

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Физико-механический институт  
Высшая школа теоретической механики и математической физики

Работа допущена к защите

Директор ВШТМиМФ,

д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН

\_\_\_\_\_ А.М. Кривцов

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г.

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**  
**МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ**  
**МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ ПРИ ПОМОЩИ МУН**  
**НА БАЗЕ МОДЕЛИ EHOIL**

по направлению 01.04.03 Механика и математическое моделирование  
Профиль 01.04.03\_04 Математическое моделирование процессов  
нефтегазодобычи

Выполнил

студент гр. 5040103/20401

Р.А. Бондоров

Научный руководитель

Доцент ВШТМиМФ, к.ф.-м.н.

Е.В. Юдин

Консультант

ООО “Недра” владелец продукта

Н.С. Марков

Санкт-Петербург

2024

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**

**Физико-механический институт**

**Высшая школа теоретической механики и математической физики**

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШТМиМФ

А.М. Кривцов

«\_\_»\_\_\_\_\_20\_\_г.

**ЗАДАНИЕ**

**на выполнение выпускной квалификационной работы**

студенту Бондорову Роману Александровичу, гр. 5040103/20401

1. Тема работы: Моделирование вытеснения нефти при помощи МУН на базе модели ExOil
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 30.05.2024
3. Исходные данные по работе: Актуальные научные публикации по теме работы и смежным темам, постановка задачи, формулы и дифференциальные уравнения из нефтяной индустрии, уравнение Баклея – Леверетта, уравнение баланса массы примеси, модель ExOil, модель линий тока.
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): Исследование методов решения задач нефтяной индустрии, связанных с двухфазной фильтрацией и применением физико-химических методов увеличения нефтеотдачи. Разработка методологии расчета двухфазной фильтрации в присутствии активных примесей на базе связки моделей ExOil и линий тока. Разработка архитектуры и алгоритма расчета на языке программирования Python. Интеграция модуля в текущую архитектуру. Тестирование алгоритма и валидация результатов.
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): не предусмотрено
6. Консультанты по работе: Марков Н.С. – Владелец продукта ООО “Недра”
7. Дата выдачи задания 26.02.2024

Руководитель ВКР \_\_\_\_\_ Е.В. Юдин – доцент ВШТМиМФ, к.ф.-м.н.

Задание принял к исполнению 26.02.2024

Студент \_\_\_\_\_ Р.А. Бондоров

## РЕФЕРАТ

На 49 с., 38 рисунков, 0 таблицы, 0 приложений

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** МУН, ВЫТЕСНЕНИЕ НЕФТИ, ДФУХФАЗНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ПРИСУТСТВИИ АКТИВНЫХ ПРИМЕСЕЙ, УРАВНЕНИЕ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА, МЕТОД ЛИНИЙ ТОКА, АКТИВНАЯ ПРИМЕСЬ, ПРОКСИ-МОДЕЛИРОВАНИЕ

Тема выпускной квалификационной работы: «Моделирование вытеснения нефти при помощи МУН на базе модели eXoil».

Данная работа посвящена исследованию задачи вытеснения нефти при помощи растворов активных примесей в рамках упрощенного подхода прокси-моделирования. Решение построено на основе связки метода граничных элементов, метода линий тока, уравнения переноса активных примесей и дополненного уравнения Баклея-Левретта для переноса водонасыщенности.

В работе рассмотрены существующие подходы к решению задач гидродинамического моделирования и моделирования эффектов от применения МУН и описаны их ключевые достоинства и недостатки. Разработана одномерная модель вытеснения нефти растворами активных примесей при помощи программного языка Python и интегрирована в исходную модель eXoil. Описаны основные алгоритмы расчетов и методология решения. Проведен анализ чувствительности модели к основным параметрам, получены и проанализированы результаты по распределению примеси в пласте и ее влиянию на систему.

## **ABSTRACT**

49 pages, 38 figures, 0 tables, 0 appendices

**KEYWORDS:** METHOD OF INCREASING OIL RECOVERY, OIL DISPLACEMENT, TWO-PHASE FILTRATION IN THE PRESENCE OF ACTIVE IMPURITIES, BUCKLEY-LEVERETT EQUATION, CURRENT LINE METHOD, ACTIVE IMPURITY, PROXY-MODELING

The topic of the final qualification work: "Modeling of oil displacement using method of increasing oil recovery based on the eXoil model".

This work is devoted to the study of the problem of oil displacement using solutions of active impurities in the framework of a simplified modeling approach. The solution is based on a combination of the boundary element method, the current line method, the active impurity transfer equation and the completed Buckley-Beverett equation for water saturation transfer.

The paper considers the existing approaches to solving the problems of hydrodynamic modeling and modeling the effects of the use of method of increasing oil recovery and describes their key advantages and disadvantages. A one-dimensional model of oil displacement by solutions of active impurities using the Python programming language has been developed and integrated into the original eXoil model. The basic calculation algorithms and solution methodology are described. The sensitivity of the model to the main parameters was analyzed, and the results on the distribution of impurities in the reservoir and its effect on the system were obtained and analyzed.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
Глава 1.МНОГОФАЗНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ.....	8
1.1 Описание основных подходов .....	8
1.2 Закон Дарси.....	8
1.3 Закон неразрывности .....	11
1.4 Уравнение пьезопроводности .....	11
1.5 Модель eXoil.....	11
1.6 Постановка задачи.....	14
Глава 2.РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ .....	15
2.1 Модель фильтрации Баклея-Левретта.....	15
2.2 Аналитическое решение .....	17
2.3 Численное решение на основе метода линий тока .....	21
Глава 3.ДВУХФАЗНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ПРИСУТСТВИИ АКТИВНЫХ ПРИМЕСЕЙ .....	30
3.1 Описание МУН.....	30
3.2 Математическая модель .....	31
3.3 Аналитическое решение .....	33
3.4 Численный подход к решению на основе метода линий тока.....	38
3.5 Описание алгоритма решения.....	39
Глава 4.РЕЗУЛЬТАТЫ И ПРИМЕРЫ.....	43
4.1 Двухскваженная модель .....	43
4.2 Многоскваженная модель .....	46
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	50
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	51

## ВВЕДЕНИЕ

Большие месторождения нефти, которые обеспечивают 75% общего объема добычи нефти в России, характеризуются значительным истощением активных запасов и высоким содержанием воды в добываемой продукции. Средний коэффициент извлечения нефти в России составляет около 30%. Третичные методы добычи, также известные как методы увеличения нефтеотдачи (МУН), позволяют добывать дополнительно 5–20% геологических запасов нефти (рис.1). Среди наиболее перспективных методов являются физико-химические методы, такие как закачка поверхностно-активных веществ (ПАВ), полимеров, растворителей, использование щелочно-ПАВ-полимерных композиций (ASP), тепловые МУН, водо-газовое воздействие, закачка кислоты и др. В зависимости от свойств пласта коэффициент нефтеотдачи может достигать 50–70% и даже выше.

Помимо низкого КИН, новые месторождения характеризуются более сложными физико-химическими и геологическими свойствами: низкая проницаемость коллекторов, высокая вязкость нефти, сложное структурное и литологическое строение ловушки, высокая соленость пластовых вод, наличие отрицательно влияющих на вытеснение компонентов в нефти и многое другое. Все это пагубно сказывается на разработке: если раньше физико-химическое воздействие на пласт использовали для 'доотмывки' остаточной нефти и получения дополнительных процентов добычи, то сегодня некоторые месторождения просто не получится разрабатывать без применения дополнительных технологий.

Реализация данных методов – длительный, сложный и дорогостоящий процесс, включающий множество различных этапов: выбор объектов под опытно-промышленные работы (ОПР), лабораторные исследований по подбору химических реагентов, проектирование и анализ эффективности при помощи специальных гидродинамических симуляторов, оборудование месторождений, закачка и мониторинг процесса, анализ и многое другое.

Перед началом любых операций важно иметь оценочные данные о предполагаемом воздействии мероприятий, понимать, как изменится коэффициент извлечения нефти и другие характеристики. В настоящее время расчеты и анализ, проводимые с использованием специализированного программного обеспечения, являются неотъемлемой частью процесса разработки нефтегазовых месторождений. В частности, для оценки и прогнозирования эффективности мероприятий по увеличению добычи нефти из пластов широко используется гидродинамическое моделирование. Существуют как дополнительные модули и функции в крупных коммерческих программных продуктах, дающие возможность оценить эффективность того или иного МУН, так и отдельные специализированные сервисы, позволяющие моделировать закачку растворов с высокой точностью и учитывать большое количество различных процессов.

Однако все современные гидродинамические симуляторы обладают одним критически важным минусом – время расчетов. Создание модели и ее адаптация даже для среднего месторождения может занять несколько месяцев. Что уже говорить о крупных, структурно-сложных месторождениях с сильной дифференциацией свойств по латерали и вертикали. Даже если и получится хоть как-то сааптировать такую модель, с большой долей вероятности она не сможет дать высокую прогнозную точность.

Гибридный подход с использованием искусственного интеллекта и машинного обучения может дать прирост в скорости расчетов и точности адаптаций. Однако, учитывая тот факт, что ни сейсморазведка, ни геофизические исследования скважин, ни гидродинамические исследования скважин не смогут дать достаточной точности для построения качественной и точной ГДМ модели, смысла в этом попросту нет. Учитывая сложность месторождений, никакой современный симулятор не способен дать высокую прогнозную точность, тем более в короткие сроки. Особенно если на это накладываются процессы подбора и закачки химических растворов.

Современные проблемы требуют новых решений. Сегодня гораздо важнее быстро и оперативно обрабатывать информацию, для чего абсолютно не подходит устаревшие гидродинамические модели. Таким образом, тенденцией последних лет является переход к так называемому прокси-моделированию – упрощенному подходу, в котором используется ограниченный набор наиболее важных данных для описания процессов разработки месторождений. Прокси-модели способны решать прикладные задачи быстрее, чем классическое гидродинамическое моделирование, что является важным преимуществом при решении ресурсоёмких задач. Кроме того, использование прокси-моделей позволяет снизить требования к качеству и полноте исходных данных.

Методы, используемые в прокси-моделировании, направлены на снижение размерности, осреднение свойств и упрощение решения, ведь основной целью является скорость и оперативность. Обычно это набор нескольких упрощенных моделей, интегрированных друг в друга, каждая из которых направлена на решение конкретной задачи. Основная сложность такого подхода – правильно подобрать модели и связать их между собой, учитывая специфику и ограничения, ведь не смотря на их простоту и скорость расчетов, это по-прежнему физически-обоснованное решение.



# Глава 1. МНОГОФАЗНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

## 1.1 Описание основных подходов

Задача многофазной фильтрации и фильтрации нефти в присутствии активных примесей в частности не является новой. Существует огромное количество статей и работ, посвященные данной теме. Большинство современных симуляторов позволяют проводить расчеты для оценки и анализа применения МУН. В некоторых инструментах активная примесь моделируется в упрощенном варианте через изменение свойств системы, в других выделяется в отдельную фазу со своими свойствами и параметрами. В рамках данной работы рассматривается двухфазная фильтрация нефти и воды в присутствии химических добавок.

Почти все реализованные подходы – тяжелые трехмерные сеточные модели, в которых численными методами решаются громоздкие системы уравнений, не подходящие для оперативного решения задач оптимизации разработки месторождения. Необходимо создание и развитие новых концепций в рамках прокси-моделирования.

Моделирование фильтрации флюидов в пористой среде в присутствии активных примесей основано на решении базовой задачи многофазной фильтрации, которое дополняется уравнением баланса массы примеси и необходимыми соотношениями, которые описывают процессы сорбции и диффузии примеси, а также изменение свойств системы, в зависимости от концентрации.

## 1.2 Закон Дарси

Основу любой гидродинамической модели составляет уравнение фильтрации. В большинстве случаев для этого используется закон фильтрации Дарси, описывающий линейную связь скорости фильтрации и давления. В упрощенной форме уравнение выглядит следующим образом:

$$q = -\frac{k}{\mu} \nabla p, \quad (1.1)$$

где  $\nabla p$  – градиент давления,  $q$  – объемный поток,  $k$  – абсолютная проницаемость,  $\mu$  – вязкость жидкости.

Величина  $q$  – скорость Дарси, связанная с скоростью потока через пористость:

$$q = \varphi u, \quad (1.2)$$

где  $\varphi$  – пористость,  $u$  – скорость потока, с которой жидкость проходит через поры.

В случае анизотропной пористой среды проницаемость является тензором второго порядка, и в тензорной записи можно записать более общий закон:

$$q_i = -\frac{k_{ij}}{\mu} \partial_j p. \quad (1.3)$$

Для многофазного случая помимо абсолютной проницаемости появляется относительная фазовая проницаемость (ОФП), которая определяется как отношение проницаемости для отдельно взятого флюида при наличии как минимум одного другого флюида (фазовая проницаемость) к абсолютной проницаемости. При этом ОФП всегда зависит от насыщенности ( $S$ ) порового объема данным флюидом:

$$k_{\text{относительная}}(S) = \frac{k_{\text{фазовая}}(S)}{k_{\text{абсолютная}}}. \quad (1.4)$$

В зависимости от сложности задачи может присутствовать как две фазы (нефть-вода или нефть-газ), так и более. Обобщенный вид закона Дарси на многофазный случай имеет вид:

$$q_i = -\frac{k_{abs} k_i}{\mu_i} \nabla p, \quad (1.5)$$

где  $i$  – индекс фазы или компонента,  $q_i$  – поток фазы,  $k_{abs}$  – абсолютная проницаемость,  $k_i$  – ОФП фазы,  $\mu_i$  – вязкость фазы.

Закон Дарси справедлив для широкого диапазона скоростей, из-за чего очень часто встречается при решении задач фильтрации. Однако не стоит забывать, что закон Дарси – это частный случай уравнения Навье-Стокса:

$$\nabla p = -\rho \frac{d\vec{V}}{dt} + \vec{f} - (\vec{V} \cdot \nabla)\rho\vec{V} + \mu \cdot \Delta\vec{V}. \quad (1.6)$$

Для перехода к уравнению Дарси вводятся несколько важных допущений и ограничений: 1) несжимаемая среда (постоянная плотность); 2) скорость течения достаточно низкая, влиянием инерционных сил можно пренебречь; 3) ускорением свободного падения можно пренебречь. В результате сокращения лишних частей остается единственный диффузионный член, при добавлении к которому пористости и проницаемости уравнение принимает вид закона Дарси. Для оценки предела применимости линейного закона в гидродинамике используют число Рейнольдса – критерий, позволяющий определить критическое значение скорости фильтрации, выше которой поток приобретает более сложный вид.

В частности для сжимаемого случая двухфазной фильтрации нефти и воды закон Дарси имеет вид:

$$\begin{aligned} v_H &= -\frac{k_{abs}k_H(S_H)}{\mu_H}(\nabla p_H + g\rho_H), \\ v_B &= -\frac{k_{abs}k_B(S_B)}{\mu_B}(\nabla p_B + g\rho_B), \end{aligned} \quad (1.7)$$

где  $k_{abs}$ ,  $k_H$  и  $k_B$  – проницаемости – абсолютная и относительная (фазовая) по нефти и воде соответственно;  $\mu_H$ ,  $\mu_B$  – коэффициенты динамической вязкости нефти и воды;  $\rho_H$ ,  $\rho_B$  – коэффициенты плотности нефти и воды. В таком случае вязкость и плотность флюидов зависит от давления.

