**Объект задания**

Треугольная пластина погонной плотности , с углом при основании , вращается вокруг неподвижной вертикальной оси. Материальная точка массы m скользит без трения вдоль оси (Рис.1).

**Данные для задачи А**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m (к*г*) | a(м) | 𝛼 (град) | 𝛾 (к*г*/м) |  (c-1) | *x*0 (м) |  (м/с) |  (нм) |  (м/с) |
| 11 | 4 | 30 | 6 | -4 | 3 | 5 | -4t3 – 4  |  |

**Задача А**

Тело вращается с постоянной угловой скоростью .

Найти

1. Методом Лагранжа дифференциальное уравнение относительного движения точки, найденное в И1.
2. С помощью теоремы об изменении кинетической энергии реакцию тела на точку, и сравнить ее с результатом в И1.

**Задание И3. Уравнения Лагранжа. Теорема об изменении кинетической энергии.**

****

**Решение**

1. Найдем дифференциальное уравнение относительного движения точки из уравнения Лагранжа

Абсолютная скорость V точки складывается из переносной и относительной скоростей (Рис.2)

Таким образом, кинетическая энергия приобретает выражение

Находим производные:

Обобщенная сила поскольку сила тяжести перпендикулярна скорости точки и не имеет мощности.

Подставив производные в уравнение Лагранжа получаем

(3.4)

Приходим к ***дифференциальному уравнению (1.2), найденному в И1***

1. Реакцию тела на точку найдем из теоремы об изменении кинетической энергии точки.

где N- мощность физических сил, приложенных к точке, в переносном и в относительном движениях точки.

Физических сил, имеющих проекцию на ось нет, поэтому

Во вращательном переносном движении точки мощность реакции вычисляем через момент

В соответствии с Рис.2

Из дифференциального уравнения (3.4)

Таким образом, после сокращения на получим

Это ***тот же результат, что и в И1***

 (3.5)

**Объект задания**

Треугольная пластина погонной плотности , с углом при основании , вращается вокруг неподвижной вертикальной оси. Материальная точка массы m скользит без трения вдоль оси (Рис.1).

**Данные для задачи А**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m (к*г*) | a(м) | 𝛼 (град) | 𝛾 (к*г*/м) |  (c-1) | *x*0 (м) |  (м/с) |  (нм) |  (м/с) |
| 11 | 4 | 30 | 6 | -4 | 3 | 5 | -4t3 – 4  |  |

**Задание И4. Уравнения Лагранжа.**

1. Найдем закон изменения угловой скорости из уравнения Лагранжа

Кинетическая энергия системы складывается из энергии тела и точки

Подставив данные задачи, находим

Обобщенная

***Приходим к тому же результату, что и в И2:***

Видим, что в данном примере кинетический момент системы связан с кинетической энергией формулой

**Объект задания**

Треугольная пластина погонной **плотности , с** углом при основании , вращается вокруг неподвижной вертикальной оси. Материальная точка массы m скользит без трения вдоль оси (Рис.1).

**Данные для задачи В**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m (к*г*) | a(м) | 𝛼 (град) | 𝛾 (к*г*/м) |  (c-1) | *x*0 (м) |  (м/с) |  (нм) |  (м/с) |
| 11 | 4 | 30 | 6 | -4 | 3 | 5 | -4t3 – 4  |  |

**Задача В**

 Тело и точка движутся свободно из начального состояния. Система имеет 2 степени свободы. Координаты и являются неизвестными функциями времени.

Найти:

1. Методом Лагранжа дифференциальные уравнения движения системы и циклические интегралы, если они существуют
2. Дифференциальное уравнение относительного движения точки в задаче А
3. Закон изменения угловой скорости тела в задаче Б
4. Общую зависимость реакции тела на точку. Ее выражение для задачи А.

**Задание И5. Уравнений Лагранжа. Теорема об изменении кинетической энергии в переносном движении**

1. Дифференциальные уравнения движения системы найдем из уравнений Лагранжа. За обобщенные координаты выберем x и φ.

Запишем соответствующие уравнения Лагранжа:

Выражение кинетической энергии системы (4.2) позаимствуем из задания И4

Производные по :

Обобщенная сила

равна нулю, поскольку нет сил, имеющих составляющие вдоль

Подставив (5.3) и (5.4) в (5.1) получаем дифференциальное уравнение по :

Поскольку.

то является циклической координатой, и ей соответствует циклический интеграл дифференциального уравнения по

Покажем, что циклический интеграл выражает факт сохранение кинетического момента системы относительно оси z. Согласно формуле (2.1) задания И2

Подстановка данных задачи дает

что в точности совпадает с выражением (5.7).

Значит (5.7) действительно выражает факт сохранение кинетического момента системы относительно оси z. Ввиду начального покоя системы

Производная от (5.7) приводит к дифференциальному уравнению по

1. Проверим уравнение относительного движения точки (1.2) в условиях задачи А.

При подстановке условий задачи А: в (5.5) *получаем точно такое же уравнение, как в задаче А*

1. Проверим закон угловой скорости тела, найденный в условиях задачи Б

При подстановке условий задачи Б при отсутствии момента : в (5.7) получаем тот же закон угловой скорости

что и в задании И2 при отсутствии момента.

1. Общее выражение зависимости реакции тела на точку найдем из теоремы об изменении кинетической энергии точки в переносном движении

Здесь использовано разложение выражения кинетической энергии точки Т на слагаемые по степеням относительной скорости. Справа стоит мощность внешних сил (они здесь состоят из одной реакции на переносном движении точки.

Кинетическая энергия Т не содержит времени t, поэтому

Энергия , содержащая в первой степени и ее производная

Энергия содержащая в нулевой степени и ее производная

Мощность реакции в переносном движении точки

После подстановки в теорему (5.13) получаем

Проверим выражение (для реакциив условиях задачи А, где**:**

Подставив эти условия в (5.19), получаем

В силу дифференциального уравнения движения точки

получаем то же выражение (1.8)

что и в задании И1.