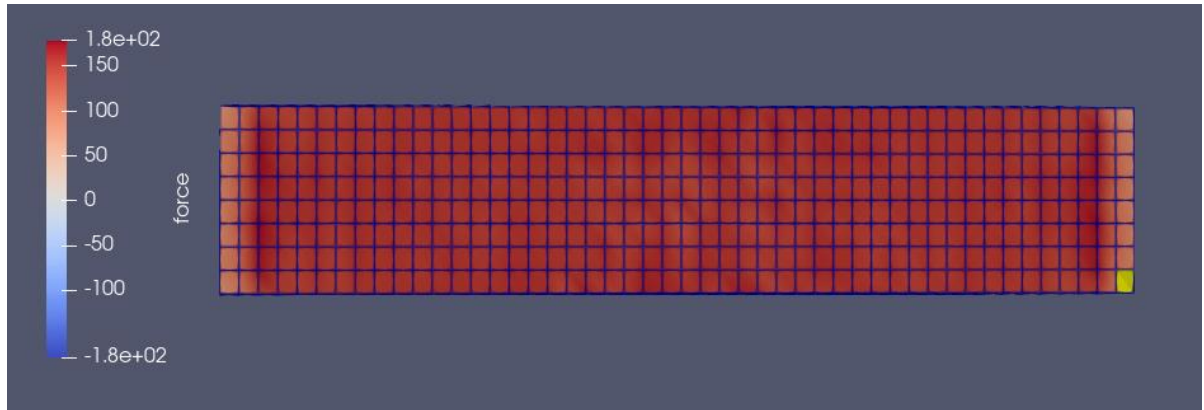


Рисунок 3.30. Усилия в ПК-8-58.12 на нижней поверхности, кН

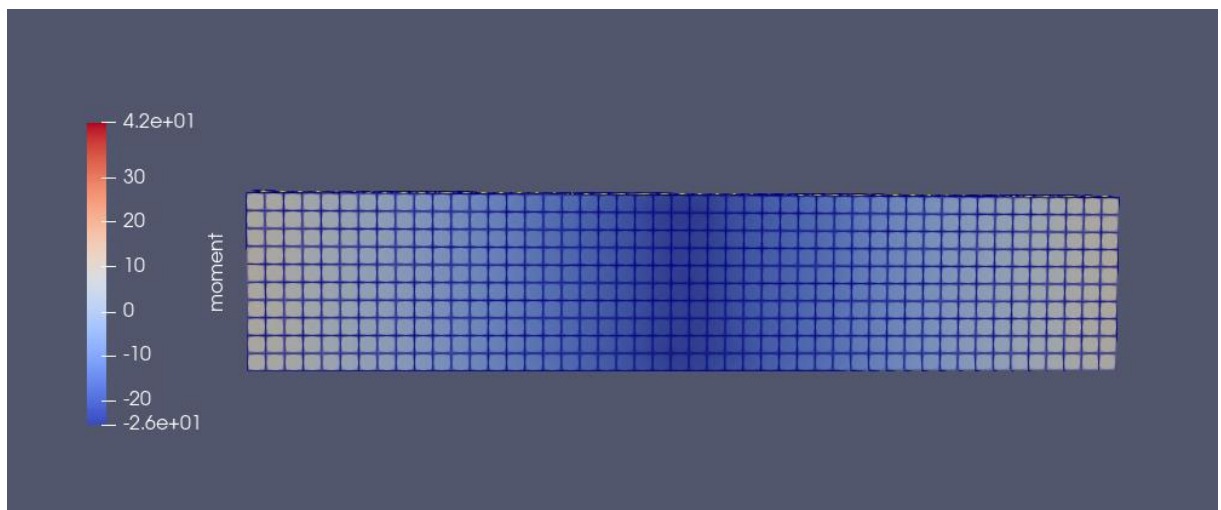


Рисунок 3.31. Моменты в ПК-8-58.12 на верхней поверхности, кН\*м