### 1.3 Закон неразрывности

Для случая двухфазной фильтрации нефти и воды закон сохранения массы имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\varphi\rho_{\text{H}}(1 - S_{\text{B}}))}{\partial t} + \text{div}(\rho_{\text{H}}v_{\text{H}}) &= 0, \\ \frac{\partial(\varphi\rho_{\text{B}}S_{\text{B}})}{\partial t} + \text{div}(\rho_{\text{B}}v_{\text{B}}) &= 0,\end{aligned}\tag{1.8}$$

где  $\varphi$  – пористость,  $\rho_{\text{H}}$  и  $\rho_{\text{B}}$  – плотность нефти и воды,  $v_{\text{H}}$  и  $v_{\text{B}}$  – скорость фильтрации нефти и воды,  $S_{\text{B}}$  – водонасыщенность.

В некоторых работах приведенные законы можно встретить в другой записи или в виде комбинированных уравнений.

### 1.4 Уравнение пьезопроводности

Для расчета давлений чаще всего используется уравнение пьезопроводности, которое выводится из закона сохранения массы, закона Дарси и уравнения состояния:

$$\frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2},\tag{1.9}$$

где  $\kappa = \frac{\kappa}{\varphi\mu C_t}$  – коэффициент пьезопроводности,  $C_t$  – общая сжимаемость.

### 1.5 Модель eXoil

Система приведенных выше уравнений или их вариаций составляют основу любого современного гидродинамического симулятора. Решение прямой и обратной задачи даже двухфазной фильтрации в рамках месторождения при таком подходе – очень трудоемкий и долгий процесс. Как было указано выше: на сегодняшний день гораздо важнее скорость анализа и принятие решения, нежели точность расчетов. Исходя из этого, в большинстве крупных нефтяных кампаний

существует потребность в развитии упрощенного подхода к моделированию и созданию новых прокси-моделей.

Одним из таких проектов является модель eXoil, разрабатываемая в кампании 'Газпром-нефть', основанная на комбинации упрощенных методов, позволяющих снизить размерность решения и, как следствие, скорость расчетов. Для построения карт давлений используется интегральный метод граничных элементов (МГЭ), суть которого заключается в следующем: все элементы системы (скважины, границы, разломы) – это источники, а решение в конкретной точке области – это суперпозиция воздействия всех источников. Данный метод позволяет избежать сеточных численных расчетов и в короткий срок построить карту давлений:

$$p(\vec{r}) = p_0 + \sum_{j=1}^n \frac{q_j^{fic}}{L_j} \int_{[P_j, P_{j+1}]} \ln(|\vec{r} - \vec{r}_j^{fic}|) dl + \sum_{i=1}^{N_1} \frac{Q_i \mu_i}{2\pi k_i h_i} \ln(|\vec{r} - \vec{r}_i|) + \sum_{m=1}^{N_2} \frac{Q_m^{frac} \mu_m}{2\pi k_m h_m} \int_{[L_m^0, L_m^1]} \ln(|\vec{r} - \vec{r}_m^{frac}|) dl, \quad (1.10)$$

где  $p_0$  – начальное давление в точке,  $q_j^{fic}$  – интенсивность фиктивных источников (граница),  $\vec{r}$  радиус-вектор,  $N_1$  – вертикальные скважины,  $N_2$  – горизонтальные скважины,  $L$  – расстояние до источников,  $Q$  - дебит на скважине,  $h$  - эффективная толщина пласта в точке скважины.

Модель является двумерной и способна решать как прямую, так и обратную задачу, а также задачу прогноза дебитов и давлений. Кроме того, реализована адаптация модели на реальные данные за счет варьирования параметров проницаемости, эффективной толщины, и коэффициентов продуктивности. В рамках проекта eXoil данный модуль носит название Proxu и может использоваться как отдельный инструмент.

Описанный подход сильно выигрывает в скорости у конечно-разностных моделей и требует гораздо меньший набор входных данных. Однако метод имеет

ряд минусов: 1) нет разделения на фазы нефть вода, расчеты проводятся как будто для одного флюида, свойства которого могут быть разными для разных скважин; 2) модель не имеет информации о распределении параметров в межскважинном пространстве. Это может приводить к большой ошибке и расхождению результатов с другими симуляторами и реальными данными, однако все допущения компенсируются адаптацией модели и подбором параметров. Подробное описание метода описано в работах [1] и [5].

Для решения задач, связанных с фильтрацией (расчета обводненности скважин, построения карт насыщенности пласта, прогноза обводнения и др.) в модели eXoil применяется метод линий тока в связке с законом Баклея-Леве-ретта.

Данный метод известен очень давно и применялся не только для задач моделирования вытеснения нефти. С глобальным развитием сеточных моделей подход стал менее популярным, ввиду более низкой точности, и использовался в основном для вспомогательной визуализации и анализа решения, показывая мгновенную траекторию движения в пласте. Однако сегодня, в эпоху развития упрощенного прокси-моделирования, метод линий тока становится более актуальным, как один из вариантов снижения размерности решения. Кроме того метод обладает важнейшим плюсом – решение вдоль каждой линии тока в каждый момент времени считается независимым от других линий тока. Это означает, что расчеты можно проводить не последовательно, а параллельно, что позволяет снизить затраченное время на порядки, в сравнении с обычными сеточными моделями. Более подробно с данным методом можно ознакомиться в работе [4].

Метод так же имеет некоторые недостатки, способные приводить к сильным погрешностям: 1) допущение о несжимаемости флюидов; 2) не полное покрытие зон фильтрации линиями тока; 3) проблемы, связанные с особенностями метода и перехода от одномерного решения к двумерному и др. Однако, аналогично предыдущему методу, все ограничения компенсируются адаптацией модели, которая также реализована в рамках eXoil. Кроме того, модуль также

можно использовать как отдельный инструмент при наличии рассчитанных сеток давлений.

Описанная связка имеет хорошую сходимость с сеточными гидродинамическими симуляторами. Ошибка в результатах прямых расчетов составляет менее 5% для дебитов и забойных давлений. Такую же погрешность имеют значения давлений и насыщенности в ячейках карт, рассчитанных с одинаковым шагом.

Данная модель еще находится на этапе разработки, однако уже хорошо показала себя на реальных месторождениях: при помощи данного инструмента уже сейчас ведутся работы по адаптации и получению прогнозов на некоторых действующих месторождениях.

## **1.6 Постановка задачи**

Описанный выше подход уже хорошо зарекомендовал себя, в связи с чем у компании есть потребность в его развитии: доработка и улучшение имеющейся модели, а также интеграция новых модулей и функционала, позволяющих решать смежные задачи. Одной из таких задач является моделирование вытеснение нефти с использованием МУН, необходимое для оперативной оценки эффекта закачки различных растворов активных примесей, подбора мероприятий по увеличению коэффициента извлечения нефти и оптимизации разработки месторождения.

Задачу можно разбить на несколько этапов:

- Изучить имеющиеся методы и подходы
- Разработать методологию, удовлетворяющую особенностям имеющейся модели
- Реализовать решение в виде отдельного модуля, дополняющего базовую модель
- Интегрировать модуль в текущую архитектуру модели с возможностью дальнейшего гибкого развития и доработки

## Глава 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

### 2.1 Модель фильтрации Баклея-Лeverетта

Как было сказано ранее, для решения задач фильтрации в модели eXoil используется закон Баклея-Лeverетта. В обычных конечно-разностных моделях уравнение используется в его полной трехмерной форме:

$$m \frac{\partial S_i}{\partial t} + u_i \nabla F_i + \nabla G_i = q_s F_{is}, \quad (2.1)$$

где  $i$  – конкретная фаза или компонент,  $S_i$  – насыщенность фазы,  $u_i$  – скорость фильтрации фазы,  $F_i$  – функция Баклея-Лeverетта для данной фазы и насыщенности,  $G_i$  – гравитационная компонента,  $q_s$  – поток в источнике или стоке.

В методе линий тока трехмерное уравнение разбивается на множество одномерных, которые решаются вдоль каждой линии тока. Базовое упрощенное уравнение двухфазной фильтрации Баклея-Лeverетта для одномерного случая выглядит следующим образом:

$$m \frac{\partial S_w}{\partial t} + u_t \frac{\partial F(S_w)}{\partial x} = 0, \quad (2.2)$$

где  $m$  – пористость,  $S_w$  – водонасыщенность,  $u_t$  – скорость фильтрации потока,  $F$  – функция Баклея-Лeverетта, которая выглядит следующим образом:

$$F(S_w) = \frac{\frac{k_w(S_w)}{\mu_w}}{\frac{k_w(S_w)}{\mu_w} + \frac{k_o(S_w)}{\mu_o}}, \quad (2.3)$$

где  $k_w$  и  $k_o$  – относительные фазовые проницаемости,  $\mu_w$  и  $\mu_o$  – вязкости воды и нефти соответственно.



Физический смысл функции Баклея-Левретта – отношение подвижности воды к сумме подвижностей воды и нефти. Учитывая, что  $F$  зависит от водонасыщенности, которая в свою очередь зависит от координаты, уравнение можно переписать в виде:

$$m \frac{\partial S_w}{\partial t} + u_t \frac{\partial F}{\partial S_w} \cdot \frac{\partial S_w}{\partial x} = 0. \quad (2.4)$$

Данный закон фильтрации выводится из уравнений Дарси и неразрывности флюидов. Уравнение описывает непоршневое изотермическое вытеснение несжимаемых жидкостей. Основная идея данного закона – жидкости движутся в соответствии с фазовыми проницаемостями. Типичный вид функции Баклея-Левретта представлен на рисунке 2.1. В зависимости от свойств флюидов, график может быть как S-образный, так и выпуклый или вогнутый.

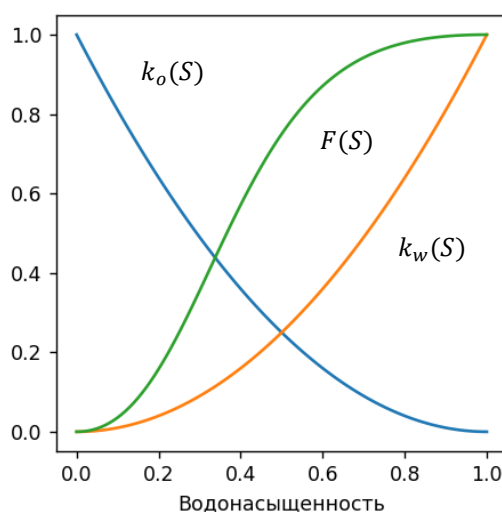


Рисунок 2.1 – ОФП нефти и воды, кривая Баклея-Левретта

Моделирование фильтрации при помощи данного уравнения не требует дополнительного решения уравнения баланса массы, что дает выигрыш в скорости расчетов, относительно других подходов.

## 2.2 Аналитическое решение

Уравнение Баклея-Левретта имеет несколько способов решения. Наиболее часто в работах описывается графо-аналитический метод или метод характеристик. Физической особенностью модели является зависимость скорости фильтрации воды от значения насыщенности. Другими словами, ‘скорость’ движения каждой насыщенности – это значение производной функции Баклея-Левретта в этой точке (рис. 2.2). Однако, как видно из графика, с ростом водонасыщенности скорость сначала возрастает, а затем снижается, что физически невозможно.

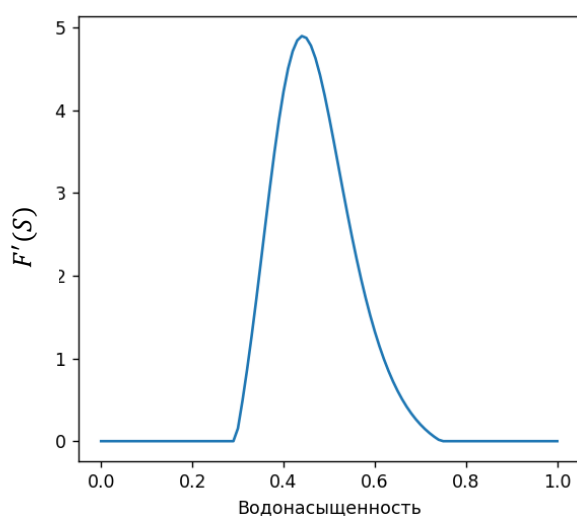


Рисунок 2.2 – производная функции Баклея-Левретта

Для решения данной проблемы сначала ищется значение насыщенности на фронте вытеснения – точка пересечения графика функции Баклея-Левретта и касательной, проведенной из значения начальной насыщенности  $S_{wi}$  (данный подход исходит из условий на скачках насыщенности и баланса масс каждой фазы) (рис. 2.3).

После этого значения производной функции Баклея-Левретта изменяются таким образом, что значения для насыщенностей меньше  $S_{wf}$  приравниваются к значению для  $S_{wf}$  (рис.2.4).

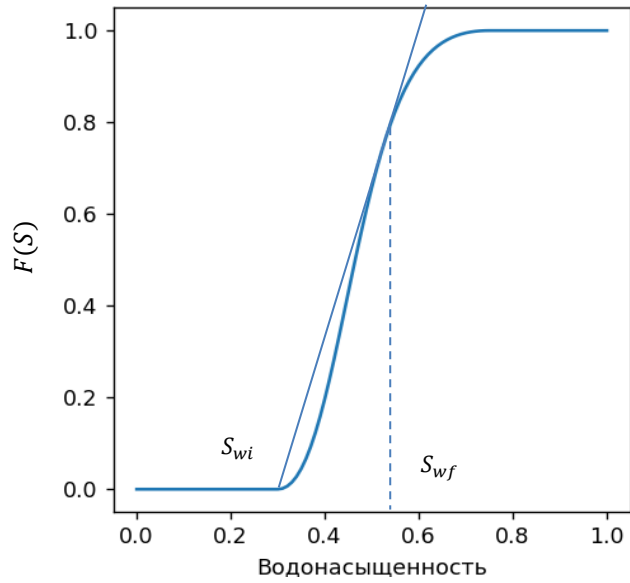


Рисунок 2.3 – построение касательной к графику функции Буклея-леверетта

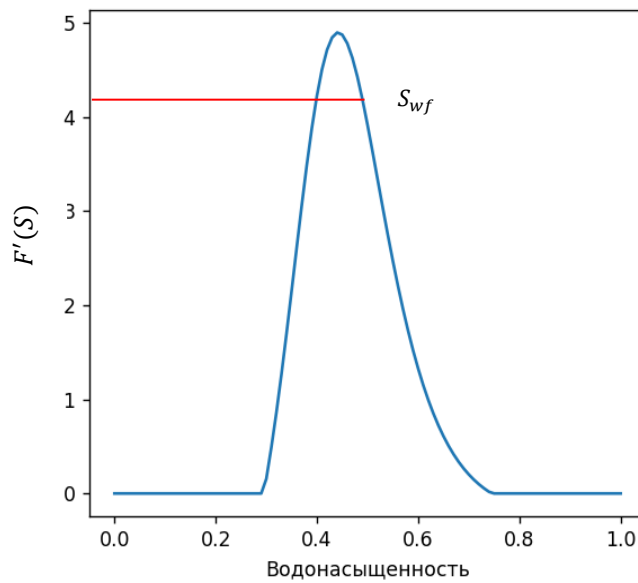


Рисунок 2.4 – нахождение скоростей движения насыщенностей

После преобразований для нашего уравнения справедливо решение:

$$x(S_w) = \frac{u_t}{m} F'(S_w) t, \quad (2.5)$$

где  $x$  – координата конкретной насыщенности,  $F'(S_w)$  – преобразованные значения производных,  $t$  – время.

При этом, как видно из графиков (рис. 2.5), ‘обрезанные’ при таком решении части совпадают по размерам, что говорит о соблюдении баланса массы.

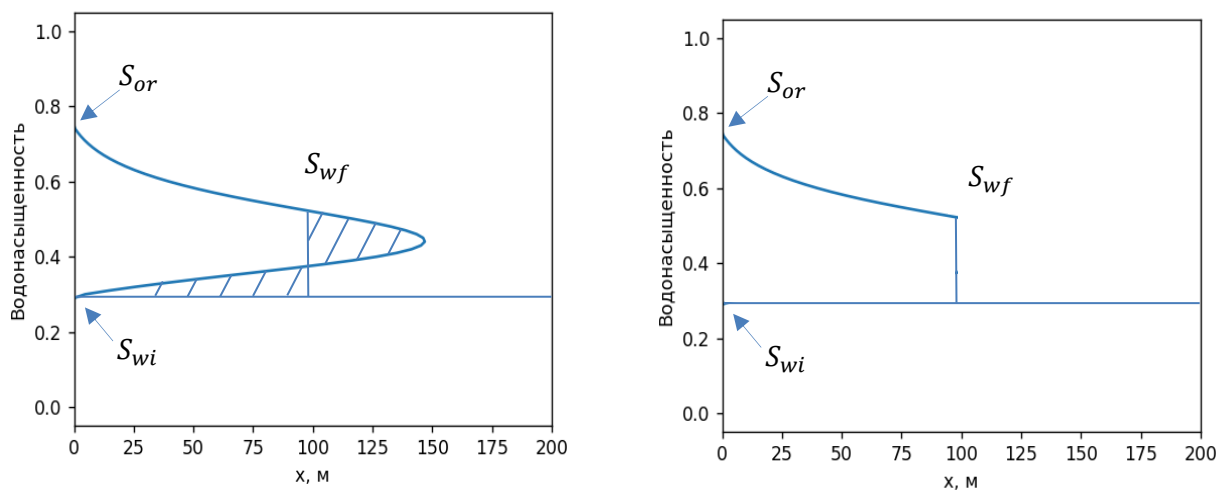


Рисунок 2.5 – расчет одномерного фронта вытеснения

Данный метод позволяет очень быстро рассчитать одномерный фронт вытеснения для любого заданного времени, однако имеет критический недостаток, не позволяющий гибко использовать его в симуляторах – метод применим только для однородной начальной водонасыщенности. Учитывая, что абсолютно все реальные месторождения имеют неоднородное распределение насыщенности по латерали, из-за чего вытеснение может происходить кардинально по-другому – для моделирования необходимо использовать численный метод.

Вдобавок к этому, численный подход позволяет довольно просто и гибко рассчитывать различные более сложные процессы, связанные с закачкой в пласт: остановка скважины, перевод в нагнетание, периодическая закачка и тд.

Забегая вперед, стоит отметить, что в рамках работы было проведено сравнение численного и аналитического подходов решения уравнения. Как видно на графике (рис. 2.6), для однородного начального поля насыщенности вид фронта вытеснения совпадает, при том, что аналитические расчеты занимают на порядок меньше времени.

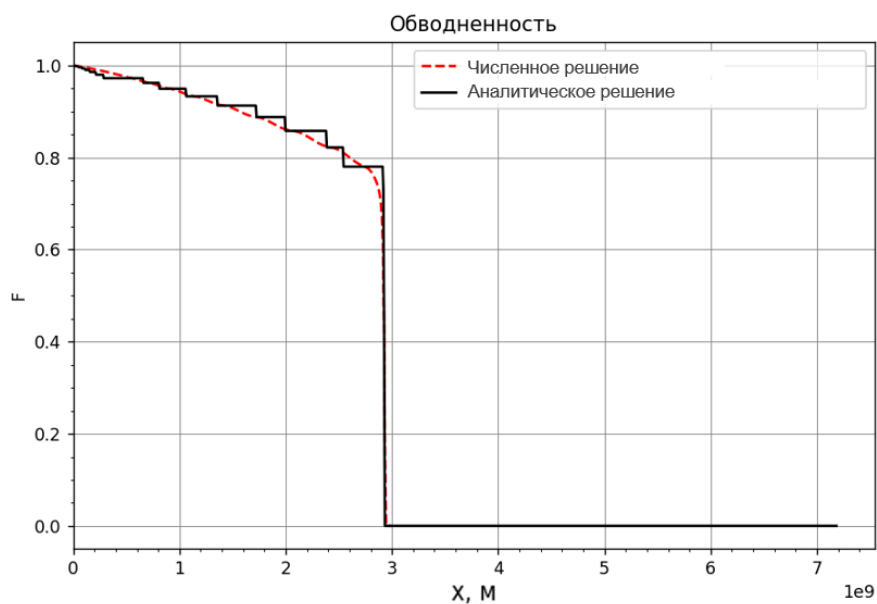


Рисунок 2.6 – сравнение численного и аналитического решения

Однако в тесте с неоднородной начальной насыщенностью (рис.2.7-2.8) мы видим явное расхождение результатов, что говорит о невозможности использования аналитического решения без существенных доработок для работы с реальными объектами.

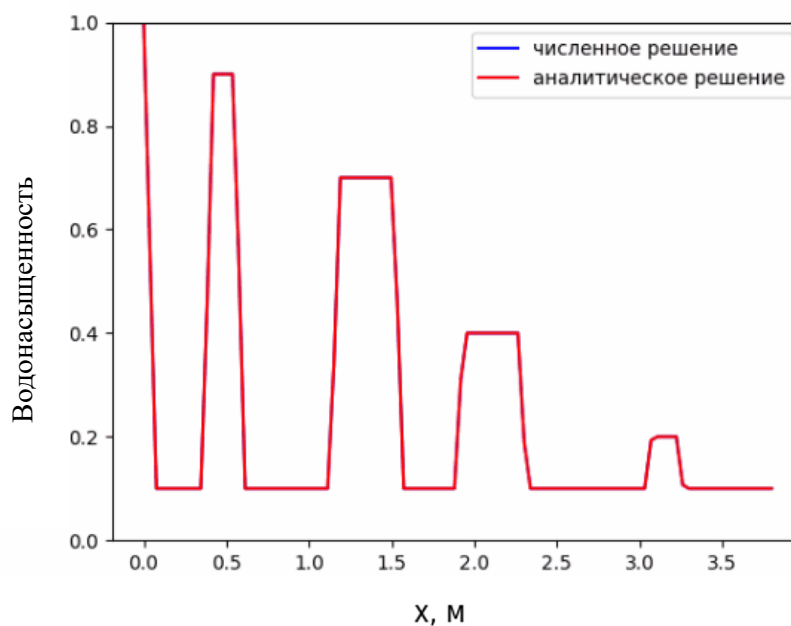


Рисунок 2.7 – неоднородное распределение начальной насыщенности вдоль координаты решения

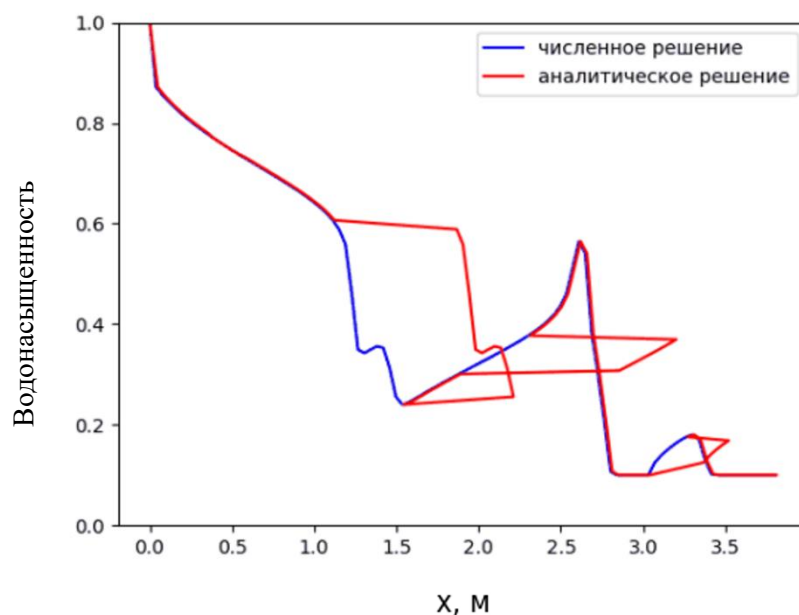


Рисунок 2.8 – результаты численного и аналитического решения для неоднородного случая

### 2.3 Численное решение на основе метода линий тока

Линия тока – мгновенная кривая в пространстве, вдоль которой каждая точка является тангенсом вектора скорости в этой точке. Основным является предположение о том, что поле скорости в каждом направлении координаты изменяется линейно и независимо от других направлений. Данный подход позволяет перейти от 2D и 3D модели к сумме одномерных решений вдоль множества линий тока, в нашем случае – решений уравнения Баклея-Левретта (более подробно будет описано далее).

Первым делом по рассчитанной карте давлений от скважин строятся линии тока, причем в реализованной модели трассировка линий тока проводится как от нагнетающих скважин, так и от добывающих, что влияет на качество результата.

От каждой грани ячейки, в которой находится скважина, ‘запускается’ заданное количество линий тока. Зная координату входа в ячейку, свойства пласта и флюидов в ячейке и давление в соседних ячейках определяется точка выхода: рассчитывается скорость движения в направлении осей и градиент изменения

скоростей, после чего находится грань выхода и рассчитывается новая координата и время пролета через ячейку (рис. 2.9). Так длится до тех пор, пока линия тока не уткнется в другую скважину, разлом или границу модели, или пока не застрянет в зоне экстремума давления (рис. 2.10)[4].

При построении карт давлений учитываются данные о разломах, в резуль-

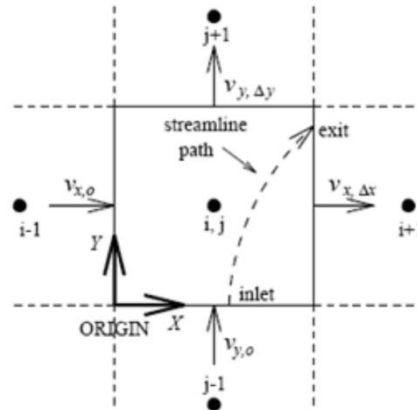


Рисунок 2.9 – трассировка линий тока [4]

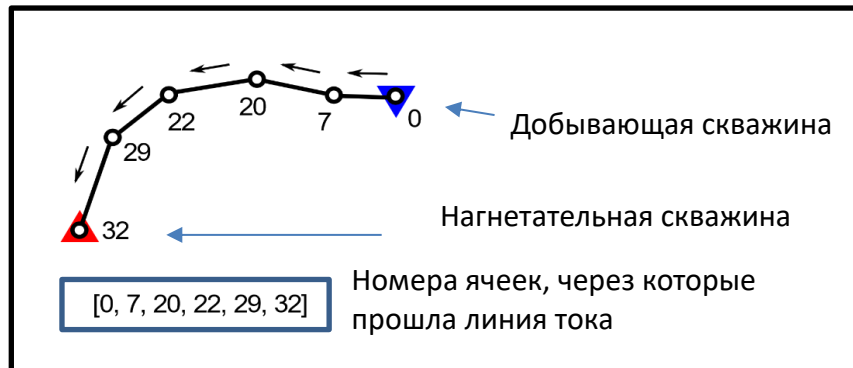


Рисунок 2.10 – схематическое изображение трассировки

тате чего линии тока могут как утыкаться в разломы, так и обтекать их (рис. 2.11).

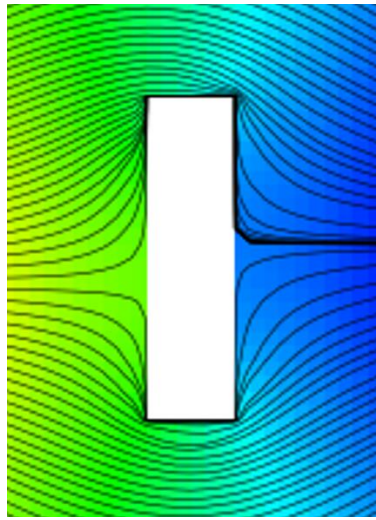


Рисунок 2.11 – эффект обтекания разлома линиями тока

В результате получается набор траекторий (рис. 2.12-2.13), вдоль которых решается одномерное уравнение Баклея-Левретта.

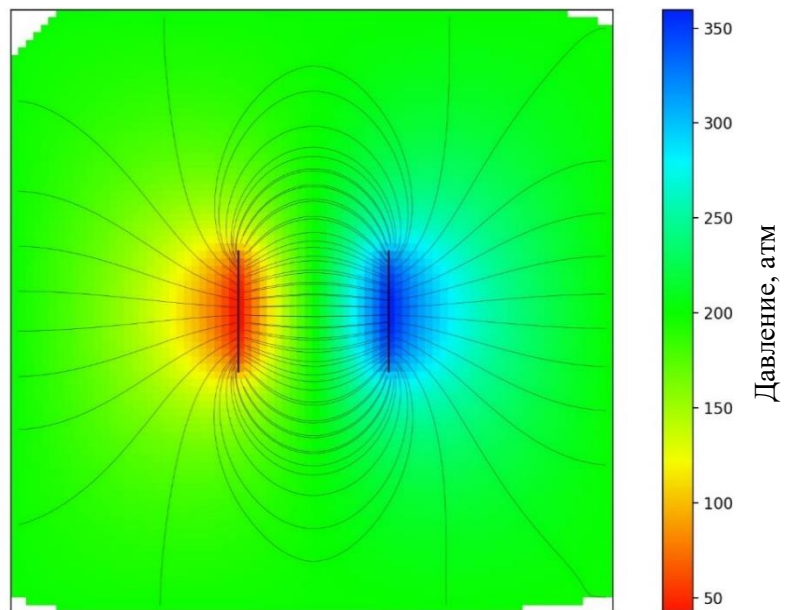


Рисунок 2.12 – пример рассчитанных траекторий линий тока для двух горизонтальных скважин по карте давления

Для численного решения необходимо преобразовать координаты уравнения. В разных работах можно найти несколько вариантов для данной задачи. В



нашей модели уравнение решается в координатах времени ( $t$ ) и времени пролета ( $\tau$ ). Время пролета – это время, необходимое для преодоления расстояния вдоль линии тока, основанное на поле скоростей, зависящих от свойств пласта и флюидов.