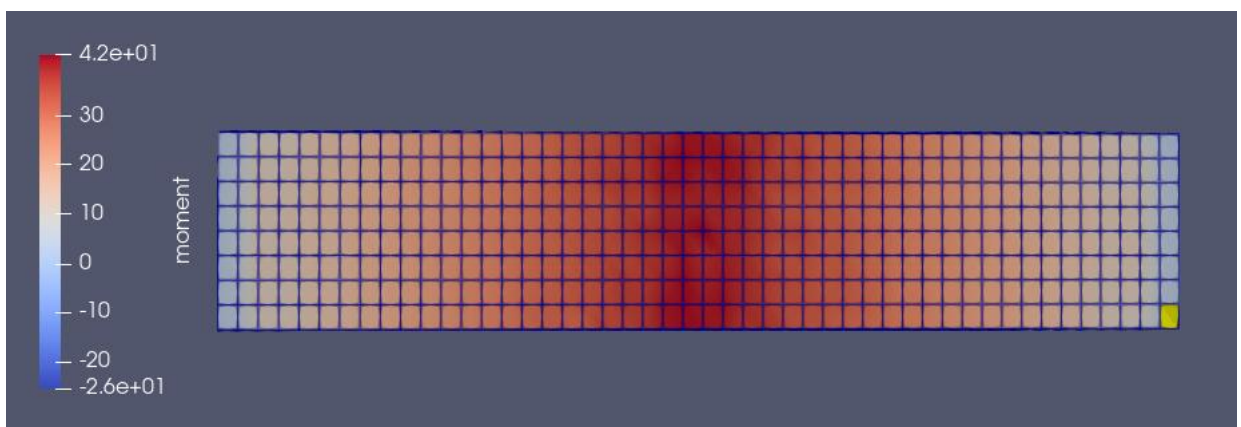


Рисунок 3.32. Моменты в ПК-8-58.12 на нижней поверхности, кН\*м

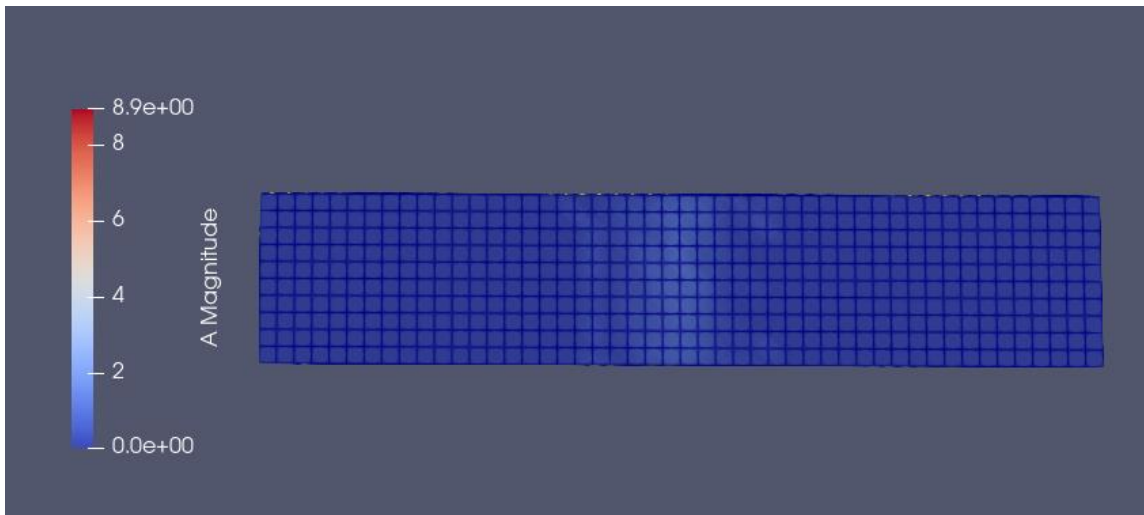


Рисунок 3.33. Армирование в ПК-8-58.12 на верхней поверхности,  $\frac{\text{см}^2}{\text{пог.м.}}$