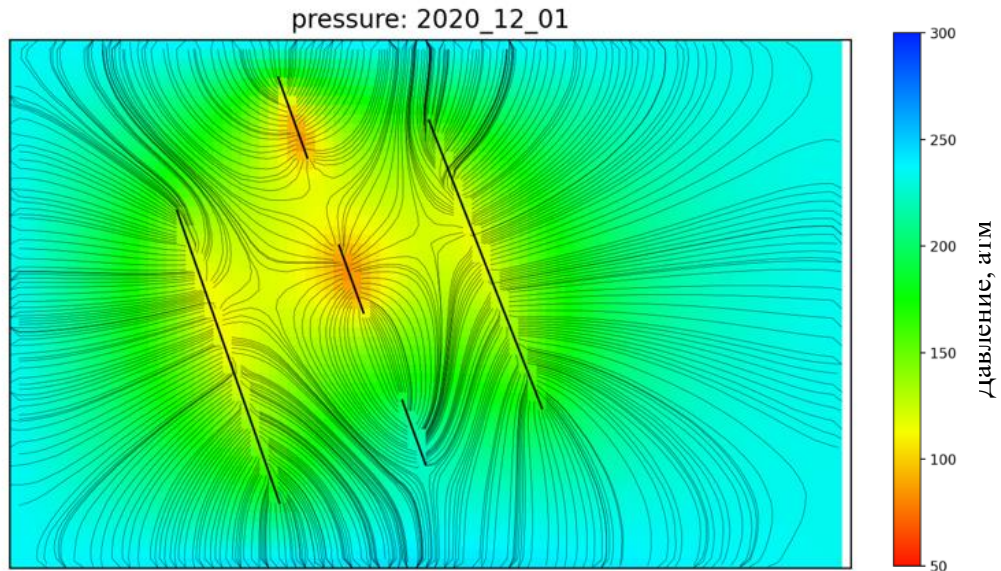


Рисунок 2.12 – пример рассчитанных траекторий линий тока для участка реального месторождения

Математически, время пролета определяется по следующей формуле:

$$\tau = \int_0^s \frac{\varphi(x)}{|u_t(x)|} dx. \quad (2.6)$$

Данный интеграл равен сумме времен пролета через каждый блок сетки при трассировке линии тока:

$$\tau = \sum_{i=1}^{nblocks} \Delta t_i, \quad (2.7)$$

где  $\Delta t_i$  – приращение времени пролета через блок сетки  $i$ .

В новых координатах  $t$  и  $\tau$  уравнение Баклея-Левретта имеет вид:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \tau} = 0. \quad (2.8)$$

При разработке модели были протестированы разные численные схемы для решения этого уравнения. Более сложные и точные схемы при данном подходе занимают гораздо больше расчетного времени при низком приросте в точности, т.к. основная погрешность модели образуется при переходе от одномерных решений к двумерному. Поэтому выбор остановился на самой обычной конечно-разностной схеме:

$$\frac{S_i^{n+1} - S_i^n}{\Delta t} + \frac{F_i^n - F_{i-1}^n}{\Delta \tau} = 0. \quad (2.9)$$

Отсюда:

$$S_i^{n+1} = S_i^n + \frac{\Delta t(F_i^n - F_{i-1}^n)}{\Delta \tau}. \quad (2.10)$$

Критерий Куранта в нашем случае имеет вид:

$$\frac{F'_{max}(S_w)\Delta t}{\Delta \tau} < 1, \quad (2.11)$$

где  $F'(S_w)$  – максимальное значение производной функции Баклея-Леве-ретта для рассматриваемых свойств.

Имеющаяся после трассировки одномерная сетка линии тока имеет мало узлов и разный шаг по времени пролета. Для решения уравнения вдоль каждой линии создается более мелкая регулярная сетка, необходимая для точного решения и отсутствия эффектов вытягивания и размазывания фронта вытеснения.

Типичный вид движения одномерного фронта вытеснения представлен на рисунке 2.13.

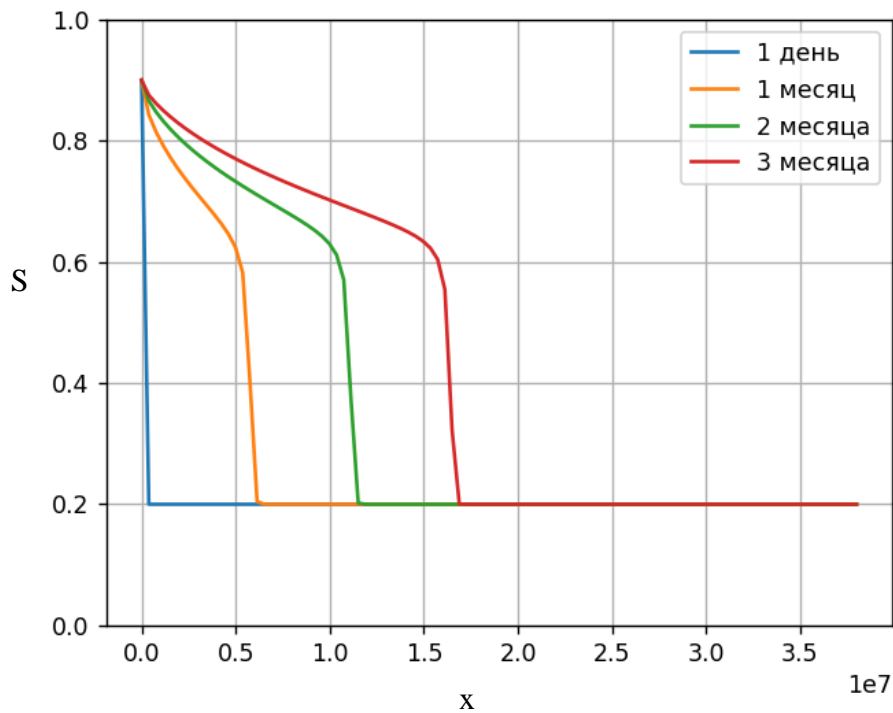


Рисунок 2.13 – движение одномерного фронта вытеснения

Вид фронта может отличаться, в зависимости от вязкостей и относительных фазовых проницаемостей флюидов (рис. 2.14-2.15). Чем ближе свойства флюидов друг к другу, тем больше фронт похож на поршневое вытеснение.

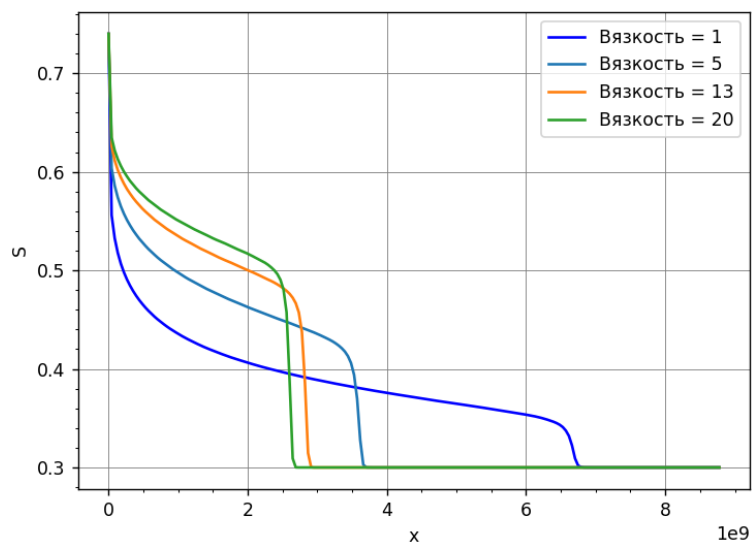


Рисунок 2.14 – пример влияния вязкости воды на фронт вытеснения (вязкость указана в сПз)

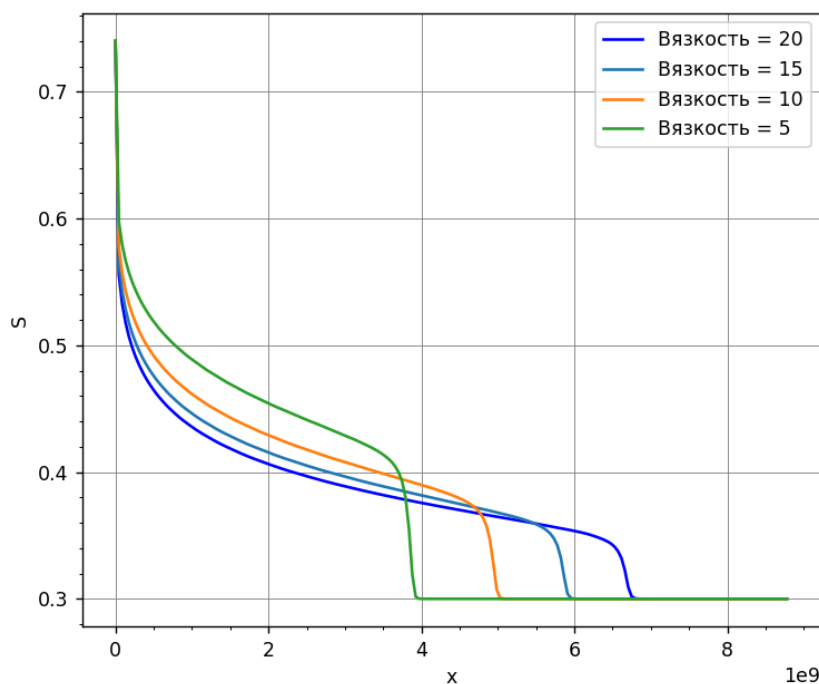


Рисунок 2.15 – пример влияния вязкости нефти на фронт вытеснения (вязкость указана в сПз)

Если задать одинаковые вязкости и ОФП (крестообразные), фронт примет почти вертикальный вид и вытеснение перейдет в поршневое.

После переноса насыщенности вдоль всех линий тока необходимо ‘собрать’ двумерное решение из набора одномерных. В нашей модели для этого используется интерполяция. Для всех узлов регулярных одномерных сеток рассчитываются координаты по X и Y, исходя из исходной нерегулярной сетки, и вместе со значениями насыщенности подаются в функцию интерполятора, который используется для построения карты насыщенности на текущем шаге и при трассировке на следующем временном шаге для расчета свойств.

Ранее при создании интерполятора сначала производился перенос решения с регулярной сетки обратно на регулярную, однако такое действие в некоторых случаях может накапливать огромную ошибку: . Первый вариант хоть и дольше, зато минимизирует суммарную ошибку операций интерполяции.

Изначально модель была реализована в стационарном виде, то есть рассчитывались только одна карта давления, по которой один раз трассировались линии тока и решались уравнения фильтрации для всего диапазона заданного времени.

Позже модель была доработана на нестационарный случай, в результате чего весь рассматриваемый диапазон времени разбивается на заданные отрезки (неделя, месяц, 3 месяца и тд) и описанный выше алгоритм проделывается на каждом временном отрезке: для каждого отрезка времени строится карта давления, строятся линии тока, решается уравнение вытеснения и рассчитывается карта насыщенности. Такой подход работает гораздо дольше стационарного, однако является более точным и корректным.

После построения карты насыщенности на каждом временном отрезке для скважин рассчитывается обводненность в долях единицы. Имея данные о дебитах жидкости, полученные из Pгоху, рассчитываются дебиты воды и нефти. На основе этих параметров происходит адаптация модели на реальные данные: на каждый временной отрезок сравниваются полученные и реальные кривые обводненности скважин, корректируются свойства флюидов и заново запускается расчет модели (рис. 2.16).

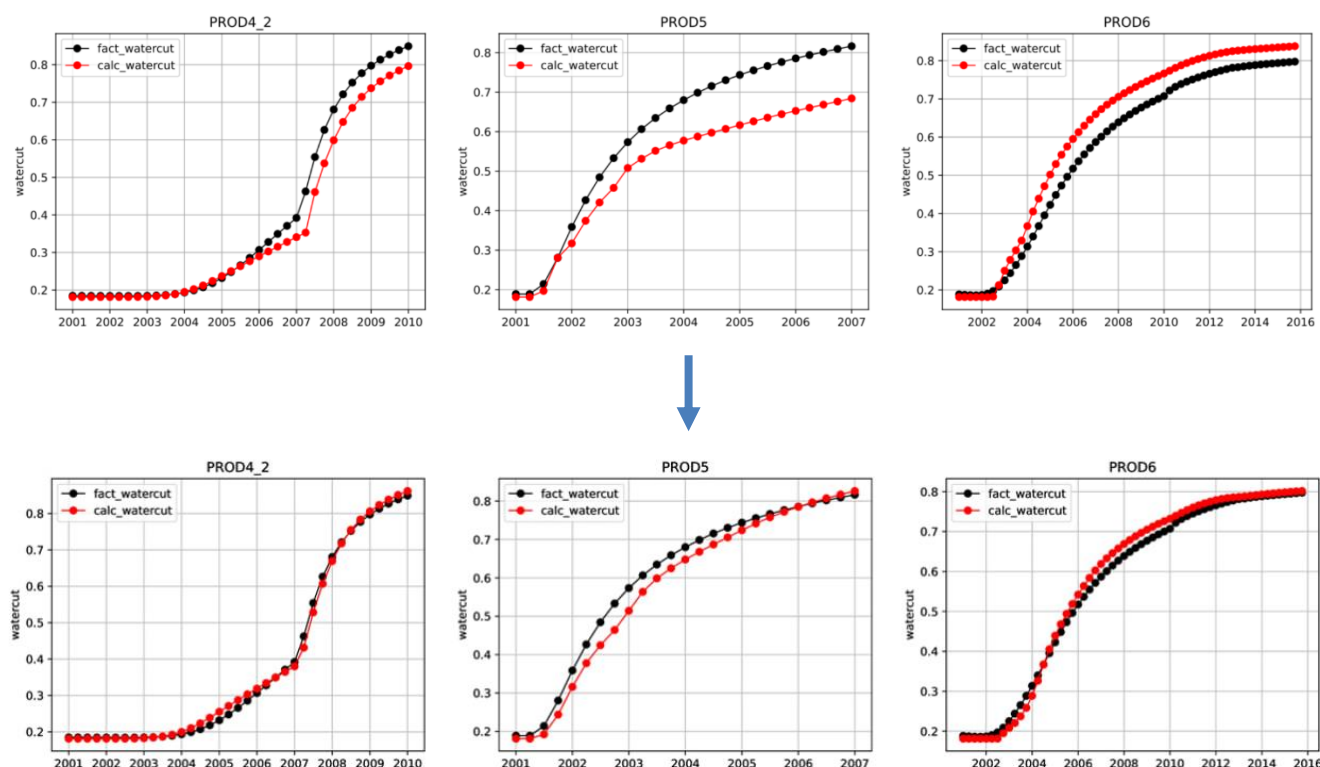


Рисунок 2.16 – пример результатов адаптации модели на данные обводненности скважин

После адаптации модели на реальные данные рассчитывается прогноз дебитов и обводненности на необходимый период времени (месяц, 3 месяца, год и тд). Кроме того, на прогнозный период можно изменить условия на скважинах: поменять забойное давление или приемистость нагнетательных скважин, что позволяет рассчитать несколько различных сценариев и подобрать наиболее оптимальный вариант для оптимизации разработки месторождения.

Помимо изменения забойных давлений и приемистости оптимизировать добычу можно при помощи МУН, для чего и необходимо добавить в модель возможность расчета фильтрации в присутствии активных примесей, изменяющих свойства системы. Описание методологии, реализация и сравнение с другими моделями будут представлены в следующей главе.

## **Глава 3. ДВУХФАЗНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ПРИСУТСТВИИ АКТИВНЫХ ПРИМЕСЕЙ**

### **3.1 Описание МУН**

Все физико-химические МУН подразумевают закачивание в пласт раствора, который изменяет свойства системы. Например, закачка поверхностно-активных веществ (ПАВ) и щелочей изменяет смачиваемость и межфазное натяжение между водой и нефтью, тем самым, влияет на относительную фазовую проницаемость флюидов и коэффициент вытеснения. Добавка полимерного раствора влияет на вязкость вытесняющего флюида, а также проницаемость пласта: огромные молекулы полимера могут застревать в узких каналах пористой среды, что позволяет закупорить высокопроницаемые каналы и повысить коэффициент охвата заводнения. Другие типы МУН, такие как газовые и тепловые, направлены на снижение вязкости нефти, из-за чего она лучше вытесняется и вода не прорывается вперед.

В процессе вытеснения концентрация примеси в вытесняющем флюиде может изменяться по нескольким причинам: 1) часть примеси может переходить из воды в нефть (диффузия); 2) примесь может оседать на стенках пористой среды (адсорбция); 3) примесь может распадаться из-за времени, температуры, солености и др.; 4) примесь может уходить в связанную пластовую воду, тем самым разбавляя раствор и снижая концентрацию в фильтрующейся части. Данные процессы могут вносить как положительный эффект (например в случае с полимерами), так и отрицательный (снижение концентрации ведет к возвращению базовых свойств). Для получения корректного решения необходимо учитывать данные процессы при моделировании вытеснения.

### 3.2 Математическая модель

В рамках описанной выше модели линий тока задача фильтрации в присутствии активной примеси сводится к отслеживанию распределения концентрации примеси вдоль линий тока и изменению свойств флюидов согласно входным зависимостям. Таким образом изменится функция Баклея-Левретта, вид фронта вытеснения,  $a$ , следовательно, и решение в целом.

В рамках упрощенного моделирования примесь не выделяется в отдельную фазу, а служит лишь добавкой, которая учитывается в виде концентрации в воде ( $c$ ). Распределение концентрации примеси вдоль линии тока рассчитывается при помощи уравнения баланса массы, которое с учетом процессов адсорбции и диффузии в координатах  $t$  и  $\tau$  имеет вид:

$$\frac{\partial [cS_w + \varphi \cdot (1 - S_w) + a]}{\partial t} + \frac{\partial [cF + \varphi \cdot (1 - F)]}{\partial \tau} = 0, \quad (3.1)$$

Здесь  $c$  – концентрация примеси в вытесняющем флюиде (воде),  $\varphi$  – концентрация примеси в нефти (диффузия),  $a$  – масса сорбированного вещества на стенке среды,  $F$  – функция Баклея-Левретта.

Присутствие примеси влияет на свойства флюидов, что учитывается при помощи функции Баклея-Левретта, которая в отличии от обычной двухфазной фильтрации зависит еще и от концентрации примеси ( $c$ ):

$$F(S_w, c) = \frac{\frac{k_w(S_w, c)}{\mu_w(c)}}{\frac{k_w(S_w, c)}{\mu_w(c)} + \frac{k_o(S_w, c)}{\mu_o(c)}}. \quad (3.2)$$

Таким образом график функции Баклея-Левретта будет иметь разный вид для разных концентраций примеси (рис. 3.1)



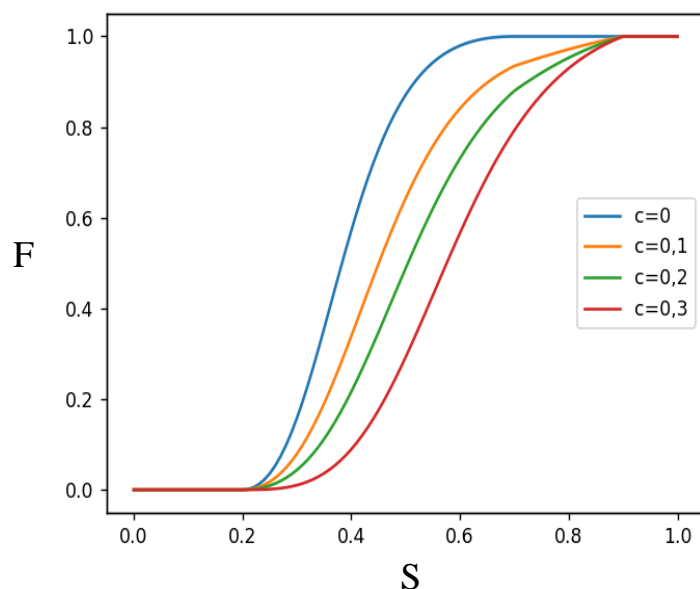


Рисунок 3.1 – пример функция Баклея-Леверетта для разной концентрации

Для учета адсорбции и диффузии используются зависимости  $a(c)$  и  $\varphi(c)$ . Существует множество как простых, так и сложных подходов и моделей для расчета данных зависимостей: линейный закон (уравнение Генри), при котором  $a(c) = \Gamma c$ , где  $\Gamma$  – константа; уравнение Фрейндлиха; уравнение изотермы адсорбции Ленгмюра и др. Кроме того, зачастую данные зависимости получают эмпирически в результате лабораторных исследований и подают на вход модели в виде табличных данных. Типичный вид изотермы адсорбции представлен на рисунке 3.2.

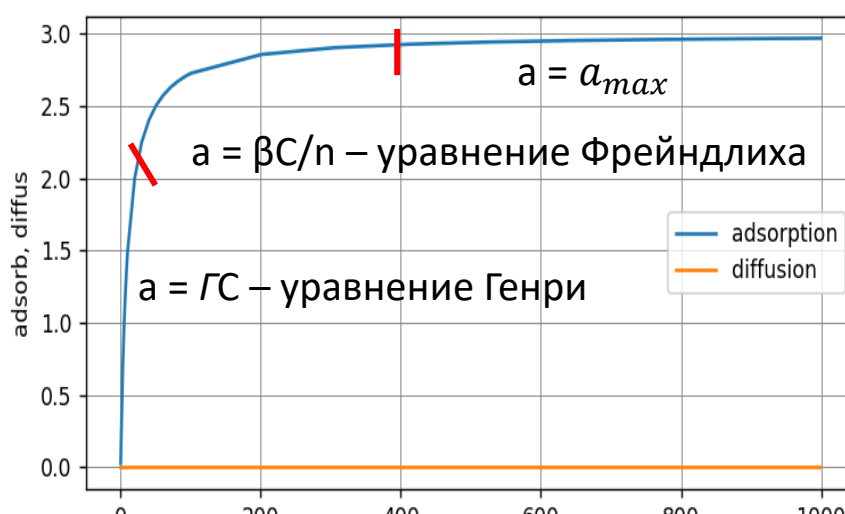


Рисунок 3.2 – пример функция Баклея-Леверетта для разной концентрации

Зависимости ОФП и вязкости флюидов от концентрации примеси получают также в результате лабораторных исследований, т.к. поведение раствора сильно зависит от температуры, солености, состава нефти и др.

В результате система уравнений модели имеет вид:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial F(S_w, c)}{\partial \tau} = 0,$$

$$F(S_w, c) = \frac{\frac{k_w(S_w, c)}{\mu_w(c)}}{\frac{k_w(S_w, c)}{\mu_w(c)} + \frac{k_o(S_w, c)}{\mu_o(c)}},$$

$$\frac{\partial [cS_w + \varphi(1 - S_w) + a]}{\partial t} + \frac{\partial [cF + \varphi(1 - F)]}{\partial \tau} = 0,$$

$$\varphi = \varphi(c),$$

$$a = a(c). \tag{3.3}$$

Одним из главных преимуществ данного подхода является очень маленький набор параметров в решении. Вся информация о скорости фильтрации, проницаемости и пористости пласта, давлении и др. заложена во времени пролета  $\tau$ . Данные параметры учитываются на этапе трассировки линий тока и задача сводится к переносу насыщенности и концентрации вдоль координаты  $\tau$ .

### 3.3 Аналитическое решение

Аналогично базовой модели данная система имеет аналитическое решение. В упрощенном варианте зависимости сорбции и диффузии принимаются линейными:

$$a(c) = \Gamma c,$$

$$\varphi(c) = Kc, \tag{3.4}$$

где  $\Gamma$  и  $K$  – константы.

Учитывая, что закачка раствора на скважине ведется с постоянной граничной концентрацией  $C_0$ , а фронт концентрации примеси распространяется таким образом, что имеет довольно резкий скачок от 0 до  $C_0$  (переходная зона концентрации 0 -  $C_0$  гораздо уже зоны с нулевой концентрацией и зоны, где  $c = C_0$ ), мы можем разбить решение на две части: часть фронта будет продвигаться с концентрацией  $C_0$ , а другая часть – с концентрацией  $c = 0$ .

Необходимо найти значение и скорость движения границы между этими зонами и решать уравнение в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial F(S_w, C_0)}{\partial \tau} = 0, \text{ при } 0 \leq \tau \leq \tau_c(t) \\ \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial F(S_w, 0)}{\partial \tau} = 0, \text{ при } \tau_c(t) \leq \tau \leq \tau_{max} \end{cases} \quad (3.5)$$

где  $\tau_c(t)$  – положение границы между зонами нулевой и максимальной концентрации (фронт концентрации). Данная граница является точкой разрыва фронта вытеснения, верхняя граница которой далее обозначается ( $S^-$ ), а нижняя - ( $S^+$ ). Соответственно слева от точки разрыва концентрация равна  $C_0$ , а справа – нулю.

Исходя из баланса масс и условий на скачках концентрации и насыщенности получаются следующие соотношения для скорости движения границы [3]:

$$\begin{aligned} F'(S^-, C_0) &= \frac{F(S^-, C_0) + h}{S^- + b}, \\ v_c &= F'(S^-, C_0), \\ v_c &= \frac{F(S^-, C_0) - F(S^+, 0)}{S^- + S^+}, \\ b &= (K + \Gamma)(1 - K)^{-1}, \\ h &= K(1 - K)^{-1}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где  $v_c$  – скорость движения границы (точки разрыва).

Аналогично простому случаю, насыщенности в точке разрыва можно найти при помощи графо-аналитического метода. Для этого строятся две кривые функции Баклея-Левретта (рис. 3.3) для  $F(S_w, 0)$  и  $F(S_w, C_0)$ . Как мы уже знаем, касательная к первой кривой, проведенная из точки начальной насыщенности ( $S_0$ ), указывает на значение насыщенности на фронте вытеснения при закачке воды ( $S_\Phi$ ). Для второго графика откладываем касательную из точки с координатами  $(-b, -h)$ .

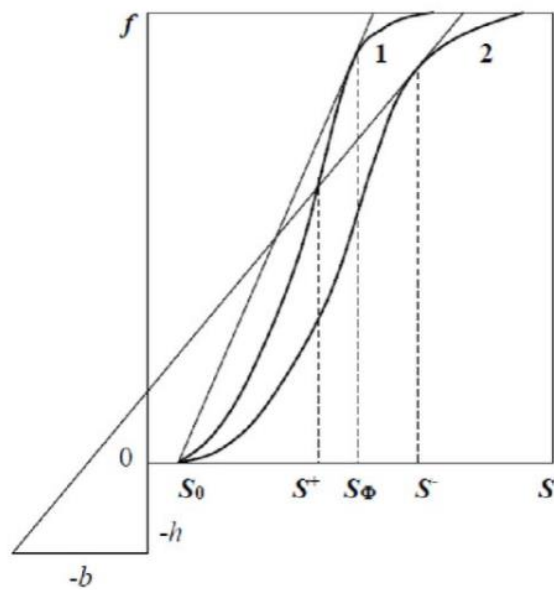


Рисунок 3.3 – построение касательных к графикам функции Баклея-Левретта [3]

Значение насыщенности в точке касания – насыщенность на фронте концентрации  $C_0$ , после которой идет резкий скачок ( $S^-$ ), а значение в точке пересечения второй касательной и первого графика – насыщенность после скачка ( $S^+$ ).

Получив значения насыщенности в точке разрыва и рассчитав для нее скорость, на каждом отрезке времени находится положение границы ( $\tau_c(t)$ ), и решается уравнение.

В результате одномерный фронт вытеснения имеет три зоны: 1) нетронутая часть (начальная водонасыщенность); 2) зона с нулевой концентрацией (фильтрация рассчитывается как для обычного случая); 3) зона с максимальной концентрацией  $c = C_0$  (свойства флюидов берутся для  $C_0$ ) (рис. 3.4).

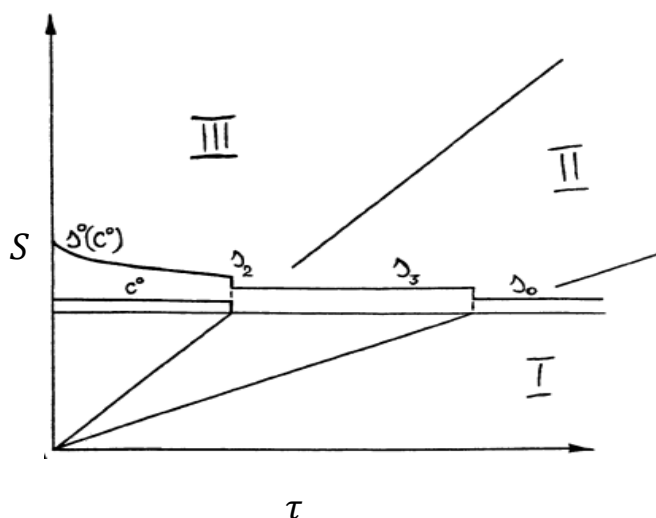


Рисунок 3.4 – типичный вид одномерного фронта вытеснения в присутствии активной примеси [3]

В рамках данной работы был реализован и протестирован описанный подход решения для одной линии тока. Как видно из графика (рис. 3.5), решение имеет схожий вид.

Помимо этого были реализованы различные кейсы с моделированием эффектов от закачки примесей с разными свойствами (рис. 3.6). Алгоритмы для решения более сложных задач, таких как закачка нескольких примесей, чередование закачки разных растворов, периодическая закачка, закачка одной оторочки раствора и др. имеют более сложный подход и описаны в работе [3].