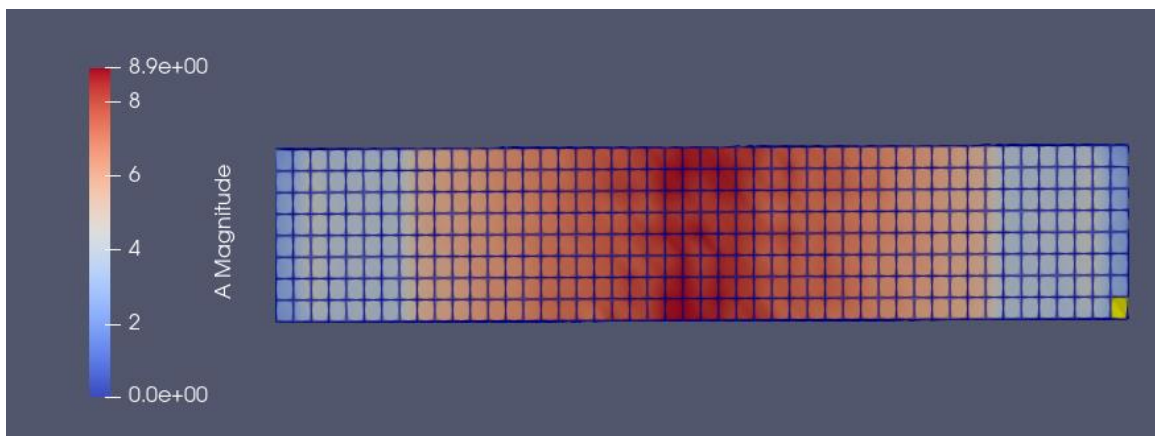


Рисунок 3.34. Армирование в ПК-8-58.12 на нижней поверхности,  $\frac{\text{см}^2}{\text{пог.м.}}$

Пользуясь таблицей 3.3, определяем диаметр стержня арматуры, количество и шаг, с которым её укладывают. Получается следующее:

- диаметр стержня арматуры – 16 мм
- 5 стержней на метр с шагом укладки в 200 мм

Пустотные плиты перекрытия ПК-8-58.12 уступают в прочности своим аналогам из серии ПКК1, но представляют собой более экономичный вариант. Это делает их привлекательным выбором для проектов, где важна оптимизация затрат, несмотря на некоторую потерю в прочностных характеристиках.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения данной ВКР были выполнены следующие задачи:

1. Смоделированы три вида плит перекрытий: сплошная плита перекрытий и две пустотные плиты перекрытий ПКК1 и ПК-8-58.12
2. Реализована программа на языке Python для определения усилий и моментов, а также подбора армирования для плит перекрытий
3. Получены результаты расчётов усилий и моментов для каждой плиты перекрытия
4. Определены площади расчетного армирования, необходимого для обеспечения прочности плит при действии рассмотренных нагрузок
5. Были сделаны выводы о преимуществах каждой плиты на основе полученных результатов

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гринев В. Д., Жукьян П. П. Железобетонные и каменные конструкции: Справочные материалы к практическим занятиям для студентов специальности 1–70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство», 2014.
2. Гуревич Л. М., Волчков В. М., Даненко В. Ф. Компьютерное моделирование процессов обработки металлов давлением. Введение в Abaqus, 2015.
3. Азимов Н. С. Моделирование процесса нахождения приближенного вычисления определённого интеграла методом //БКК 31.2 Ч54 Рецензент: МШ Гарифуллин, 2022. – 41 с.
4. Айрумян Э. Л., Румянцева И. А. Армирование монолитной железобетонной плиты перекрытия стальным профилированным настилом //Промышленное и гражданское строительство, 2007. – 25–27 с.
5. Алмазов В. О., Арутюнян С. Н. Проектирование сталежелезобетонных плит перекрытий по Еврокоду 4 и российским рекомендациям //Вестник МГСУ, 2015. – 51–65 с.
6. Коробко В. И., Вишнякова И. В., Ключева Н. В. Многопустотная железобетонная плита перекрытия, 2004.
7. Коробко В. И., Коробко А. В. Способ определения максимального прогиба конструкций в виде упругих балок и балочных плит при поперечном изгибе равномерно распределенной нагрузкой, 2003.
8. Магдеев У. Х. и др. Эффективное использование высокопрочной арматуры в дисперсно-армированных железобетонных конструкциях без предварительного напряжения //Academia. Архитектура и строительство, 2016. – 106–112 с.
9. Травуш В. и др. Экспериментальные исследования сталежелезобетонных

- конструкций, работающих на внецентренное сжатие //Academia. Архитектура и строительство, 2016. – 127–135 с.
10. Щербаков С. С. Моделирование нелинейного поведения материала системой упругих тел.//Вестник БГУ, 2012.
  11. ГОСТ 9561–91, 1992.
  12. СП 41-101-95
  13. СП 63.13330.2018.
  14. Aguiar J. et al. Comparative Study between Shell and Solid Finite Element Models for Steel Joints Characterization //ce/papers, 2024. – 17-26 с.
  15. Quammen C. Scientific Data Analysis and Visualization with Python, VTK, and ParaView //SciPy, 2015. – 31-38 с.