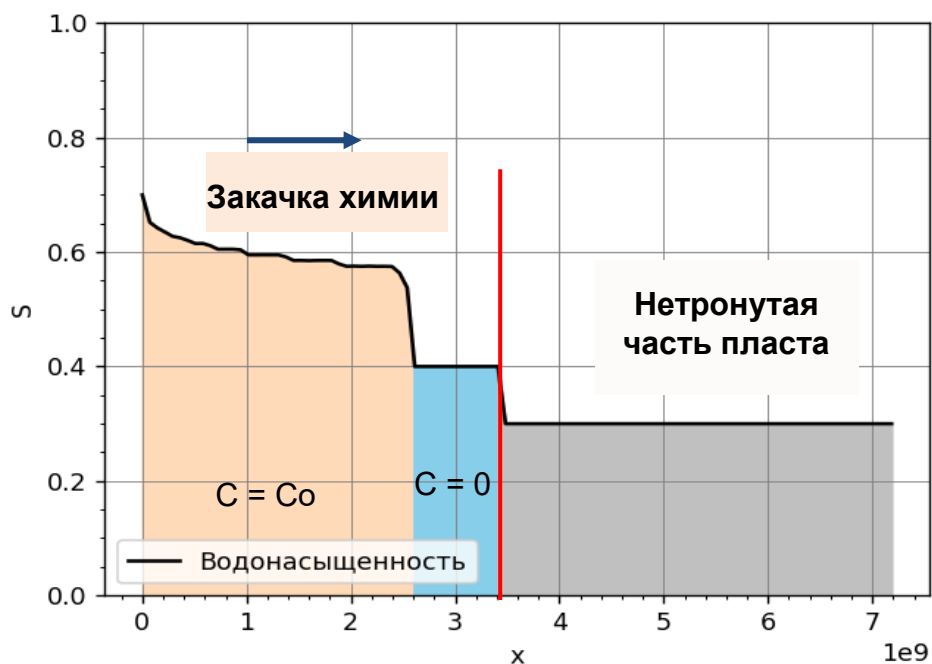


Рисунок 3.5 – результат реализованного аналитического решения

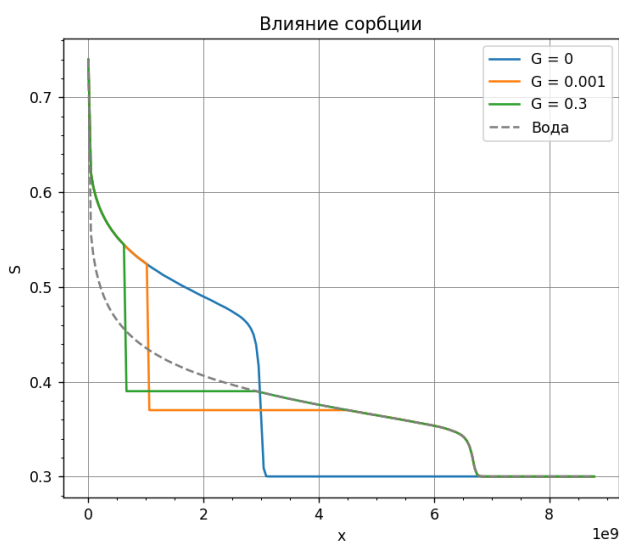


Рисунок 3.6 – пример влияние константы сорбции на вид фронта насыщенности

Однако, как было сказано ранее, аналитический подход справедлив только для однородной начальной насыщенности, из-за чего на реальных кейсах он отрабатывает некорректно. Кроме того, численный подход для решения более сложных кейсов имеет большую гибкость и вариативность. Исходя из вышесказанного, следующим этапом работы стала реализация решения при помощи численных методов.

### 3.4 Численный подход к решению на основе метода линий тока

Численную схему для уравнения баланса массы примеси можно записать в нескольких видах, в зависимости от параметров решаемой задачи. В рамках данной работы было протестировано несколько вариантов реализации упрощенного решения для линейных зависимостей свойств и процессов и выбран наиболее полноценный вариант, позволяющий в дальнейшем дорабатывать и усложнять модель.

Результирующее решение задачи определения насыщенности и концентрации вдоль линии тока в координатах  $t$  и  $\tau$  выглядит следующим образом:

$$S_i^{n+1} = S_i^n + \frac{\Delta t(F_i^n - F_{i-1}^n)}{\Delta \tau}, \quad (3.8)$$

$$C_{n+1}^i = \frac{C_n^i S_n^i + K S_n^i (1 - S_n^i) + \Gamma C_n^i - \frac{\Delta t}{\Delta \tau} [C_n^i F_n^i - C_{n-1}^i F_{n-1}^i + K C_n^i (1 - F_n^i) - K C_{n-1}^i (1 - F_{n-1}^i)]}{S_{n+1}^i + K(1 - S_{n+1}^i) + \Gamma}. \quad (3.9)$$

Фронт вытеснения при численном решении выглядит схоже с описанным аналитическим, однако имеет переходную зону концентрации от  $C_0$  до 0 (рис. 3.7 – 3.8).

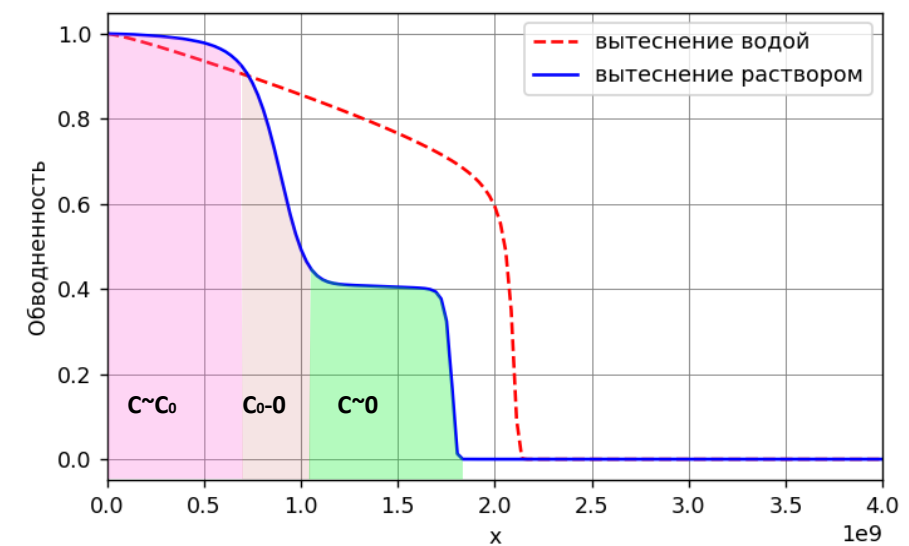


Рисунок 3.8 – пример численного расчета фронта вытеснения для случая закачки полимера с отображением концентрации примеси

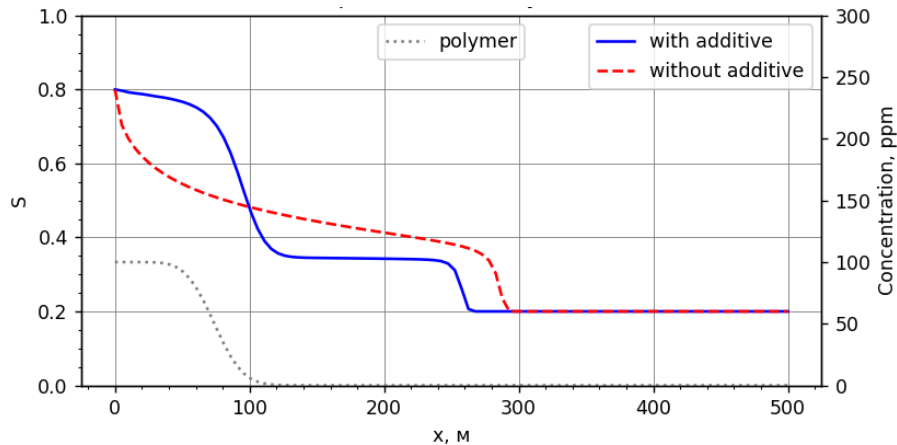


Рисунок 3.7 – пример численного расчета фронта вытеснения

### 3.5 Описание алгоритма решения

При трассировке линий тока для каждого узла (точки пересечения граней ячеек сетки) определяются координаты, время пролета, насыщенность и концентрация примеси. При этом, как было сказано ранее, при расчете скорости и времени пролета через ячейку определяются и учитываются свойства флюидов. То есть, если в ячейке присутствует ненулевая концентрация, она влияет уже на этом этапе (например в ячейке присутствует ненулевая концентрация ПАВ, следовательно, вязкость воды выше и время пролета больше). Кроме того для каждой линии тока сохраняется информация о начальной и конечной точке: из какой скважины вышла, куда попала (разлом, граница, другая скважина и др.). В конце этапа трассировки у нас есть массив с информацией о каждой линии тока на данной итерации (рис. 3.9).

В цикле по каждой линии тока решается задача переноса насыщенности и концентрации в рамках одной итерации. Сначала, как было описано ранее, создается более мелкая регулярная сетка в координатах времени пролета, на которую переносятся значения насыщенности и концентрации с исходных узлов линии тока. Время итерации также разбивается на одинаковые временные шагки, при этом, как было указано ранее, шагки по  $t$  и  $\tau$  подбираются согласно критерию Куранта.



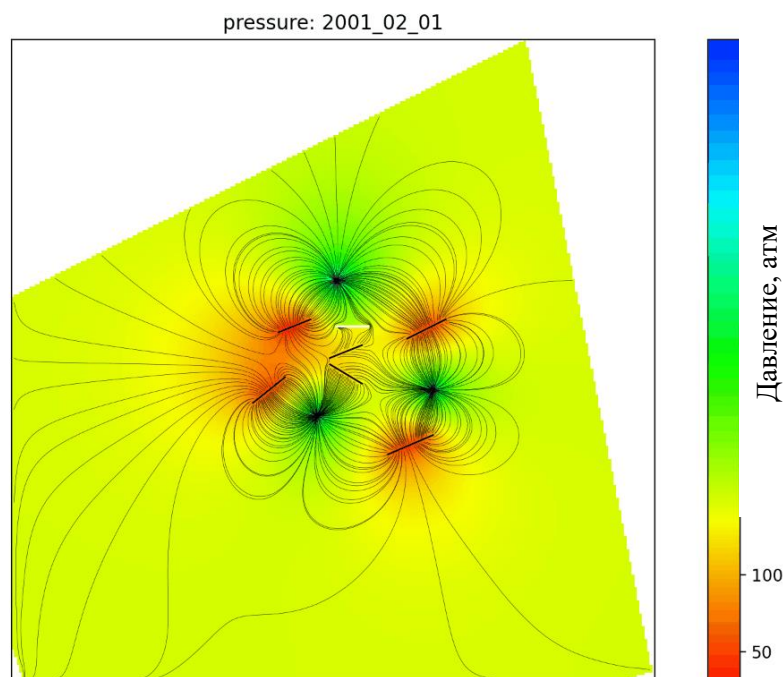


Рисунок 3.9 – пример траекторий линий тока для модели с несколькими горизонтальными и вертикальными скважинами

Исходя из данных о работе скважин на текущей итерации и информации о конечных точках линии тока, задается граничное условие: если нагнетательная скважина – насыщенность на границе равна максимальной, если в скважину качается примесь – концентрация на границе равна концентрации закачиваемого раствора.

Далее для каждого узла регулярной сетки рассчитывается обводненность (функция Баклея-Левретта) с учетом зависимостей свойств от концентрации примеси в рамках одного временного шажка  $\Delta t$  и, согласно численным схемам, выполняется перенос насыщенности и концентрации. Данное действие повторяется для каждого временного шага. В результате получаем новое распределение водоносности и концентрации вдоль линии тока (рис. 3.10).

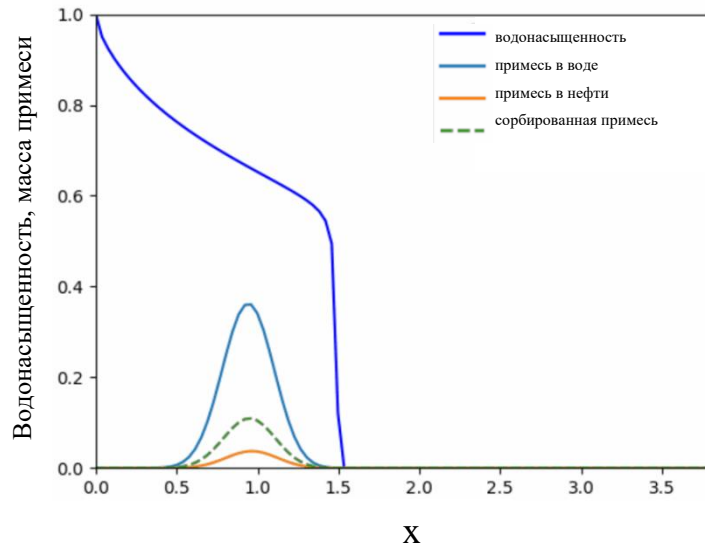


Рисунок 3.10 – распределение примеси и водонасыщенности вдоль линии тока с учетом процессов сорбции и диффузии

После решения для узлов регулярных сеток определяются пространственные координаты  $X$  и  $Y$  и на основе этих данных создаются интерполяторы для насыщенности и концентрации. С помощью интерполяции строятся карты насыщенности и концентрации примеси и запускается следующая итерация алгоритма на новой карте давления с учетом полученных сеток насыщенности и концентрации.

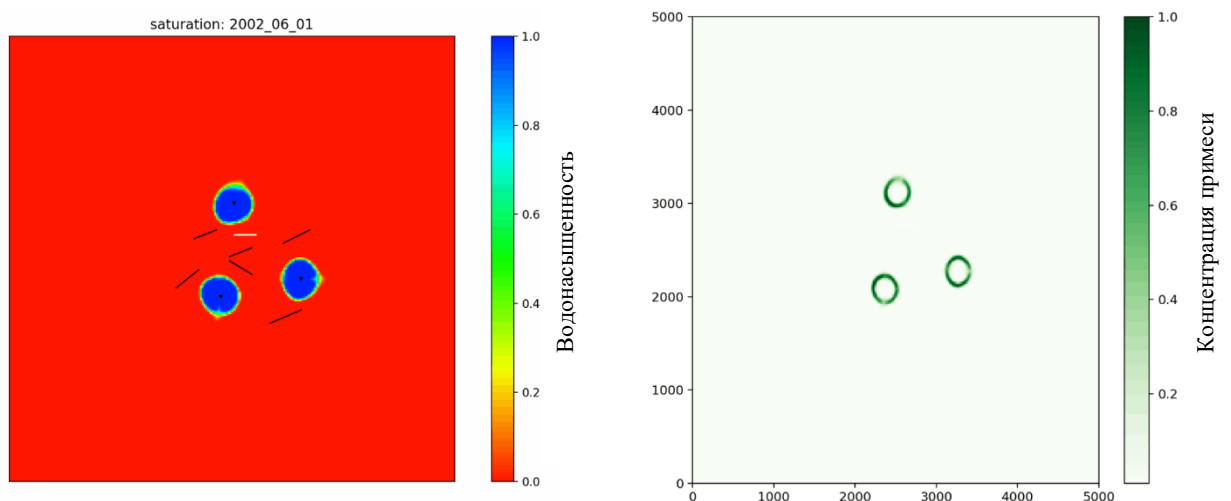


Рисунок 3.11 – рассчитанные карты насыщенности (слева) и концентрации примеси (справа) для варианта закачки в виде пачки

При этом на следующем шаге итерации могут быть включены новые скважины или отключены/переведены в нагнетание старые, а так же может начаться/прекратиться закачка примеси. Все это учитывается при помощи граничных условий, сетки давления и траекторий линий тока. Решение при этом не ломается и обрабатывает корректно.

При наличии нескольких примесей в системе алгоритм выглядит аналогично, только каждая примесь отслеживается по-отдельности: для каждой примеси создается свой интерполятор и своя карта концентрации. Уравнение переноса также решается для каждой примеси, с учетом параметров и зависимостей свойств конкретной примеси.

При желании можно дополнительно отслеживать массу сорбированного вещества и концентрацию примеси в нефти. Для этого, аналогично концентрации в воде, создаются отдельные интерполяторы и карты.

Баланс массы при решении соблюдается как для одной линии тока, так и для двумерного решения. Для этого были проведены отдельные тесты и расчеты, который подтвердили постоянство массы примеси в пласте: закачка раствора происходит в течении 6 месяцев, после чего закачивается обычная вода. Как видно из графика (рис. 3.12), масса примеси в пласте, рассчитанная как сумма массы примеси в воде, нефти и сорбированном виде сначала растет, а затем остается постоянной.

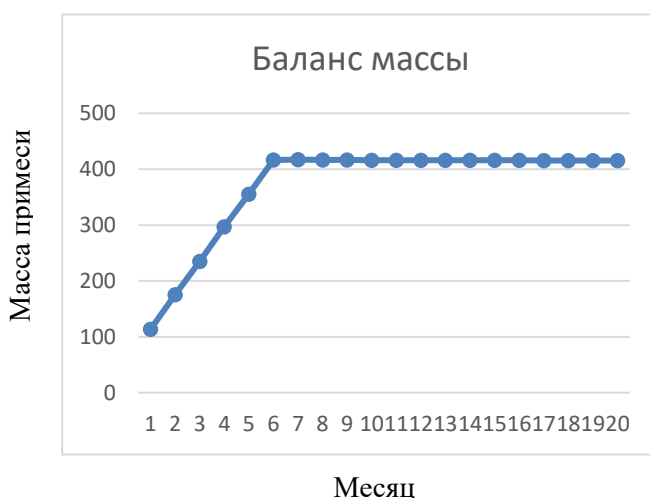


Рисунок 3.12 – масса примеси в пласте с учетом всех процессов

## Глава 4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ПРИМЕРЫ

Как было сказано ранее, построенная модель позволяет решать как простые задачи закачки одной примеси в пласт, так и более сложные вариации: закачка пачки с проталкиванием водой, периодическая закачка, чередование закачки разных растворов, применение нескольких примесей одновременно и др. Далее будут представлены результаты решения различных кейсов.

### 4.1 Двухскваженная модель

Простая модель, состоящая из двух вертикальных скважин, одна добывающая, другая – нагнетательная. В базовом случае закачки воды карта насыщенности и кривая обводненности добывающей скважины представлены на рисунке 4.1.

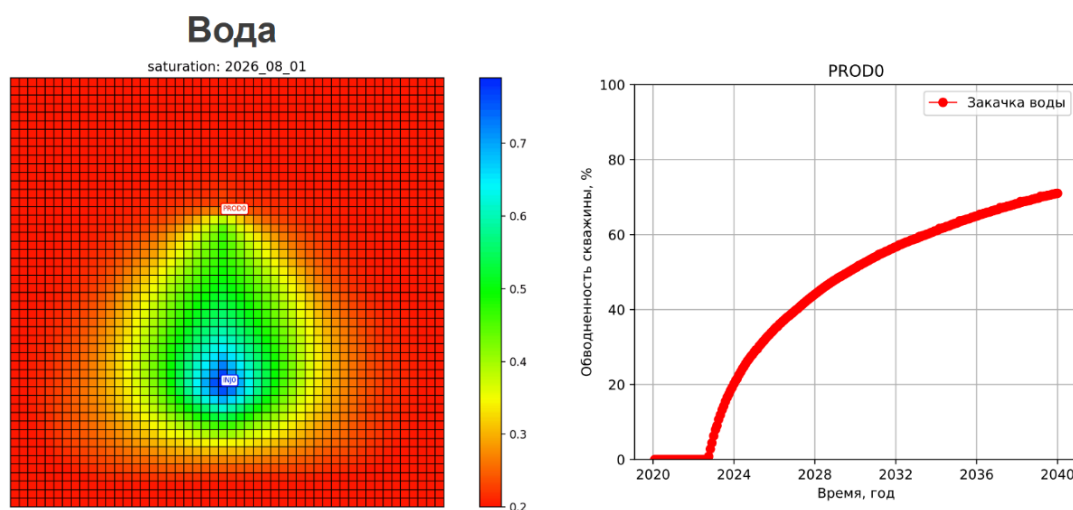


Рисунок 4.1– карта насыщенности и обводненность добывающей скважины при закачке воды

Вода довольно быстро прорывается к добывающей скважине и начинает обводнять ее. При этом, как видно из карты насыщенности, больше половины начальных запасов нефти осталась позади фронта.

При закачке более вязкого полимерного раствора вытеснение происходит более равномерно (рис. 4.2). Фронт насыщенности становится больше похож на

поршневой и происходит более полноценное вытеснение нефти. При этом, как видно из графика обводненности скважины, прорыв воды происходит гораздо позже базового варианта закачки воды.

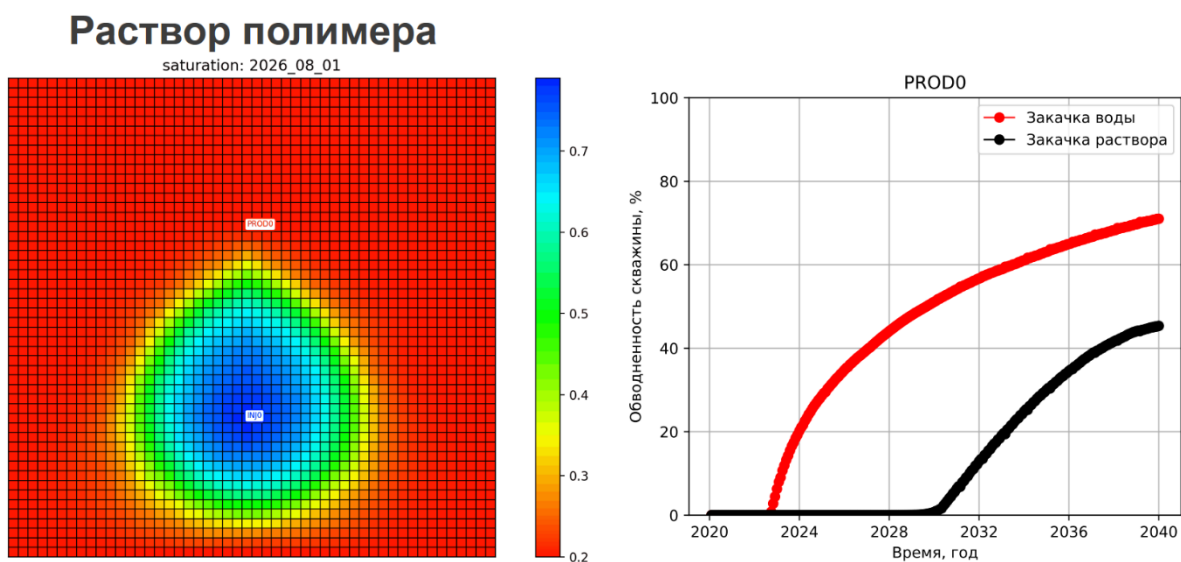


Рисунок 4.2– карта насыщенности и обводненность добывающей скважины при закачке полимера

Закачка ПАВ изменяет ОФП воды и нефти, что также благополучно сказывается на вытеснении (рис. 4.3). Кроме того, за счет снижения межфазного натяжения и угла смачиваемости, закачка растворов ПАВ повышает коэффициент вытеснения нефти. На карте насыщенности видно, что в присутствии примеси значение остаточной насыщенности снижается до 0.1, вместо 0.2 в случае закачки воды. Прорыв воды к скважине аналогично происходит гораздо позже.

## Раствор ПАВ

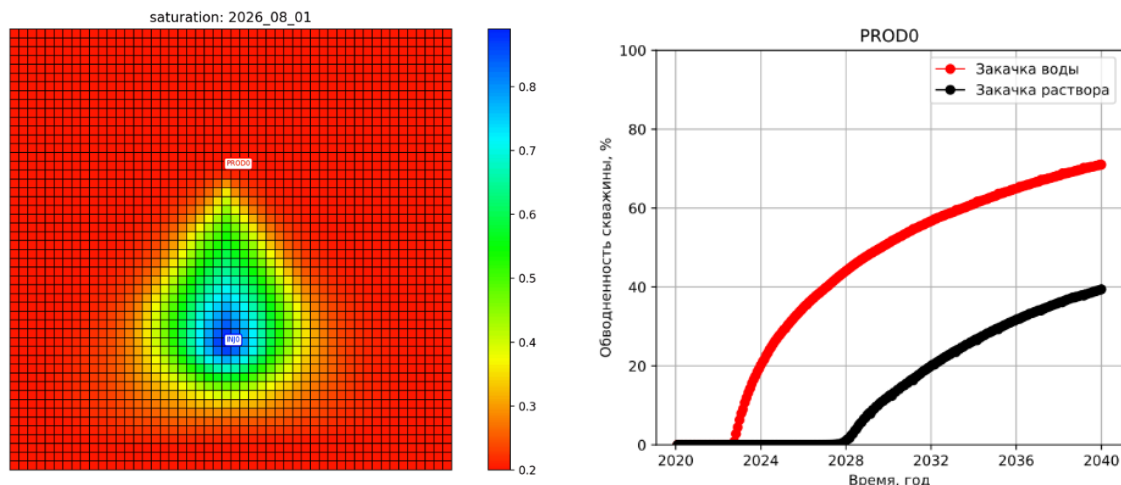


Рисунок 4.3– карта насыщенности и обводненность добывающей скважины при закачке ПАВ

При помощи данной модели можно моделировать в упрощенном виде эффект от применения других МУН, например закачку воды с газом ( $\text{CO}_2$ ). Углекислый газ хорошо растворяется в нефти и снижает ее вязкость. Следовательно немного доработав модель, можно учесть это изменение.

## Вода с $\text{CO}_2$

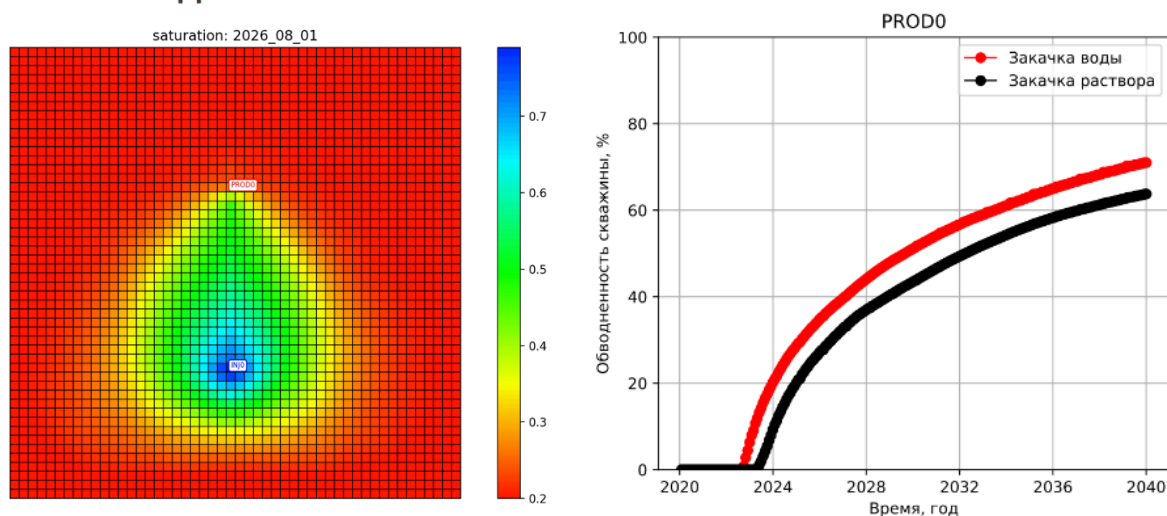


Рисунок 4.4– карта насыщенности и обводненность добывающей скважины при закачке воды с  $\text{CO}_2$

Как можно увидеть из результатов, снижение вязкости нефти за счет углекислого газа дало гораздо меньший эффект, по сравнению с полимером и ПАВ. На основании этих данных можно судить о рентабельности использования того или иного МУН, а также подбирать наиболее подходящий вариант для того или иного случая

## 4.2 Многоскваженная модель

Тесты модели проводились так же и для более сложных моделей с большим количеством скважин. Как видно на рисунке 4.5, карты давления, построенные при помощи метода граничных элементов практически совпадают с картой давления из гидродинамического симулятора

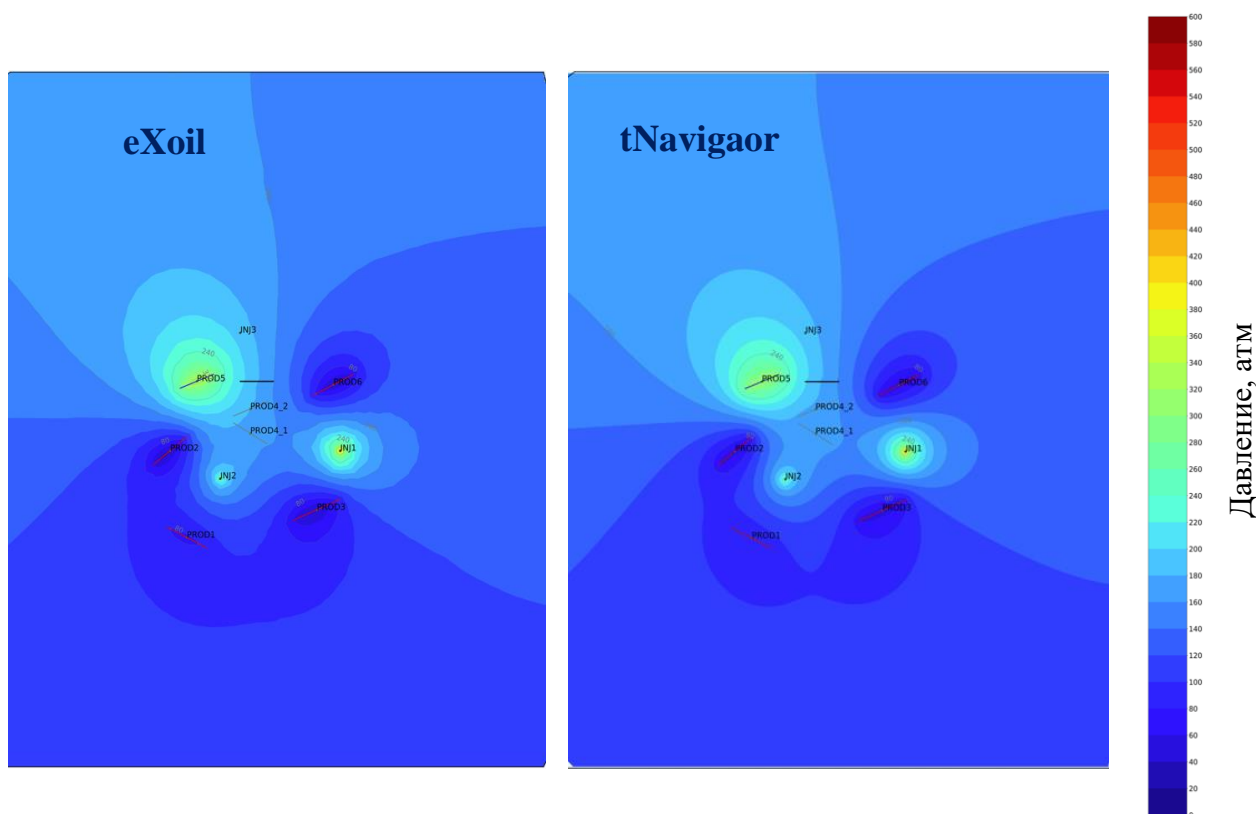


Рисунок 4.5– карты давления для одинаковых моделей, рассчитанные при помощи tNavigator (справа) и eXoil (слева)

Рассчитанные при помощи метода линий тока карты насыщенности также очень похожи с результатом из сеточного симулятора (рис. 4.6). В некоторых случаях, из-за большого шага сетки и ограничений сеточных моделей, рассчитанные карты являются более корректными, чем в симуляторе.

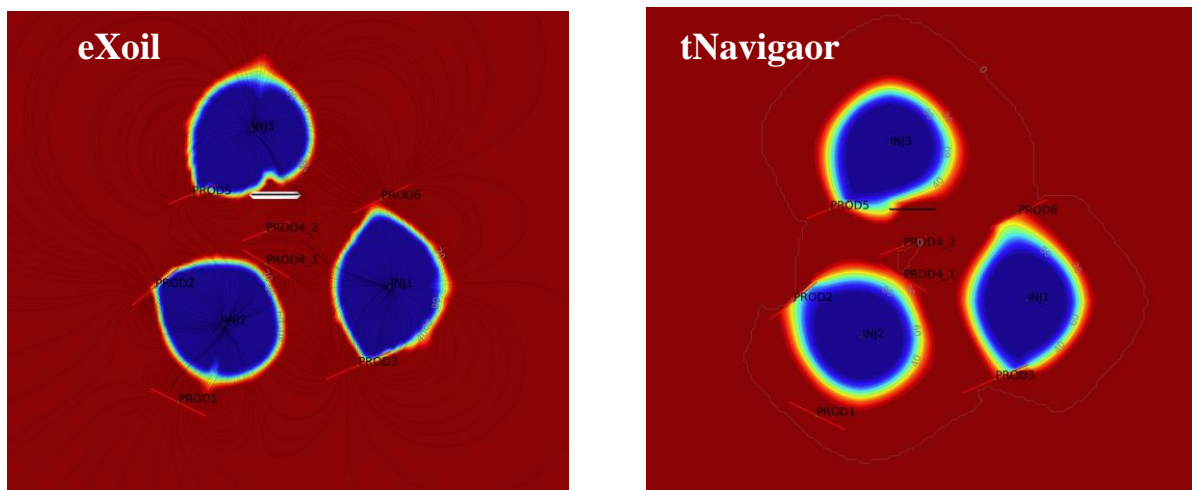


Рисунок 4.6– карты водонасыщенности для одинаковых моделей, рассчитанные при помощи tNavigator (справа) и eXoil (слева)

Основным отличием карт насыщенности являются размазанные зоны по краям фронта вытеснения, связанные с неполным покрытием данных мест линиями тока и интерполяцией (рис. 4.7).

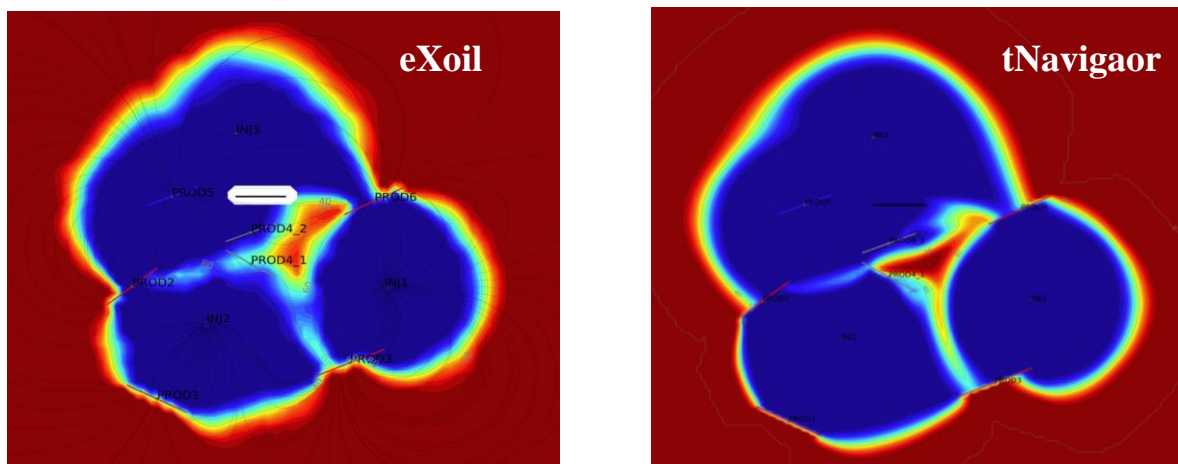


Рисунок 4.7– карты водонасыщенности для одинаковых моделей, рассчитанные при помощи tNavigator (справа) и eXoil (слева)



Графики обводненности скважин при этом практически совпадают (рис. 4.8).

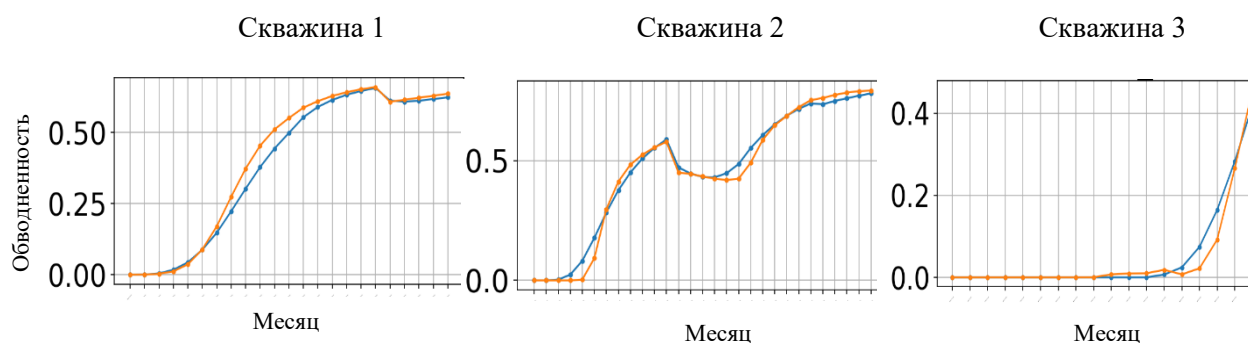


Рисунок 4.8 – сравнение обводненности скважин, рассчитанных в tNavigator (синяя линия) и eXoil (оранжевая линия)

На данном кейсе также был протестирован вариант закачки разных примесей одновременно в виде пачек. Для этого были заданы ‘плохие’ параметры ОФП и вязкостей. В каждую из трех нагнетательных скважин закачивалась конкретная примесь (рис. 4.9): ПАВ, полимер и пассивный трассер, при закачке которого свойства флюидов не изменяются.

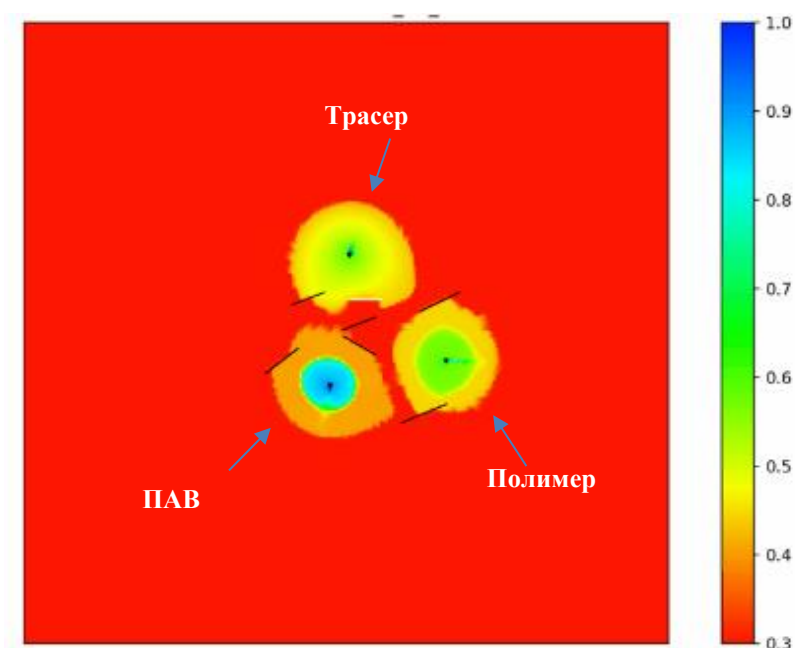


Рисунок 4.9 – карта насыщенности при закачке разных примесей

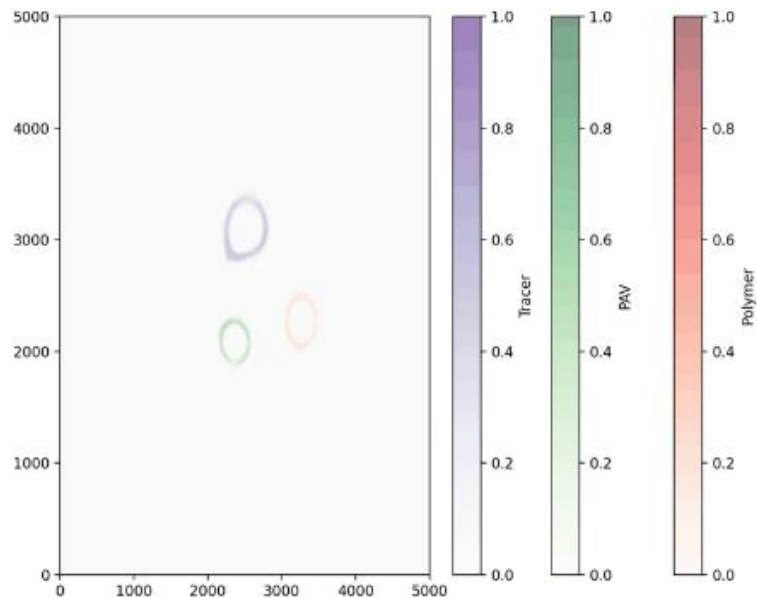


Рисунок 4.10 – карта концентрации примесей для описанного кейса

Как видно из карты насыщенности, в случае закачки пассивного трассера фронт сильно размазывается и коэффициент вытеснения нефти при этом очень низкий. С закачкой ПАВ и полимера фронт разделяется на две части: вода с нулевой концентрацией примеси прорывается вперед, при этом в местах присутствия примеси вытеснение идет более равномерно. При этом ПАВ снижает остаточную нефтенасыщенность, тем самым в зоне охвата данным раствором повышается коэффициент вытеснения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Прокси-моделирование - эффективный метод, характеризующийся сравнительно небольшими трудозатратами, высокой скоростью расчетов и облегченной адаптацией. Данный подход позволяет проводить удовлетворительные по точности технологические расчеты по разработке месторождений в условиях ограниченного объема исходных геологических, промысловых и технических данных.

Несмотря на значительное количество теоретических исследований и полученных практических результатов, прокси-модели не всегда обеспечивают достаточное соответствие реальным процессам. В связи с этим существует необходимость совершенствования применяемых в настоящее время методов прокси-моделирования.

Созданное в рамках данной работы решение показывает хорошие результаты, сопоставимые с сеточными моделями и гидродинамическими симуляторами. Скорость расчетов уже на текущем этапе ниже в сравнении с другими инструментами, однако в отличие от них, наша модель имеет множество гибких возможностей по ускорению и оптимизации. В первую очередь основную часть расчетов можно проводить параллельно, что приведет к значительному снижению необходимого времени. Кроме того сильное ускорение можно получить за счет оптимизации реализованных алгоритмов и архитектуры, а также препроцессинга входных данных.

Помимо ускорения и оптимизации текущего решения планируется его расширение и усложнение для решения более сложных задач: нелинейные зависимости свойств и параметров, учет более низкоуровневых процессов, возможность расчета других видов МУН и многое другое. Также в планах на базе описанной модели реализовать алгоритмы для решения задач подбора вариантов и методов увеличения нефтеотдачи пласта и оптимизации добычи для конкретных реальных кейсов.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Галеев Р.Г. Повышение выработки трудноизвлекаемых запасов углеводородного сырья. – М. : КУБК-а, 1997. – 351 с.
2. Губанова А.Е. Моделирование поля давления методом граничных элементов в присутствии дизъюнктивных нарушений геологической структуры. Магистерская диссертация. Москва, 2018.
3. Ибатуллин Р.Р., Гаффаров Ш.К., Хисаметдинов М.Р., Минихаиров Л.И. Обзор мировых проектов полимерных методов увеличения нефтеотдачи // Нефтяное хозяйство.-2022.-№7.-С. 32-37
4. Ибатуллин Р.Р., Теоретические основы процессов разработки нефтяных месторождений: Курс лекций. Часть 2. Процессы воздействия на пласты (технологии и методы расчета) для студентов очной формы обучения и студентов АЗЦ специальности 130503 «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений». – Альметьевск: Альметьевский государственный нефтяной институт, 2009. – 200 с.
5. Минихаиров Л.И., Насыбуллин А.В. Масштабирование результатов моделирования ПАВ-полимерного заводнения на керне при переходе на модель месторождения, Сетевое научное издание «Нефтяная провинция», с. 130-136, 2023. DOI: <https://doi.org/10.25689/NP.2023.2.130-136>
6. Михайлюк М.В., Тимохин П.Ю. и др. Моделирование и визуализация процесса вытеснения нефти из пористой среды
7. Михеева Е.В. Определение поверхностного натяжения. Расчет молекулярных характеристик исследуемого ПАВ. Исследование мицеллообразования в растворах коллоидных ПАВ: методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплинам «Поверхностные явления и дисперсные системы» и «Коллоидная химия», для студентов ХТФ, ФТФ, ЭЛТИ, ИГНД. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – 24 с.

8. Костюченко С.В., Черемисин Н.А. Динамические фазовые проницаемости для расчета целиков нефти в цифровых моделях, 2021. DOI:10.31660/0445-0108-2021-5-168-176
9. Кузина О. А. Влияние капиллярного числа и работы адгезии на вытеснение нефти водными растворами поверхностно-активных веществ / О. А. Кузина, Л. П. Семихина, А. Б. Шабаров // Вестник Тюменского государственного университета. Физикоматематическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2019. Том 5. № 2. С. 27-42. DOI: 10.21684/2411-7978-2019-5-2-27-42
10. Сургучёв М.Л. Вторичные и третичные методы увеличения нефтеотдачи пластов. – М. : Издательство Недр, 1985. – 235 с
11. Batycky R., A three-dimensional two-phase field scale streamline simulator, 1997. DOI:10.3997/2214-4609.201406878
12. Bedrikovetsky P. Petroleum engineering and development studies volume 4 mathematical theory of oil and gas recovery with applications to ex-USSR oil and gas fields. 575p, 1993, ISBN 0-7923-2381-5
13. Datta-Gupta A., King M.J.,. Streamline Simulation: Theory and Practice. 394с.
14. Minikhaïrov L., Lutfullin A., Gaifullin A. Specificities of surfactant-polymer flooding modeling and its role in the technology implementation at the Tatneft plays // EAGE: Материалы конференции IOR 2021.-2021.- С.1-12.  
DOI: <https://doi.org/10.3997/2214-4609.202133144>.
15. Mishra S., Fjordholm U., Abgrall R.. Numerical methods for conservation laws and related equations, 2019
16. Yudin, Evgeniy Viktorovich, Markov, Nikolay Sergeevich, Kotezhkov, Viktor Sergeevich, Kraeva, Svetlana Olegovna, Makhnov, Andrei Vasilyevich, Trubnikov, Nikita Pavlovich, and Leonid Arkadevich Gorbushin. "Efficiency of Using a Proxy Model for Modeling of Reservoir Pressure." Paper presented at the SPE Russian Petroleum Technology Conference, Virtual, October 2021. doi: <https://doi.org/10.2118/206553-MS>